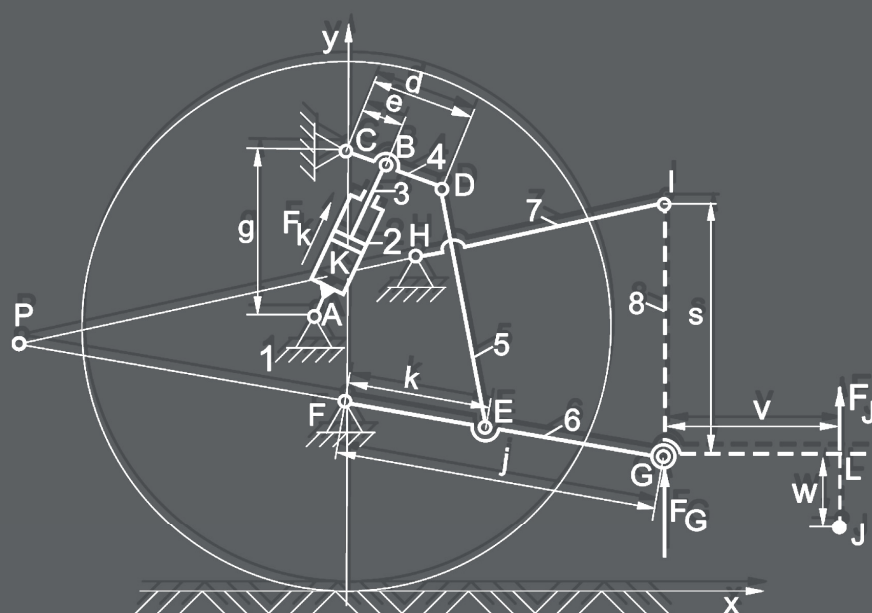
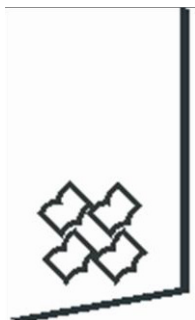




са решеним задацима

Птоф. др Радојка Глигорић





МЕХАНИЗМИ ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА са решеним задацима

Проф. др Радојка Глигорић



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ

Нови Сад, 2020.

ЕДИЦИЈА „ОСНОВНИ УЏБЕНИК“

Оснивач и издавач Едиције:

*Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду
Трг Доситеја Обрадовића 8
21000 Нови Сад*

Година оснивања:

1954.

Главни и одговорни уредник Едиције:

*Др Недељко Тица, редовни професор,
декан Пољопривредног факултета Универзитета у Новом Саду*

Чланови Комисије за издавачку делатност:

*Др Љиљана Нешић, ванредни професор
Др Бранислав Влаховић, редовни професор
Др Милица Рајић, редовни професор
Др Нада Плавша, ванредни професор*

Уџбеник одобрен одлуком Наставно-научног већа Пољопривредног факултета Универзитета у Новом Саду, 2020. године. Сва права задржава издавач.

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

631.3:621.83(075.8)

ГЛИГОРИЋ, Радојка, 1949-

Механизми пољопривредних машина : са решеним задацима /
Радојка Глигорић. - Нови Сад : Пољопривредни факултет, 2020 (Нови
Сад : Перинс инжењеринг). - 234 стр. : илустр. ; 30 cm. - (Едиција
Основни уџбеник)

Тираж 20. - Библиографија.

ISBN 978-86-7520-512-8

а) Пољопривредне машине - Преносни механизми

COBISS.SR-ID 26821385

Аутор:

Др Радојка Глигорић, редовни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Главни и одговорни уредник:

Др Недељко Тица, редовни професор,
Декан Пољопривредног факултета Универзитета у Новом Саду

Уредник:

Др Милан Томић, редовни професор,
директор Департмана за пољопривредну технику

Технички уредник:

Др Милан Томић, редовни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Израда цртежа и унос текста:

Др Радојка Глигорић, редовни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Рецензенти:

Др Миодраг Злоколица, професор емеритус,
Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду

Др Марко Костић, доцент,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Издавач:

Универзитет у Новом Саду, Пољопривредни факултет

Забрањено прештампавање и фотокопирање. Сва права задржава издавач.

Штампање одобрила:

Комисија за издавачку делатност
Пољопривредног факултета у Новом Саду

Тираж:

20 комада

Место и година издавања:

Нови Сад, 2020. године

ПРЕДГОВОР

Уџбеник „МЕХАНИЗМИ ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА са решеним задацима“ представља ново издање са истим називом од 2015 год. Уџбеник обухвата целокупно градиво које се предаје у оквиру предмета „Механизми пољопривредних машина“ студентима Пољопривредног факултета у Новом Саду, Смера за пољопривредну технику, те је првенствено њима и намењен.

Уџбеник садржи 16 поглавља: Развој механизма, Основни појмови, Степен слободе кретања, Путање механизма, Услови функционисања механизма, Увод у кинематичку анализу механизма, Проширење клизних парова, Метода Асуре, Карданов зглоб, Подизни механизам трактора, Планетарни преносници снаге, Увод у динамичку анализу, Једначине кретања механизма, Одређивање погонске силе, Уравнотежење механизма и Брегасти механизми.

Иза теоријског дела сваког поглавља и тематских јединица дати су решени примери са потребним објашњењима. Овакав приступ излагању материје омогућава студентима лакше самостално учење.

Анализирани примери и решени задаци су показани на механизмима који се користе на пољопривредним машинама, те уџбеник може да буде користан онима који се у пракси, на било који начин, баве овим машинама.

Захвалност за прво издања овог уџбеника од 2005. год. дугујем рецензентима: проф. др Миодрагу Злоколици, проф. др Радовану Попову и проф. др Ђури Ерцеговићу, затим колеги проф. др Драгом Радомировићу, као и колегама који су својим сугестијама допринели да књига буде квалитетнија и студентима приступачнија.

Посебно се захваљујем студентима Смера за пољопривредну технику који су проверавали аналитичке релације и решења задатака.

Аутор ће бити захвалан за сугестије и конструктивне примедбе.

Нови Сад, 10.08.2020. год.

Аутор
Проф. др Радојка Глигорић

САДРЖАЈ

0.	ЗАДАТАК И ЗНАЧАЈ МЕХАНИЗАМА ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА	1
1.	РАЗВОЈ МЕХАНИЗАМА	3
2.	ОСНОВНИ ПОЈМОВИ	10
2.1	Кинематички чланови	13
2.2	Кинематички парови	14
2.3	Нижи и виши кинематички парови	15
2.4	Реверсибилни и иреверсибилни кинематички парови	15
3.	СТЕПЕН СЛОБОДЕ КРЕТАЊА	16
3.1	Степен слободе кретања кинематичких парова	16
3.2	Степен слободе кретања механизма	18
3.3	Формирање сложених механизма	25
4.	ПУТАЊЕ КИНЕМАТИЧКИХ ТАЧАКА И ЧЛАНОВА МЕХАНИЗАМА	27
4.1	Графичка метода за одређивање путања (Метода шестара)	27
4.2	Аналитичка метода за одређивање путања	35
5.	УСЛОВИ ФУНКЦИОНИСАЊА МЕХАНИЗАМА	37
6.	УВОД У КИНЕМАТИЧКУ АНАЛИЗУ МЕХАНИЗАМА	40
6.1	Методе за одређивање кинематичких параметара механизма	40
6.2	Узајамни однос брзина и убрзања тачака на механизму	41
6.3	Метода плана брзина и убрзања	47
6.4	Клипни механизам	51
6.5	Аналитичка метода	55
6.5.1.	Брзине и убрзања клипног механизма	55
6.5.2.	Брзине и убрзања четворополужног механизма	59
6.6	Осцилаторно кулисни механизам	61
7.	ПРОШИРЕЊЕ КЛИЗНИХ КИНЕМАТИЧКИХ ПАРОВА	73
8.	МЕТОДА АСУРЕ	93
9.	УВОД У ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ МЕХАНИЗАМА	108

9.1	Радне силе	108
9.2	Тежине	109
9.3	Силе трења	109
9.4	Инерцијалне силе	111
9.5	Силе притисака у кинематичким везама	113
9.6	Отпори средине	114
9.7	Погонска сила	115
9.8	Задаци динамичке анализе механизма	115
10.	ПОДИЗНИ МЕХАНИЗАМ ТРАКТОРА (Механизам за прикључивање оруђа на трактор)	116
10.1	Структурна анализа и намена	116
10.2	Степен слободе кретања	120
10.3	Услови функционисања подизног механизма	121
10.4	Показатељи рада подизног механизма	123
10.5	Тренутни пол обртања	124
10.6	Кинематички параметри подизног механизма	125
10.7	Преносни однос подизног механизма i_m	130
10.8	Уздушна стабилност тракторског агрегата (динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_d)	130
10.9	Сила дизања на доњим прикључним тачкама F_G	131
10.10	Способност понирања радних органа прикључне машине у земљиште	132
10.11	Стабилност одржавања задате дубине обраде	133
10.12	Анализа међусобних зависности показатеља рада подизног механизма трактора	134
11.	ПЛАНЕТАРНИ ПРЕНОСНИЦИ СНАГЕ (МЕХАНИЗМИ)	137
11.1	Елиптични планетарни преносници	137
11.2	Диференцијални планетарни преносници	138
11.3	Предности планетарних преносника	139
11.4	Геометријски услови функционисања	140
11.5	Кинематички параметри планетарних преносника	141
11.6	Метода плана обимних и угаоних брзина	142
11.7	Метода угаоних брзина (аналитичка метода)	145
11.8	Примена планетарних преносника у тракторима	151
11.9	Планетарни преносник за транслаторно кретање	158
11.10	Степен корисности планетарних преносника η	161
12.	КАРДАНОВ ЗГЛОБ	169
12.1	Угаоне брзине ω и преносни однос i	170

12.2	Угаоно убрзање ϵ	172
12.3	Двоструки карданов зглоб	173
12.4	Удвојен карданов зглоб	174
12.5	Обртни момент и момент инерције гоњеног вратила	175
12.6	Примена на пољопривредним машинама	175
13.	ЈЕДНАЧИНЕ КРЕТАЊА МЕХАНИЗАМА	178
13.1	Метода расподеле енергије	180
13.2	Метода деривације кинетичке енергије	182
13.3	Метода редукције	182
14.	ОДРЕЂИВАЊЕ ПОГОНСКЕ СИЛЕ	185
14.1	Метода кинетостатичке анализе	185
14.2	Одређивање погонске силе Методом редукције	192
15.	УРАВНОТЕЖЕЊЕ МЕХАНИЗАМА	199
15.1	Услови уравнотежења механизма	200
15.2	Методе уравнотежења механизма	202
15.3	Метода главних тачака	203
15.4	Метода хармонијске анализе	209
15.5	Уравнотежење ротора	212
15.6	Мерење уравнотежености механизма	217
15.7	Уређаји за мерење уравнотежености механизма	218
15.8	Делови пољопривредних машина који се уравнотежују у току коришћења	223
16.	БРЕГАСТИ МЕХАНИЗМИ	225
16.1	Брзина и убрзање подизача	227
16.2	Силе које делују на брегасте механизме	228
16.3	Брегасти (неокругли) преносници	228
	ЛИТЕРАТУРА	232

0. ЗАДАТАК И ЗНАЧАЈ МЕХАНИЗАМА ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА

Механизми су релативно млада научнообразовна дисциплина која се нагло развила тек у 20-том веку.

Механизми имају задатак да пренесу кретање и снагу од погонског елемента (од мотора или неког другог извора обртног момента и обртног кретања) до извршних радних делова машина и да при томе обаве неки, нама користан рад.

Захваљујући развоју механизма развиле су се врло различите пољопривредне машине које могу да обаве скоро све агротехничке операције и тиме да замене човека у тешком физичком раду. Још само пре осамдесетак година веома велики број радова у пољопривредној производњи обављан је ручно, као што је сетва, косидба, сакупљање усева, утовар, истовар итд.

Данас су све те операције потпуно механизоване, тако да један човек може сам у току године да обрађује око 200 ха под ратарским културама. Тиме је веома смањен број становништва који се бави пољопривредном производњом. У развијеним земљама, захваљујући потпуној механизованости пољопривредне производње, само око 5% становништва бави се пољопривредном производњом, са тенденцијом смањења овог процента.

Једна од главних ставних пољопривредне производње по обиму, сложености и трошковима је пољопривредна техника (механизација).

Да би се пољопривредне машине могле правилно одабрати, користити, одржавати, развијати и њима управљати мора се поседовати темељно знање из различитих фундаменталних и примењених научностручних области.

Једна од тих области су и Механизми или Примењена механика како се понегде назива. Потребно предзнање за учење предмета “Механизми пољопривредних машина” су из Математике, Механике, Отпорности материјала итд.

Задатак предмета “Механизми пољопривредних машина” је да студенти науче улогу и функцију основних и посебних механизма у пољопривредним машинама, као и могућностима њиховог прилагођавања условима рада у циљу ефикаснијег и рационалнијег коришћења.

Основни и посебни механизми пољопривредних машина анализирани су и проучени са следећих аспеката: степена покретљивости, услова функционисања, начина кретања (путања), брзина, убрзања, сила које их оптерећују, потребне погонске силе, степена корисности, услова рада, уравнотежености итд.

Као посебни механизми пољопривредних машина анализирани су: подизни механизам трактора, карданово вратило, планетарни преносници у трансмисији трактора, брегасти механизми итд. Ови механизми су посматрани и анализирани у стварном окружењу у којем функционишу и аналитички је дефинисан њихов утицај на квалитет обављања радних операција целокупног машинског агрегата.

Тако проучени механизми дају довољно знања да студенти могу да анализирају рад свих других механизма и да могу да их прилагоде машинама и агротехничким операцијама, што је крајњи циљ.

Предмет “Механизми пољопривредних машина” је опште стручни предмет који даје неопходно предзнање за праћење стручно-апликативних предмета, као што су Погонске машине, Пољопривредни трактори, Машине за ратарску производњу, Машине за сточарску производњу, Машине за воћарску производњу итд.

Развој механизма као и других сличних дисциплина омогућио је да се двадесети век често назива веком механизације.

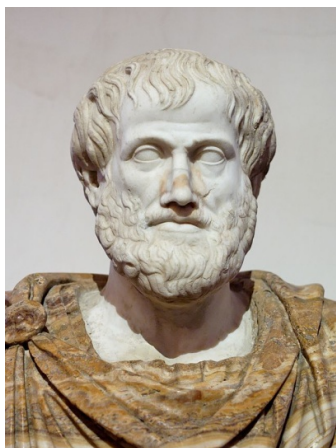
1. РАЗВОЈ МЕХАНИЗАМА

Први облици простих машина и механизма појавили су се давно, када се човек почео бавити ловом и земљорадњом. Била су то једноставна и примитивна средства која су му омогућавала лакши рад: клин у разним варијантама (нож, секира, игла итд.), полуга (штап), копље, лук и стрела, бумеранг, стрма раван итд.

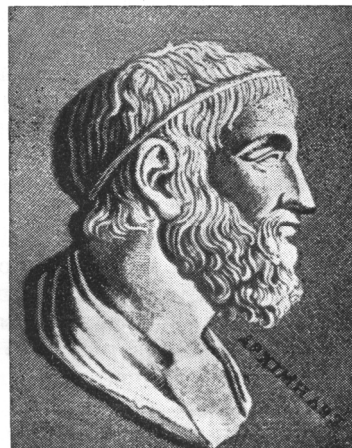
Почетак развоја науке о машинама и механизмима дао је велики грчки научник и филозоф Аристотел - Aristotel (384-322. год. пре н. е.) који је проучавао кретање и дефинисао брзину и силу као узрок кретања. Силе и брзине сабирао је у виду паралелограма и на тај начин дефинисао је појам векторске величине.

Први описани механизми датирају из III века пре н.е. У то доба биле су познате разне алатке под именом просте машине, као што су: точак, катурача, витло, воденица, завртањ, пуж и зупчаник, катапулти итд. Анализом и остварењем ових направа бавили су се познати грчки математичари и физичари тога времена.

Најпознатији је Архимед-Archimед (287-212. год. пре н. е.) који је проучавао аритметику и геометрију и први је дефинисао основне законе кретања и рада полуга и катурача. Поставио је темеље механике (статике, хидростатике и практичне механике). Направио је више машина: за наводњавање, различите војне направе, планетарне механизме итд.



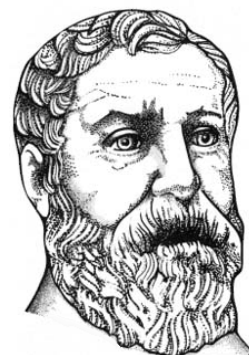
Аристотел (384 - 322. год. пре н. е.)



Архимед (287 - 212. год. пре н. е.)

Херон - Heron (250-150. год. пре н. е.) је проширио ове законе и дао прву кинематичку и динамичку анализу на вретену и зупчанику. Написао је више књига из механике: Подизне машине, Пнеуматика, Војне машине и Театар аутомата. Његов бројач обртаја је претеча механичких рачунарских машина. Описао је принцип рада парне машине, коју је тек у 18. веку енглески физичар Џејмс Ват – James Watt (1736-1819.) направио.

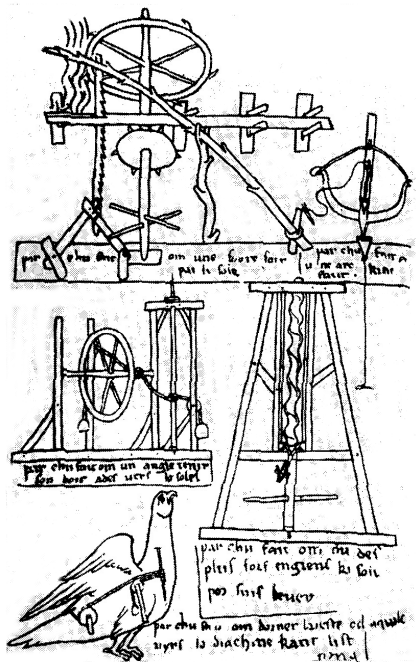
Даљи развој теорије механизма и машина текао је упоредо са развојем друштва. Застој напретка научне мисли био је евидентан од почетка нове ере па све до скоро XIV



Херон (250-150. год. пре н. е.)

века. У том периоду није било значајних открића нити великог развоја науке.

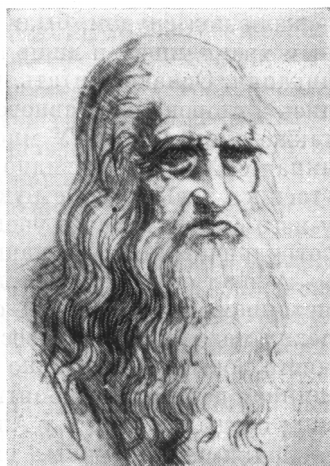
Око 1235. године Вилар де Генекура - Villar de Gennekura написао је Трактат о машинама који садржи описе воденица, тестера и четвороположног механизма, који данас има веома широку примену. Његове скице механизма наговештавају, тада смелу идеју, да се помоћу машине полети.



Леонардо да Винчи - Leonardo da Vinci (1452-1519. год.) имао је изванредан интуитивни дар за машине и дао је значајан допринос у развоју зупчастих преносника за мимоилазна вратила. Направио је више хидрауличких машина, машина за дизање терета, елеватора, машина за сечење дрва итд. Поред тога дао је изванредне идеје за развој нових машина које су се тек после триста и више година реализовале, нпр. хеликоптер.

Италијан Геронимо Кардано – Geronimo Kardano (1501-1576. год.) математичар и лекар, бавио се преносом снаге и обртног кретања и направио је зглавкасту спојницу коју је Роберт Хук – Robert Hook (1635-1703. год.) пре тога дефинисао. И данас има широку примену на возилима, тракторима итд. (карданово вратило). Значајан је његов допринос у развоју механизма за млинове и часовнике. Кардано се бавио математиком и дао је начин решавања једначина трећег степена. Хук је дефинисао закон еластичности тела.

Из рукописа Вилара де Генекура (1235. год.)



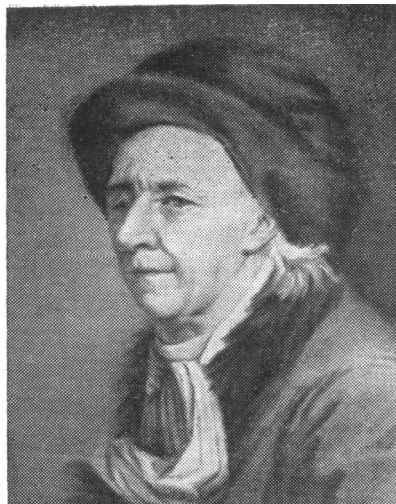
Леонардо да Винчи (1452-1519. год.)



Геронимо Кардано (1501 -1576. год.)

О теорији механизма као науци може се говорити тек од средине XVII века, када почињу систематска истраживања у области кинематике равног и просторног кретања. Најзапаженији радови из тога доба су радови швајцарских математичара Јохана Бернулија -

Johan Bernoulli (1667-1748. год.) и Леонарда Ојлера - Leonard Euler (1707-1783. год.).



Бернули је проучавао равно кретање и проблеме тренутног пола обртања. Ојлер је највећи део живота провео у Русији и анализирао је проблеме просторног кретања крутог тела под утицајем сила. Бавио се теоријом преноса кретања и снаге и закључио да је најповољнији облик бока зубаца зупчаника еволвента. Значајан је по својим достигнућима из области машина, механизма и теорије стабилности еластичних носача. Није му сметало да полуслеп већ од своје 28. године, досегне врхунска остварења.

Леонардо Ојлер (1707-1783. год.)

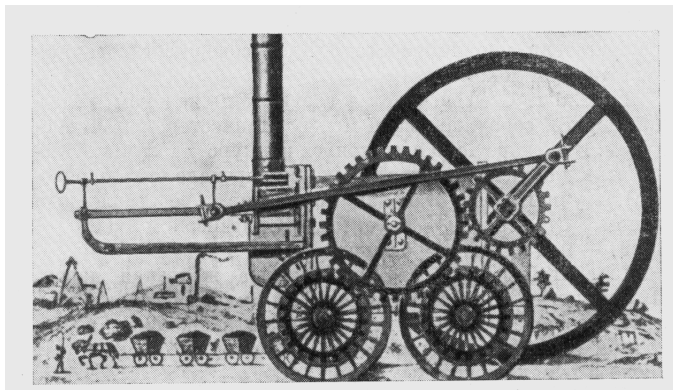


У том периоду је значајан по својим достигнућима из области физике и машина руски научник Михаил Ломоносов - М. В. Ломоносов (1717 - 1765. год.) по коме се данас назива чувени московски универзитет.

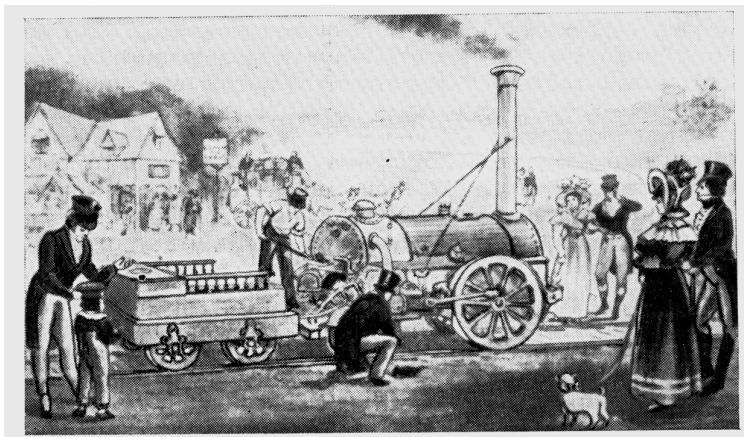
Затим се појављује енглески физичар Џејмс Ват – James Watt (1736-1819. год.) са својим чувеним паралелограмом и новом конструкцијом парне машине. Тиме је остварен Херонов покушај конструкције парне машине још из II века пре н. е. Ват је сматрао да је дао већи допринос науци својим новим полужним механизмима (паралелограмима) него самом парном машином.

Џејмс Ват (1736-1819. год.)

Прво возило парни погон направио енглески инжењер Ричард Тревитка - Richard Trevithick (1771-1833. год.). У исто време Џорџ Стефансон - George Stephenson (1781-1848. год.) имао је више покушаја израде парне локомотиве и сматра се творцем жељезничког транспорта. Радови Тревитке и Стефансона веома су убрзали развој полужних и других механизма.



*Возило на парни погон
Ричард Тревитка (1803. год.)*



*Локомотива Џорџа
Стефансона (1816. год).*



Француски војни инжењер Гаспар Монж - Gaspard Monge (1746-1818. год.) дао је велики допринос у развоју науке и технике идејом да се машине и њени делови цртају у ортогоналним пројекцијама, што је унело потпуну револуцију у техничком цртању и изради техничке конструкционе документације из свих области: машинства, архитектуре, грађевинарства, саобраћаја, пејзажне архитектуре, мелиорација итд. Њему у част Нацртну геометрију називамо и МОНГОметријом.

Као војни инжењер направио је више војних направа и дао значајан допринос у развоју механизма и машина. Поред тога радио је на техничком образовању широких народних маса, што је допринело знатно бржем развоју технике и науке.

Гаспар Монж (1746-1818. год.)

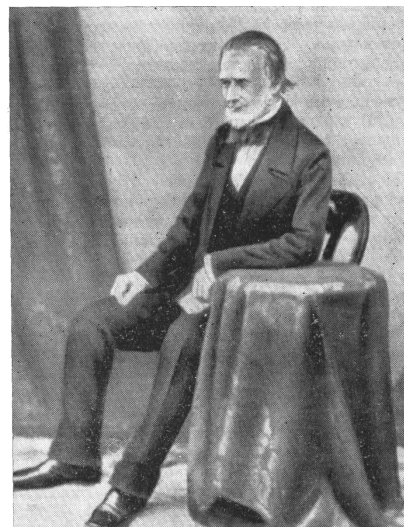
Оснивач "Техничке механике" као научне области је француски математичар Жан Виктор Понкелет – Jean Victor Poncelet (1788-1867. год.). Оснива посебан наставни предмет из теорије механизма под називом: "Примењена механика на машине", који држи на Сорбони у Политехничкој школи у Паризу. Понкелет је поставио темеље теорије еволвентног и циклоидног озубљења.

У том периоду проучавањем закона кретања чланова механизма бавио се француски физичар Ампер - Ampere (1775-1836. год.) и дао замах у развоју кинематике механизма. Ова француска школа имала је велики утицај у Енглеској, Немачкој и у Русији.

Најзначајнији енглески инжењер и археолог је професор Роберт Вилис - Robert Willis (1800-1875. год.). Држао је предавања о машинама и механизмима на колеџу у Кембриџу и написао је више књига о механизмима. Његова књига "Principles of Mechanism" представљала је комплетно шtivo за предмет који се уводио у наставу. Посебно су важна његова проучавања кретања планетарних преносника снаге и рад на систематизацији механизма.



Жан Виктор Понкелет (1788-1867. год.)



Роберт Вилис (1800-1875. год.)

Развоју ове дисциплине у XIX веку у Немачкој много су допринели научници Реулекс, Бурместер и Грублер. Први се сматра творцем немачке школе о теорији механизма, јер је написао и данас савремену књигу "Theoretische Kinematik".



Бурместар је дао значајан допринос развоју метода за синтезу механизма. Познат је његов атлас полужних механизма који се користи у стварању нових и представља пионирско дело из области геометријске синтезе механизма.

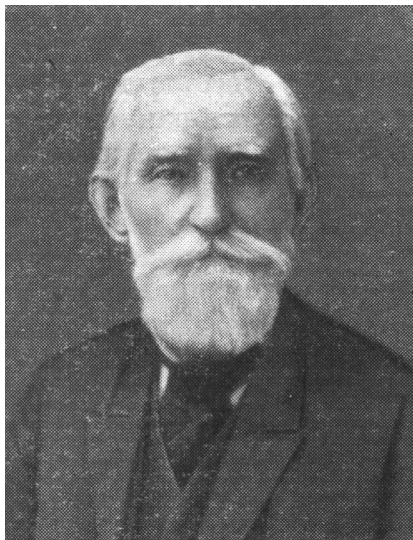
Оснивач руске школе био је чувени математичар Пафнутиј Чебишев – П. Л. Чебышев (1821-1894. год.). Познати су његови радови из области структуре и синтезе механизма. Дао је аналитички израз за одређивање степена покретљивости механизма који се и данас користи.

Бурмесџар (1840-1927. год.)

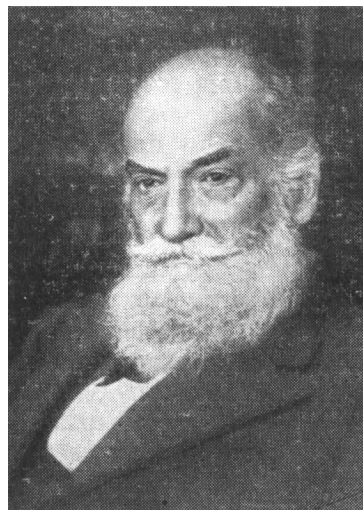
Рад на проучавању проблема које је започео Чебишев наставили су познати руски научници: Жуковски, Асур, Блех, Сомов и др.

Почео је бржи развој метода за анализу и синтезу механизма, чему је нарочито допринео Николај Жуковски - Н.Е. Жуковский (1847-1921. год.) што је убрзало општи развој механизма.

Жуковски се сматра оснивачем и оцем руске авијације. Позната је његова метода редукованог механизма помоћу које се одређује потребна снага на погонском члану механизма.



Пафнутиј Чебишев (1821-1894. год.)



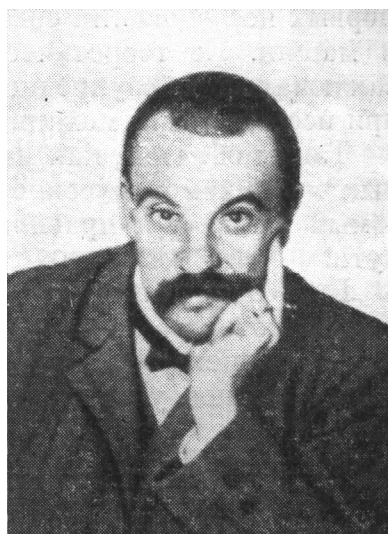
Николај Жуковски (1847- 1921 год.)

У то време утицај руске школе на развој механизма је био веома значајан. Научник Леонид Асур - Л. В. Асур (1878-1920. год.) радио је на систематизацији и класификацији механизма, што је дало нови замах развоју машина и механизма. У то време је радио Н. И. Мерцалов, који је значајан по својим радовима о анализи просторних механизма.

Професор и научник Василиј Горјачкин - В. П. Горячкин (1868-1935. год.) оснива катедру на институту МИИСП (Московский институт инженеров сельскохозјайственного производства) у Москви на Тимирјазевској академији наука на којој се проучавају механизми пољопривредних машина и оснивач је Института за испитивање пољопривредних машина. Познати су његови радови из теорије жетвених машина, теорије рада плуга итд. Дао је једначину по којој се одређује отпор плуга. Пионир је у проучавању механизма пољопривредних машина.



Леонид Асур (1878 - 1920. год.)



Василиј Горјачкин (1868-1935. год.)



Од плејаде савремених научника најпознатије место заузима академик Иван Артоболевски – И.И. Артоболевски (1905-1977. год.). Његови радови обухватају целокупно подручје теорије механизма и основа индустријске роботике. Академик И. И. Артоболевски је објавио бројне радове и књиге које су преведене на све велике светске језике.

Иван Артоболевски (1905-1977. год.)

Значајан допринос развоју теорије механизма дао је и наш научник Бранислав Илић (- 1976. год.), професор Машинског факултета у Београду), посебно својом општом теоријом редукованог механизма, по чему је у свету познат, којом је потврдио методу Жуковског. Објавио је три књиге из ове области.

Од савремених научника познат је холанђанин Јакоб Питер - Jacob Pieter. Године 1956. написао је чувену књигу "Вибрације у машинству" која је и код нас преведена.

Нова ера у проучавању механизма почела је оснивањем Међународне научне федерације ИФТоММ за ТММ (Теорија машина и механизма) 1969. године у Пољској по идеји Артоболевског који је био њен први председник. Трећи конгрес одржан је 1971. год. у Купарима (Југославија). Оснивањем ове федерације означен је почетак међународног тимског рада на проучавању механизма и машина, а посебно покретањем часописа Mechanism and Machine Theory. Активан члан Југословенског комитета ИФТоМ-а је био наш професор Тодор Пантелић са Машинског факултета у Београду, који је допринео развоју и практичном стварању великог броја нових механизма.

Овде су укратко наведени само они који су најзначајније допринели развоју науке о машинама и механизмима. Њихов број је далеко већи, неки су познати, а неки безимени. Сви заједно су заслужни да се 20-ти век назива и веком механизације што је омогућило стварање великог броја различитих радних и технолошких машина, које уместо човека, обављају заморне и тешке послове.

Развојем информатике и рачунара и њихова приступачност широком кругу стваралаца, развиће се и унапредити механизми и машине до тешко предвидљивих граница.

2. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ

Реч механизам потиче од грчке речи *μηχανα* што значи радити машином и од латинске *mechanismus* која означава унутрашњи склоп машине који изводи неко кретање. У писаном облику механизми се помињу у III веку пре н. е. и представљали су просте машине: стрму раван, клин, катурачу, завртањ, зупчаник, пужни преносник итд.

Током развоја технике и науке мењао се појам и дефиниција за механизме. Данас се сматра да је механизам саставни део сваке машине чији је задатак да обави неки рад. При томе обавља трансформацију врсте кретања (нпр. ротационог у праволинијско и обрнуто) и учествује у трансформацији енергије и рада (нпр. топлотне у механички рад и обратно). Има више дефиниција за механизам, најприхватљивија је следећа:

механизам је покретни део било које групе механичких система (прибора, справа, уређаја, машина...) код којег кретање једног члана изазива тачно одређена кретања свих осталих чланова, по унапред утврђеном закону, која произилазе из геометријских и кинематичких веза између чланова механизма.

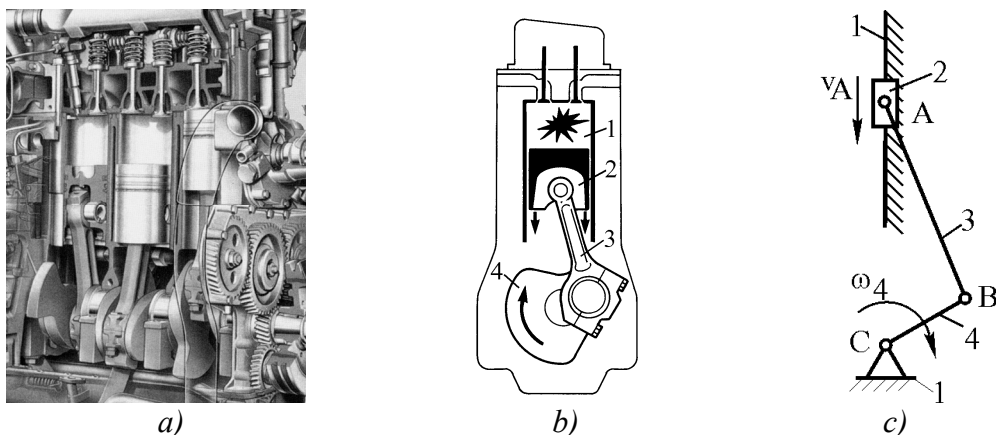
Механизми имају широку примену у свим, па и у пољопривредним машинама. То су, на пример: клипни, четворополужни (са великим бројем трансформација и модификација), кулисни, зупчасти, планетарни, брегасте, запорни и други механизми. Захваљујући, између осталог и развоју механизма, савремене пољопривредне машине могу да обаве, готове све агротехничке операције при производњи пољопривредних култура.

Клипни механизам је саставни део мотора са унутрашњим сагоревањем (SUS) (сл. 2.1а) који топлотну енергију насталу сагоревањем горива трансформише у механички рад и при томе праволинијско кретање клипа претвара у кружно кретање коленастог вратила (радилице) која преко трансмисионог уређаја погони точкове трактора или било ког другог возила.

При проучавању механизма непрактично је њихово приказивање помоћу фотографија, скица или конструкционих цртежа, већ се користи шематски начин цртања. Шематски цртежи се цртају помоћу графичких симбола, од којих су неки дефинисани националним и међународним стандардима, док се остали, мање више, на одређен начин уједначено цртају у светској и нашој литератури. На сл. 2.1 под а) приказана је фотографија мотора са клипним механизмом, под б) скица, а под с) његова кинематичка шема.

Елементарни саставни кинематички делови механизма називају се члановима и обележаваће се арапским бројевима 1, 2, 3 итд. Сваки механизам мора да има следеће чланове: непокретан, погонски, спојни и радни. Са бројем 1 обележаваће се непокретан члан (постољни члан) и биће шрафиран. Механизам може да буде спојен са постољем на више места, односно да има више непокретних чланова, међутим то је само један, а не нови члан, те ће се сви обележавати бројем 1. Сваки механизам мора да има један погонски члан и обележаваће се бројем 2. Неки механизми (планетарни) могу имати два и више погонских чланова. Кинематичке везе чланова називају се кинематичким тачкама и обележаваће се великим латиничним словима А, В, С...

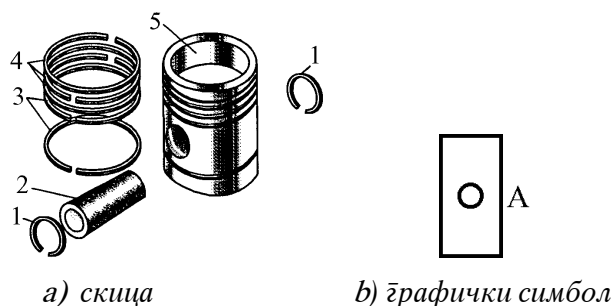
Код клипног механизма (сл. 2.1) непокретни члан (1) је стублина у којој се креће клип, као и ослонац радилице. Погонски члан је клип (2), спојни клипњача (3), а радни члан је радилица (4). Овај механизам представља затворен кинематички ланац. Поред ових, механизми могу бити и у отвореном кинематичком ланцу (сл. 3.9) код којих слободан члан (5) нема једнозначно кретање.



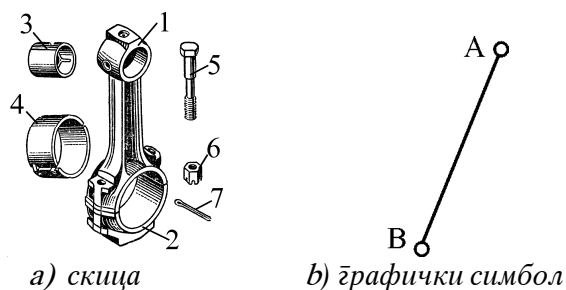
Сл. 2.1: Слика, скица и кинематичка шема клипног механизма мотора *SUS*
 1) непокретни члан (стублина и ослонац радилице), 2) погонски члан (клип),
 3) клипњача, 4) коленасто вращило (радилица)

Да би клипни механизам правилно обављао своју функцију у мотору, поред кинематичких чланова има и друге делове који се називају елементи или делови. То су клипни прстенови, осовиница која спаја клип и клипњачу, осигурачи (сл. 2.2), лежачи, опруге, флуиди,

гасови, ужад, ланци завртњи итд. Ови елементи немају кинематичку улогу у механизму, већ својим деловањем утичу да механизам оствари задато кретање и функцију у мотору или неком другом уређају.



Сл. 2.2: Клип мотора *SUS* са саставним деловима
 1. осигурачи, 2. осовиница, 3. уљни прстенови,
 4. заштитни прстенови, 5. тело клипа



Сл. 2.3: Клипњача мотора *SUS*
 1. мала песница, 2. велика песница, 3. мала чаура, 4. велика чаура, 5. завртњак, 6. навртка, 7. осигурач

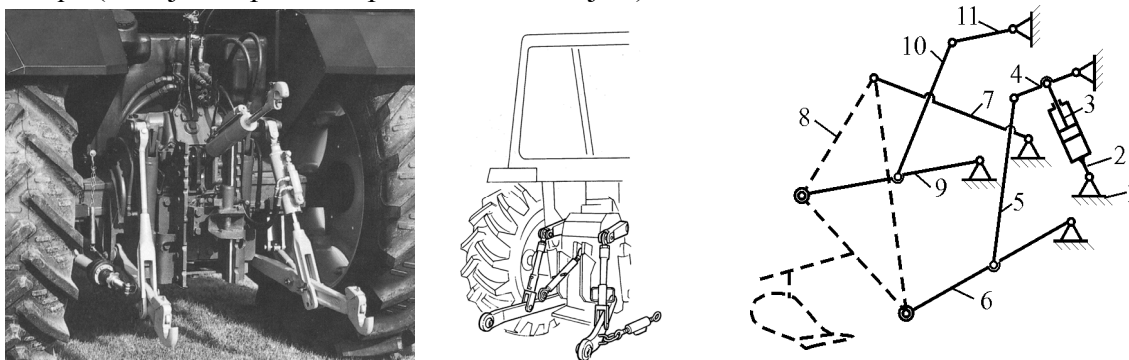
Клип мотора (сл. 2.2) састоји се из више делова: осигурача (1), осовинице (2), више клипних прстенова (3), (4) и самог тела клипа (5). Осовиница спаја клип са клипњачом и омогућава зглобну везу. Клипни прстенови су неопходни због заптивања и подмазивања. Међутим, на кинематичкој шеми, где се анализира само кретање, клип се приказује шематски без саставних делова (сл. 2.2b).

Клипњача мотора спаја клип и радилицу и има различите конструкционе облике (сл. 2.3). Може бити једноделна или дводелна. Саставни делови клипњаче су: горњи део са малом песницом (1), доњи део са великом

песницом (2), мала чаура (3), велика чаура (4), завртањ за спајање (5), навртка (6) и осигурач (7). Клипњача се на кинематичкој шеми приказује без наведених делова, већ као и други полужни чланови са две кинематичке тачке А (мала песница) и В (велика песница).

Следећи пример механизма на пољопривредним машинама, који ће се у овој књизи анализирати је подизни механизам трактора који спаја трактор са прикључном машином (сл. 2.4). То је сложени просторни механизам, који се састоји из кулисног механизма проширеног са више полужних механизма. Улога му је да носи прикључну машину и да заједно са хидрауличним системом регулише њен положај у односу на трактор и земљиште. Од подизног механизма зависи квалитет рада прикључне машине и укупан степен корисности трактора.

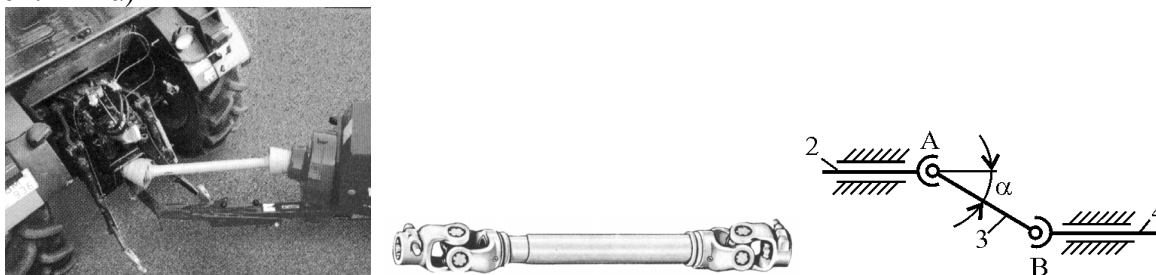
Погонска група 2 и 3 подиже две доње полуге 6 и 9 и једну горњу 7, које су спојене са прикључним троуглом оруђа 8, који је спољашњи кинематички члан подизног механизма трактора (зато је нацртан испрекиданом линијом).



Сл. 2.4: Подизни механизам трактора: слика, скица и кинематичка шема

1. постољни члан, 2. хидраулички цилиндар, 3. клип, 4, 11. рамена, 5, 10. додне полуке, 6, 9. доње полуке, 7. горња полука, 8. прикључни троугао оруђа

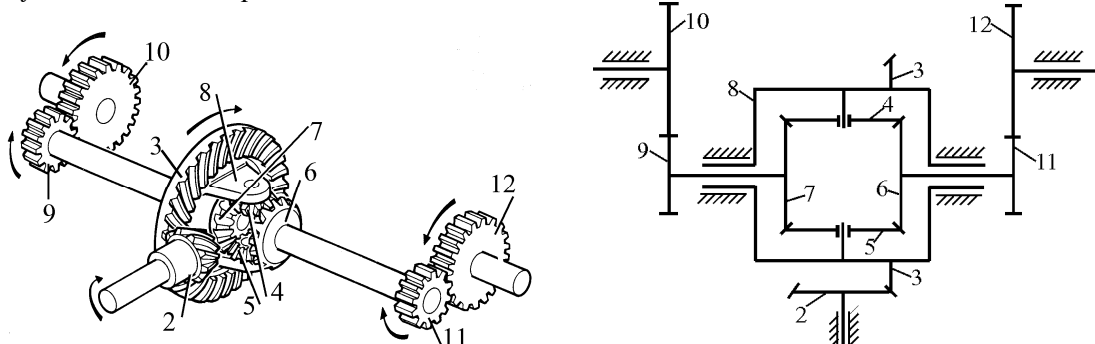
Карданово вратило се састоји из једног или више карданових зглобова (спојница А и В) који омогућавају погон са једног на друго вратило која се секу под неким углом α (сл. 2.5). Карданово вратило се користи за пренос кретања на већа растојања, за погон активних радних органа прикључних машина од погонских и за друге сличне потребе. Омогућава потребну покретљивост прикључне машине у односу на трактор и конфигурацију терена (земљишта).



Сл. 2.5: Карданово вратило; слика, скица и кинематичка шема
2. погонско вратило, 3. међувратило, 4. гоњено вратило

Планетарни преносници снаге, као и сви остали преносници су веома заступљени у пољопривредним машинама. Посебно имају велику примену у трансмисионим уређајима савремених трактора, јер заједно са другим елементима омогућавају аутоматизовану промену степена преноса без прекида тока снаге (под оптерећењем). Диференцијални планетарни

преносник (диференцијал) се користи за погон точкова трактора и других возила (сл. 2.6). Овај механизам омогућава да се точкови трактора погоњени једним преносником обрћу различитим бројем обртаја при скретању у кривини. Тада се унутрашњи точкови обрћу спорије, а спољашњи брже.



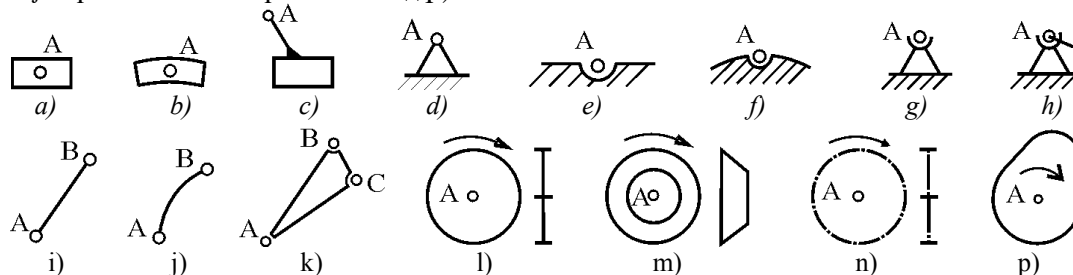
Сл. 2.6: Диференцијални планетарни преносник снаге: скица и кинематичка шема
2. погонски зупчаник, 3. конични зупчаник, 4 и 5. зупчаници саителити, 6 и 7. сунчани зупчаници, 8. носач саителитија, 9, 10, 11 и 12 зупчаници за погон точкова

Ово су само неки примери механизма који имају примену на пољопривредним машинама, а који ће се анализирати у овој књизи. Функционисање механизма у оквиру машина, зависи од његових структурних, кинематичких и динамичких параметара. Неки од ових параметара у току рада се могу мењати, чиме се механизам прилагођава условима рада (земљишту, култури, склопу биљака итд.) Стога је битно знати принципе и законитости рада механизма како би се машина у целини правилно и функционално користила и прилагодила радној операцији и биљци.

2.1. Кинематички чланови

Кинематички чланови су врло различити по свом конструкционом изгледу, по кинематичкој улози у механизму и по начину спајања са другим чланом (кинематичкој вези). Зависно од тога омогућавају различите врсте кретања и јављају се различите врсте трења.

На сл. 2.7 приказани су графички симболи неких од најчешће коришћених чланова механизма. Клизачи имају могућност за клизну и ротациону везу са другим члановима (сл. 2.7 а, б и с). Цртање непокретних ослонаца са ротационом везом приказано је на истој слици под d), е) и f), а са сферном и полусферном везом под g) и h). Полужни чланови са две ротационе кинематичке везе приказане су под i) и j) а са три везе под k). Шематско цртање цилиндричних и конусних зупчаника у два погледа приказано је под l) и m), а ланчаника под n), док је брегаста члан приказан под p) на сл. 2.7.



Сл. 2.7: Графички симболи неких кинематичких чланова
a, b, c) клизачи; d, e, f, g, h) ослонаци; i, j, k) полужни ротациони чланови; l) цилиндрични зупчаник; m) конични зупчаник; n) ланчаник; p) брегаста члан

2.2. Кинематички парови

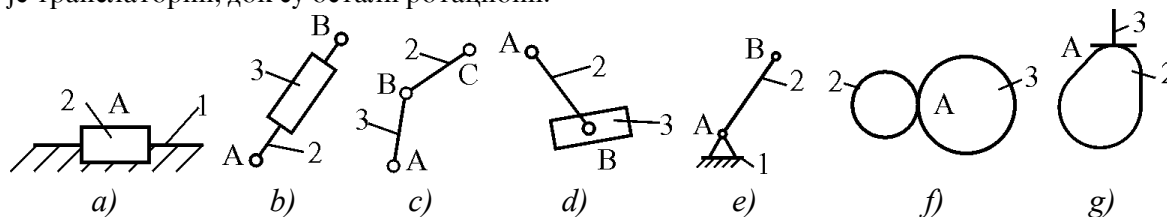
У кинематичком смислу елементарни делови механизма нису чланови већ кинематички парови. Кинематички пар сачињавају два члана, од којих бар један треба да је покретан. Веза чланова у кинематичком пару је различита и зависно од тога како могу, један у односу на други да се различито крећу: ротационо, клизно или сложено. Кинематички парови могу да се крећу само у једној равни, тада се називају равански или у простору, те су просторни кинематички парови.

Неки примери раванских кинематичких парова приказани су на сл. 2.8. Равански клизни парови су такви да један члан у односу на други може да се креће само транслаторно у једној равни (сл. 2.8a,b). Клизач 2 (сл. 2.8a) може само да клиза по непокретном члану 1, или обрнуто ако се ослободи члан 1, а уочи члан 2, тада ће члан 1 имати само клизно (транслаторно) кретање унутар члана 2. Без обзира који је члан покретан 1 или 2, релативно кретање између њих остаје исто (непромењено). Транслаторни кинематички пар 2, 3 (сл. 2.8b) има оба покретна члана. Да би се одредила врста релативног кретања између покретних чланова замисли се да је један непокретан, нпр. члан 2. Очигледно је да клизач 3 може само да клиза по члану 2. То исто важи ако се замисли да је непокретан клизач 3, тада ће се члан 2 транслаторно кретати унутар члана 3.

Ротациони равански пар омогућава ротационо кретање једног члана у односу на други у једној равни (сл. 2.8c,d,e). Ако се заустави члан 3 (сл. 2.8c,d) тада ће се члан 2 ротационо кретати око члана 3 у једној равни. Исто релативно ротационо кретање добија се ако се замишљено уочи члан 2.

Равански парови са сложеним кретањем имају и ротационо и транслаторно кретање (сложено) једног члана у односу на други у једној равни (сл. 2.8f,g). Спрегнута зупци на два спрегнута зупчаника (сл. 2.8f) клизају се и котрљају један по другом. Такође се и брег 2 (сл. 2.8g) клиза и котрља по члану 3.

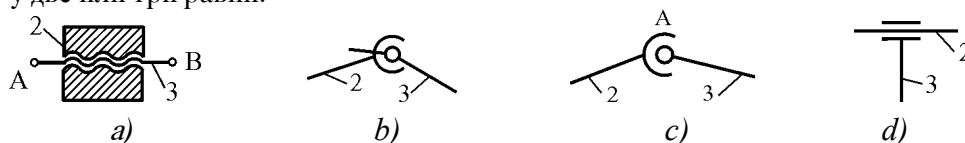
Клипни механизам (сл. 2.1c) је равански механизам и има укупно четири кинематичка пара: 1,2; 2,3; 3,4; и 4,1 који један у односу на други могу да се крећу само у једној равни. Пар 1, 2 је транслаторни, док су остали ротациони.



Сл. 2.8: Равански кинематички парови

a, b) транслаторни; c, d, e) ротациони; f) зупчаници; g) брег-клизачни

Просторни кинематички парови су они парови, где један члан у односу на други може да се креће у простору (сл. 2.9). Код хеликоидног пара (навртка 2 и завртањ 3) чланови се крећу у две међусобно управне равни, као и код ротационог пара под d). Навртка 2 у односу на завртањ 3 има ротационо и транслаторно (сложено) кретање, као и чланови 2 и 3 пара под d). Полусферни и сферни парови (сл. 2.9b,c) омогућавају члановима ротационо кретање у простору у две или три равни.



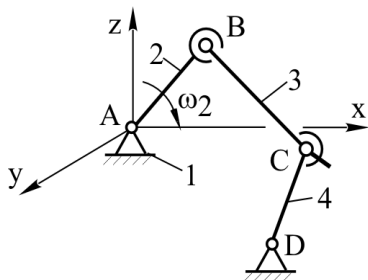
Сл. 2.9: Просторни кинематички парови

a) хеликоидни, b) полусферни, c) сферни, d) ротациони

Просторни четворополужни механизам (сл. 2.10) има четири кинематичка пара. Кинематички пар 1, 2 и 4, 1 су ротациони равански, пар 2, 3 је просторни сферни, а 3, 4 је просторни полусферни пар.

2.3. Нижи и виши кинематички парови

Према величини додирне површине кинематички парови се деле на ниже и више. Нижи парови су они који се међусобно додирују по површини. То су клизни парови (сл. 2.8a,b и сл. 2.9d), хеликоидни парови (сл. 2.9a) итд. Код нижих парова трење је веће, те је потребна и већа енергија за његово савладавање. Степен корисности нижих парова је мањи, као и специфични притисак, те се могу користити материјали са мањим вредностима механичких карактеристика.



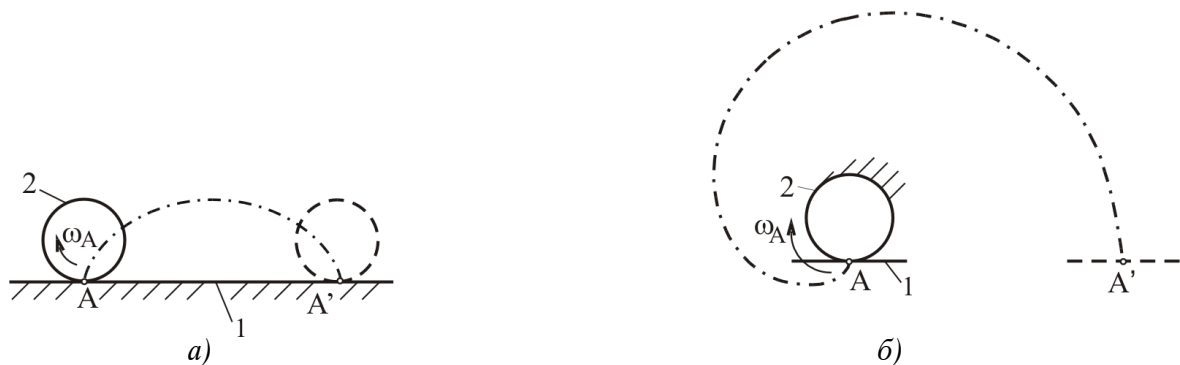
Виши кинематички парови су они код којих се чланови међусобно додирују по малој површини (тачки, линији). У ове парове спадају зупчasti и брегасти парови (сл. 2.8f,g). Одликују се малим трењем и великим специфичним притисцима, те се израђују од материјала за већим вредностима механичких карактеристика. Степен корисности је већи него код нижих кинематичких парова.

Сл. 2.10: Просторни механизам

2.4. Реверсибилни и иреверсибилни кинематички парови

Према својству обрнутости кретања кинематички парови се деле на реверсибилне и иреверсибилне. Реверсибилни парови су они код којих се променом постољног члана не мења врста кретања. У ову групу спадају транслаторни, ротациони, хеликоидни и други парови. На пример, код клизног кинематичког пара (сл. 2.8a) међусобно релативно кретање између чланова ће бити исто, без обзира да ли ће постољни (непокретни) члан бити 1 или 2.

Иреверсибилни парови су они код којих се мења врста кретања променом постољног члана. На пример, кинематички пар који се састоји из полужног члана 1 и точка 2 (сл. 2.11) је иреверсибилан. У првом случају када је члан 1 непокретан, а точак 2 се креће котрљањем без клизања, путања било које тачке на ободу точка је циклоида. Ако је точак 2 непокретан, а покретан полужни члан 1, тада ће путања тачке на штапу бити еволвента.



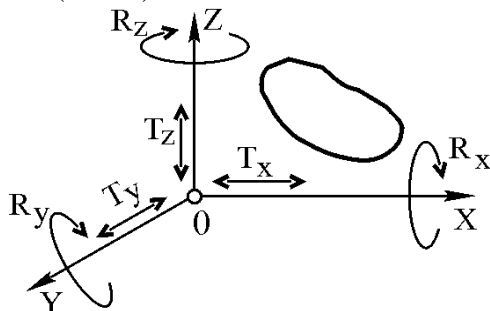
Сл. 2.11: Иреверсибилни кинематички пар

а) точак се котрља без клизања по правој линији (циклоида), б) права се котрља по точку (еволвента)

3. СТЕПЕН СЛОБОДЕ КРЕТАЊА

Степен слободе кретања (SSK) или степен покретљивости је основни податак о могућностима кретања кинематичких парова и механизма у целини.

Слободан и независан члан у простору има шест степени слободе кретања, тј. шест независних компоненталних кретања, три translације по осама X, Y и Z и три ротације око њих (сл. 3.1).



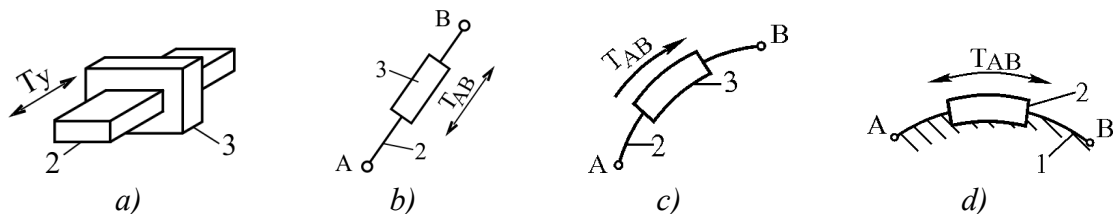
Један независан члан (слободан, није у контакту са другим) нема функцију у машини и увек је у додиру са неким другим чланом или другим делом машине. Стога ћемо посматрати кретање и одређивати степен слободе кретања кинематичких парова и механизма у целини, а не одвојено кретање и степен слободе кретања појединачних његових чланова.

Сл. 3.1: Степен слободе кретања једног произвољног члана у простору

3.1. Степен слободе кретања кинематичких парова

Чим се два члана споје, било којом кинематичком везом у један кинематички пар, један другом ограничавају кретање, односно смањује им се број степени слободе кретања. Зависно од врсте кинематичке везе, кинематички парови могу да имају један, два, три, четири и максимално пет степени слободе кретања. Кинематички пар не може да има шест степени слободе кретања. Такође, не може бити степен слободе кинематичког пара једнак нули, јер престаје бити пар, већ је непомичан члан.

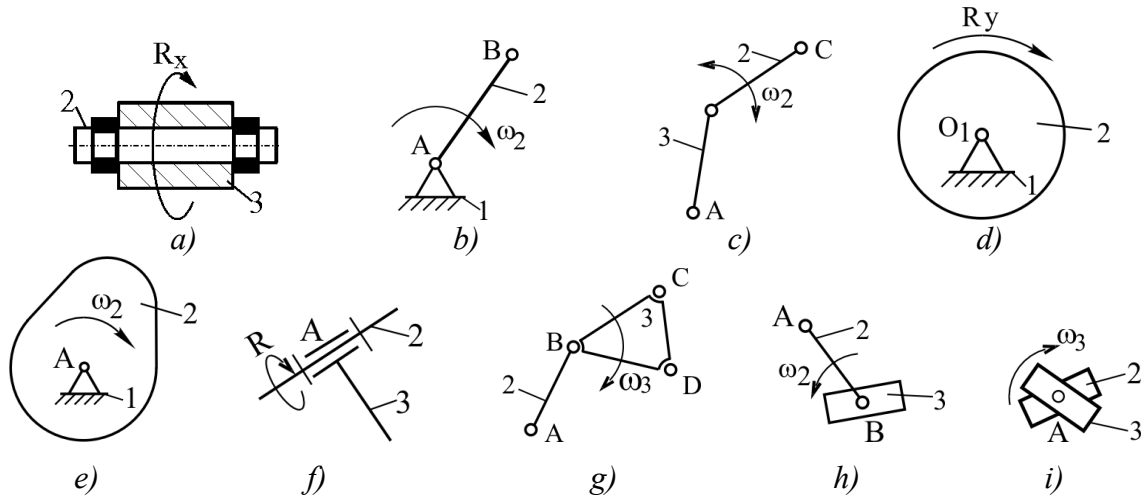
Кинематичким паровима са једним степеном слободе кретања је одузето пет (од укупно шест), тако да се један члан у односу на други може кретати само на један од шест назначених различитих компоненталних кретања. Називају се паровима првог реда. Транслаторни кинематички парови са једним степеном слободе кретања (сл. 3.2) имају могућност само translације по оси Y или по правцу члана АВ. Ако се замишљено укрути један члан, нпр. 2, тада ће члан 3 имати само translацију, или обрнуто, ако се замишљено укрути члан 3, тада ће се члан 2 моћи кретати само транслаторно. Транслаторно кретање може бити и по другим осама или по другим правцима.



Сл. 3.2: Транслаторни кинематички парови са једним степеном слободе кретања

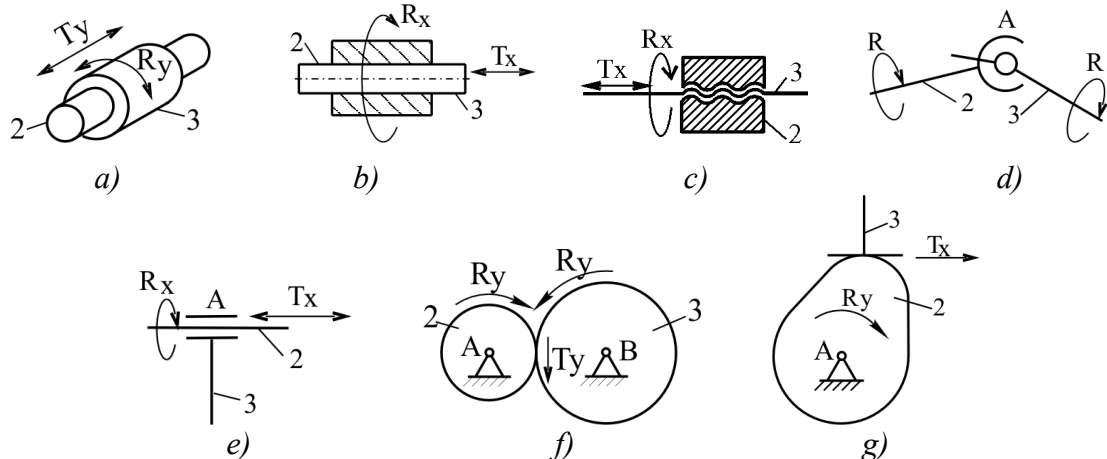
Пар са сл. 3.2b назива се кулисни пар и то су нпр. клип и хидраулични цилиндар који имају широку примену на пољопривредним машинама. Транслаторни парови могу имати различита конструкциона решења (различити облици чланова, различити попречни пресеци итд.).

Ротациони кинематички парови са једним степеном слободе кретања имају могућност само једне ротације, релативног кретања једног члана око другог. То значи ако се условно један члан укрути, други има могућност само ротације око њега. На сл. 3.3. приказани су само неки кинематички ротациони парови са једним степеном слободе кретања који имају широку примену и на пољопривредним машинама. Вратила, осовине, ротори итд. представљају се као на овој слици под а) и б). Зупчаници, фриктиони точкови и други преносници снаге и обртног кретања (под d), као и брегаста осовина (под е), имају један степен слободе кретања у односу на непокретни члан (своју геометријску осу) око које се обрћу.



Сл. 3.3: Ротациони кинематички парови са једним степеном слободе кретања

Кинематички парови са два степена слободе кретања, такође имају примену на пољопривредним машинама и називају се паровима другог реда. То су парови којима је одузето четири степена слободе кретања, тако да један у односу на други члан могу да се крећу на два различита компонентална начина (сл. 3.4). Углавном је то комбинација транслаторног и ротационог кретања.



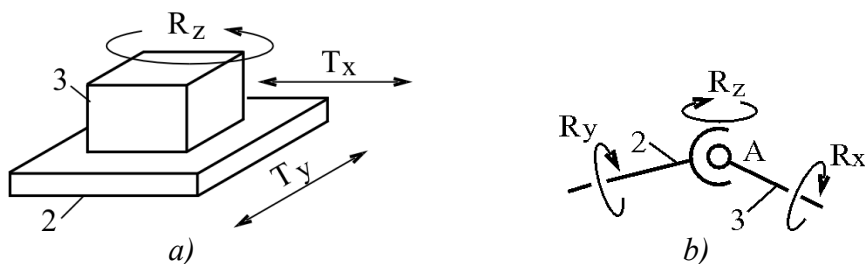
Сл. 3.4: Кинематички парови са два степена слободе кретања

На овој слици 3.4 под а) и б) представљени су нпр. преносници или точкови који се обрћу око своје осе и аксијално су померљиви по вратилу или осовини на којој се налазе. Све завртањске везе имају два степена слободе кретања (под с). Карданов зглоб са граничником

(под d), има две ротације. Два спрегнута зупчаника (или фриксиона точка) (под f) један у односу на други имају два степена слободе кретања, ротацију и релативно клизање. Такође, и брегасти кинематички пар, (под g) има два степена слободе кретања (брег у односу на подизач).

Кинематичким паровима са три степена слободе кретања одузето је три степена, од укупно шест и називају се паровима трећег реда. То су парови који имају комбинацију транслаторних и ротационих кретања (сл. 3.5). Карданов кинематички зглоб (под b) са три ротације, око оса X, Y и Z има широку примену на кардановом вратилу које се користи за погон активних радних органа пољопривредних прикључних машина од трактора.

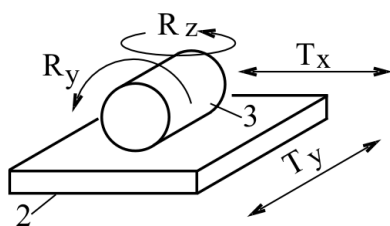
Карданов зглоб омогућава пренос кретања са вратила на вратило која се налазе под неким углом и омогућава прилагодљивост прикључне машине и трактора различитим конфигурацијама терена (земљишта, подлоге).



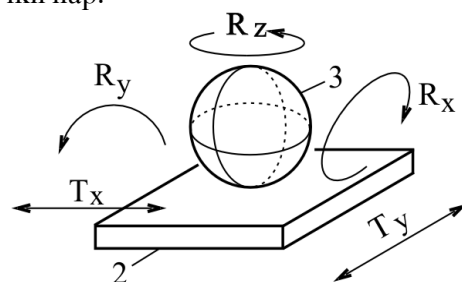
Сл. 3.5: Кинематички парови са три степена слободе кретања

Кинематички парови са четири степена слободе кретања (парови четвртог реда) немају већу практичну примену. Њима је одузето два степена слободе кретања, од укупно шест. Типичан пар четвртог реда је ваљак на плочи (сл. 3.6). Ваљак у односу на непокретну плочу има две транслације по осама X и Y и две ротације око оса Y и Z.

Кинематички парови са пет степена слободе кретања (парови петог реда) немају практичну примену. Пример кинематичког пара петог реда је лопта на плочи (сл. 3.7). Лопта у односу на плочу има две транслације и три ротације. Само не може да има транслацију по осе Z јер би се раздвојили и престали бити кинематички пар.



Сл. 3.6: Кинематички пар са четири степена слободе кретања



Сл. 3.7: Кинематички пар са пет степена слободе кретања

Степени слободе кретања појединачних кинематичких парова утичу на степен слободе кретања механизма.

3.2. Степен слободе кретања механизма

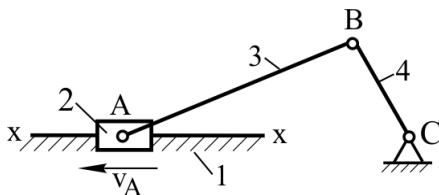
Степен слободе кретања механизма (SSK), тј. степен покретљивости механизма може се дефинисати на три начина.

1. Под SSK подразумева се број чланова у механизму које, сем постоља (члана 1) треба учврстити (укрутити) да би цео механизам постао крута фигура.

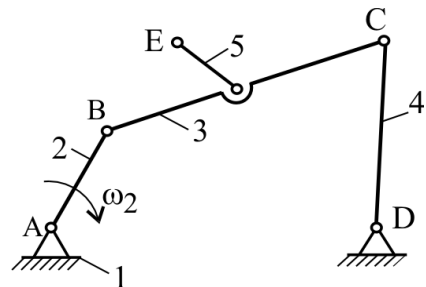
Ако се код клипног механизма (сл. 3.8) учврсти погонски члан 2 очигледно је да се неће моћи кретати члан 3, а самим тим и члан 4. Ако се ослободи члан 2, а укрути 3, не могу се кретати чланови 2 и 4. Исто ће се десити ако се укрути члан 4, непокретни ће бити чланови 3 и 2. Из ове кратке анализе произилази да укрућењем једног, било којег покретног члана, механизам престаје бити механизам, тј. постаје крута фигура, што значи да овај механизам има један степен слободе кретања ($SSK=1$).

Проширени четворополужни механизам (сл. 3.9) са чланом 5 има једну потенцијалну кинематичку везу (зглоб Е). Ако се укрути погонски члан 2 неће се моћи кретати чланови 3 и 4, док ће се и даље моћи кретати члан 5, што значи да механизам има више од једног SSK. Механизам ће постати крута фигура, тек ако се поред члана 2 укрути и члан 5, што значи да механизам има два SSK.

Клипни механизам (сл. 3.8) представља затворен кинематички ланац, а проширени четворополужни механизам (сл. 3.9) је отворени кинематички ланац.



Сл. 3.8: Клипни механизам са једним SSK



Сл. 3.9: Полужни механизам са два SSK

2. Под SSK подразумева се број погонских чланова у механизму, чијим кретањем би се сви остали чланови кретали једнозначно по унапред одређеном закону.

Потребан број погонских чланова механизма, да би се механизам једнозначно кретао, одређује се визуелно и помоћу структурне формуле Чебишева (Чебышев, 1821 – 1894. год.).

Степен слободе кретања визуелно се одређује на начин како је то речено под тачком 1. Клипни механизам са сл. 3.8 треба да има један погонски члан, било клип 2 (код мотора SUS) или члан 4 (код пумпи, преса итд.) па да се сви остали покретни чланови једнозначно крећу. Механизам са сл. 3.9 треба да има два погонска члана, чланови 2 и 5, или чланови 4 и 5 да би се цео механизам једнозначно кретао.

Структурна формула Чебишева за одређивање SSK има општи облик:

$$SSK = (6 - m)(n - 1) - \sum_{i=1}^{5-m} (6 - m - i)P_i, \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

где је: m – број почетних ограничења, n – укупан број чланова механизма (покретни и непокретни); i – ред кинематичког пара; P_i – број кинематичких парова i -тог реда.

Сваки механизам састоји се из више кинематичких парова различитих редова који одређују SSK механизма. Кинематички пар првог реда одузима механизму пет SSK; пар

другог реда одузима механизму четири SSK; трећег реда одузима три SSK; четвртог реда одузима два и петог реда одузима механизму један SSK.

Ако је механизам просторни, без икаквих других почетних ограничења у кретању, односно када је број почетних ограничења $m=0$, једначина (3.1) ће имати облик:

$$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5, \dots\dots\dots (3.2)$$

где је: P_1 - број кинематичких парова са једним SSK; P_2 - број кинематичких парова са два SSK; P_3 - број кинематичких парова са три SSK; P_4 - број кинематичких парова са четири SSK и P_5 - број кинематичких парова са пет SSK.

Једначина (3.1) може имати и друге облике зависно од броја почетних ограничења. Ако механизам у старту има једно ограничење ($m=1$) тада једначина за одређивање SSK гласи:

$$SSK = 5(n-1) - 4P_1 - 3P_2 - 2P_3 - P_4. \dots\dots\dots (3.3)$$

Када механизам има два ограничења ($m=2$) једначина има облик:

$$SSK = 4(n-1) - 3P_1 - 2P_2 - P_3. \dots\dots\dots (3.4)$$

За раванске механизме код којих је број почетних ограничења у кретању једнак три ($m=3$) једначина за одређивање SSK једнака је:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2. \dots\dots\dots (3.5)$$

Почетно ограничење (m) представља број различитих компоненталних кретања која механизам не може да има, због врсте кинематичких веза између чланова. Ако механизам нема почетних ограничења ($m=0$), као нпр. просторни механизам са сл. 3.10, који може да има све три translације и све три ротације око оса X , Y и Z , тада је $m=0$.

Четворополужни равански механизам са сл. 3.11 има у старту три ограничења ($m=3$) јер не може да се креће транслаторно по оси Y и ротационо око оса Z и X , јер би у противном изашао из вертикалне равни коју одређују осе X и Z и престао би бити равански механизам.

Четворополужни механизам (сл. 3.10) је просторни механизам, те се за одређивање SSK користи једначина (3.2). Механизам има четири члана ($n=4$), два кинематичка пара са једним степеном слободе кретања $P_1=2$ (1,2 и 4,1), један пар са два степена слободе кретања $P_2=1$ (3,4) и један пар са три степена слободе кретања $P_3=1$ (2,3), те је:

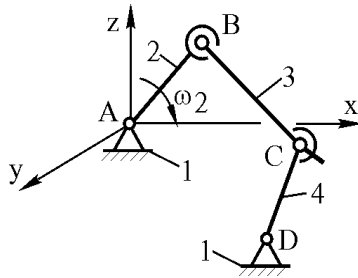
$$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6(4-1) - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 1.$$

Механизам има један SSK, што значи да је потребан један погонски члан, па да се остали чланови крећу једнозначно, зависно од кретања погонског члана и геометријских вредности свих чланова механизма. Који ће члан бити погонски, у структурном погледу није битно. Из техничких разлога најпогодније је да погонски члан има ротационо кретање, затим транслаторно и тек онда члан са сложеним кретањем.

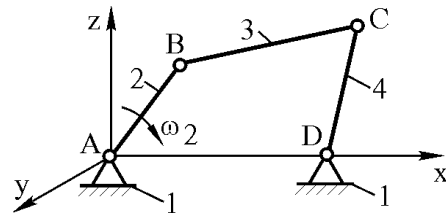
Механизам са сл. 3.11 је равански јер има могућност да се креће само у једној равни (која је дефинисана осама X и Z). Стога се за одређивање SSK користи једначина (3.5). За овај механизам је $n=4$, $P_1=4$ (1,2; 2,3; 3,4 и 4,1) и $P_2=0$, те је:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Када би се за равански механизам са сл. 3.11 користила једначина за просторни механизам (3.2) резултат би био $SSK = -2$. То значи да би требало укрутити два члана овог механизма, да се не би сам од себе кретао, што свакако не може бити.



Сл. 3.10: SSK просторног механизма



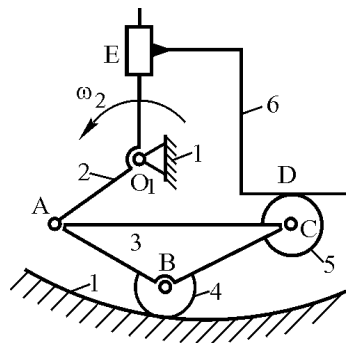
Сл. 3.11: SSK равнског механизма

Степен слободе кретања клипног механизма са сл. 3.8 је

$$SSK = 3(n - 1) - 2P_1 - P_2 = 3(4 - 1) - 2 \cdot 4 - 0 = 1, \text{ јер је } n=4, P_1=4 (1,2; 2,3; 3,4 \text{ и } 4,1) \text{ и } P_2=0.$$

Степен слободе кретања проширеног четворозглобног механизма са сл. 3.9 је: $SSK = 3(n - 1) - 2P_1 - P_2 = 3(5 - 1) - 2 \cdot 5 - 0 = 2$, јер је $n=5$, $P_1=5 (1,2; 2,3; 3,4; 3,5 \text{ и } 4,1)$ и $P_2=0$. Да би се механизам кретао једнозначно треба да буду два погонска члана: члан 2 и 5 или 4 и 5. Када би био погонски члан само члан 2, тада би се члан 5 кретао произвољно (неодређено).

Механизам са сл. 3.12 је равански који има: $n=6$, $P_1=5 (1,2; 2,6; 2,3; 3,4; 3,5)$ и $P_2=2 (4,1; 5,6)$, те је: $SSK = 3(n - 1) - 2P_1 - P_2 = 3(6 - 1) - 2 \cdot 5 - 2 = 3$. По другој дефиницији произилази да овај механизам треба да има три погонска члана како би се остали кретали једнозначно. Анализом могућности кретања сваког члана може се закључити да то не може бити, јер ће се механизам једнозначно кретати ако погонски члан буде само један, нпр. члан 2. Међутим, кретање чланова 4 и 5 није једнозначно. Ови чланови ће се обртати око својих оса угаоним брзинама ω_4 и ω_5 чије вредности могу бити различите и нису битне за функционисање механизма. Чланови 4 и 5 могу чак и да се не обрћу (да се укруте), опет би механизам функционисао обртањем само погонског члана 2, једино са повећаним трењем клизања између чланова 4, 1 и 5, 6. Значи да су друга два степена слободе кретања уствари вредности угаоних брзина чланова 4 и 5, што може, а и не мора бити битно за функционисање самог механизма. Ова два степена слободе кретања се називају фиктивним SSK.

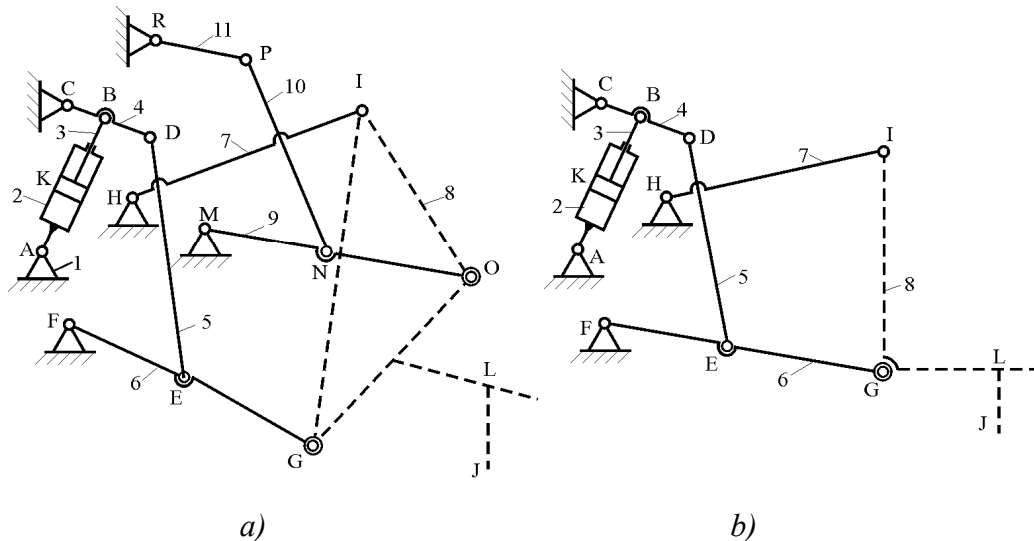


Сл. 3.12: SSK механизма

На слици 3.13 приказан је механизам уређаја за прикључивање оруђа на трактор (подизни механизам трактора). Сви трактори који се серијски производе имају исту овакву структуру чланова, с том разликом да неки имају два хидраулична цилиндра и могу бити на различитим местима постављени.

Механизам је сложен јер се састоји из два једноставнија механизма који могу засебно да функционишу и да се анализирају. Први једноставан механизам представљају чланови 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Други једноставан механизам сачињавају чланови 1, 9, 10, 11, 7, 8 и погонски клип који би био у вези са чланом 11. Члан 8 је спољни члан и он у физичком смислу не припада овом механизму. То је члан који се налази на прикључној машини; назива се прикључни троугао или пирамида. Међутим, подизни механизам је у функцији тек када је

прикључено оруђе на трактор, те се спољни члан 8 у структурном, кинематичком и динамичком смислу сматра саставним чланом овог механизма.



Сл. 3.13: Схематички прикази подизног механизма трактора

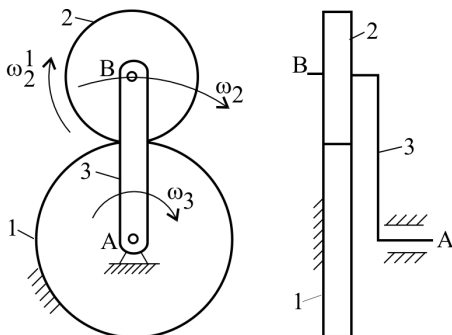
Подизни механизам трактора је просторни, међутим може се сматрати да је сваки од два једноставна механизма условно равнски и да се крећу у двама приближно паралелним равнима (сл. 3.13b). За тако усвојен механизам имамо да је: $n=8$, $P_1=10$ (1,2; 2,3; 3,4; 4,1; 4,5; 5,6; 6,1; 6,8; 7,1; 7,8) и $P_2=0$, те је:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(8-1) - 2 \cdot 10 - 0 = 1.$$

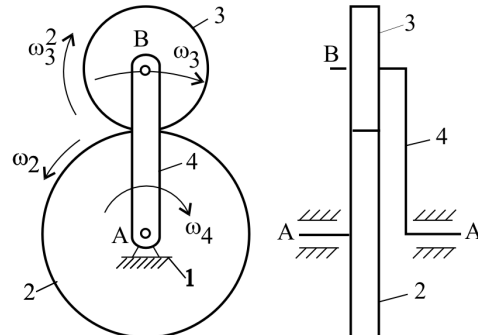
Једначина Чебишева користи се за одређивање SSK и планетарних преносника. На сл. 3.14 приказан је једноставан епициклични планетарни преносник (један зупчаник је непокретан) за који је $n=3$, $P_1=2$ (1,3; 2,3) и $P_2=1$ (1,2), те је:

$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1$, што значи да је довољно покретати носач сателита 3 или зупчаник сателит 2, па да се механизам једнозначно креће.

За диференцијални планетарни преносник снаге (сви зупчаници су покретни) (сл. 3.15) је: $n=4$, $P_1=3$ (1,2; 1,4; 3,4), $P_2=1$ (2,3), те је: $SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2$. За овај механизам потребна су два погонска члана да би се једнозначно кретао и најчешће су то сунчани зупчаник 2 и носач сателита 4.



Сл. 3.14: SSK епицикличног планетарног преносника снаге



Сл. 3.15: SSK диференцијалног планетарног преносника снаге

За сложени планетарни преносник снаге (сл. 3.16) укупан број чланова је $n=5$ јер су зупчаници сателити 3 и 4 на истом вратилу и рачунају се као један члан. Број кинематичких

парова са једним SSK је $P_1=4$ (1,2; 6,3; 6,1; 5,1) а са два $P_2=2$ (3,2; 4,5), те је $SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(5-1) - 2 \cdot 4 - 2 = 2$.

За одређивање степена слободе кретања сложених планетарних преносника снаге, може се, сем једначине Чебишева, користити следећа једначина:

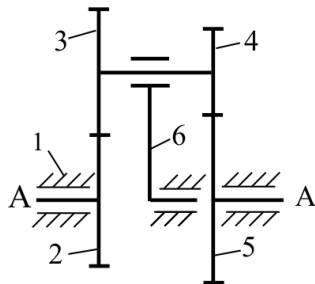
$$SSK = n_o - k_m, \quad (3.6)$$

где је: n_o - број покретних зупчаника сложеног планетарног преносника снаге, k_m - број одвојених планетарних диференцијалних група.

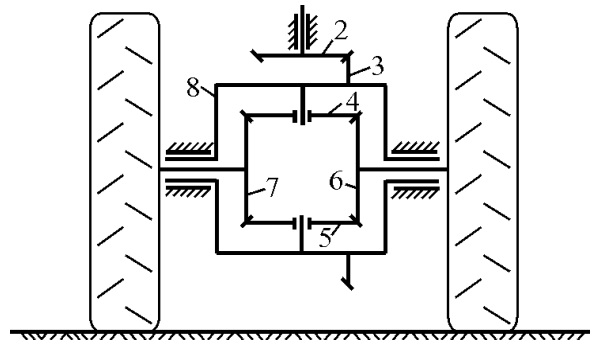
За пример са слике 3.16 је: $n_o = 4$ (зупчаници 2, 3, 4 и 5) и $k_m = 2$. Механизам се може расчланити на две планетарне групе: у првој су зупчаници 2, 3 и носач сателита 6, а другој зупчаници 4, 5 и носач 6. Обе планетарне групе појединачно могу да функционишу као одвојени планетарни преносници, те је $SSK = n_o - k_m = 4 - 2 = 2$.

Следећи пример је диференцијални планетарни преносник снаге за погон точкова трактора (возила) (сл. 3.17). Овај механизам омогућава различит број обртаја точкова трактора што је неопходно при кретању у кривини. Од мотора трактора долази погон на конусни зупчаник 2 који је спрегнут са зупчаником 3. Зупчаник 3 и носач сателита 8 су у чврстој вези. Носач 8 погони зупчанике сателите 4 и 5 који су спрегнути са централним зупчаницима 6 и 7. Централни зупчаници 6 и 7 су на истим вратилима са точковима трактора или их погоне преко зупчаника.

Преносник има 6 зупчаника и 4 планетарне групе: $n_o = 6$ (зупчаници 2, 3, 4, 5, 6 и 7) и $k_m = 4$ (2, 3, 4, 6; 2, 3, 4, 7; 2, 3, 5, 6 и 2, 3, 5, 7). Према једначини (3.6) добија се: $SSK = n_o - k_m = 6 - 4 = 2$. Механизам има два степена слободе кретања, односно при обртању зупчаника 2 зупчаници 6 и 7 могу да се обрћу са различитим бројевима обртаја.



Сл. 3.16: SSK сложеног планетарног преносника снаге



Сл. 3.17: SSK диференцијалног преносника снаге

3. Под SSK подразумева се број различитих компоненталних кретања чланова механизма при кретању једног погонског члана

Ако механизам има један погонски члан чијим кретањем се остали чланови крећу на више различитих компоненталних кретања, такав механизам има више степени слободе кретања.

Проширени четворополужни механизам са сл. 3.9 има два SSK, јер се при кретању погонског члана 2, члан 5 креће на неодређен начин, а чланови 3 и 4 на одређен, једнозначан начин.

Исти пример је диференцијални преносник трктора (сл. 3.17) који има два степена слободе кретања (различите брзине обртања зупчаника 6 и 7 – точкова) за један погонски члан 2.

Следећи пример је карданово вратило (сл. 3.18) које омогућава пренос обртног момента и обртног кретања са вратила на вратило која су под неким углом α који се у току рада може мењати. Имају широку примену, између осталог и за погон активних радних органа прикључних машина од прикључног вратила трактора. Карданово вратило има један погонски члан 2, а различита компонентална кретања (различите SSK), зависно од тога како је гоњено вратило 3 и 4 спојено за радну машину.

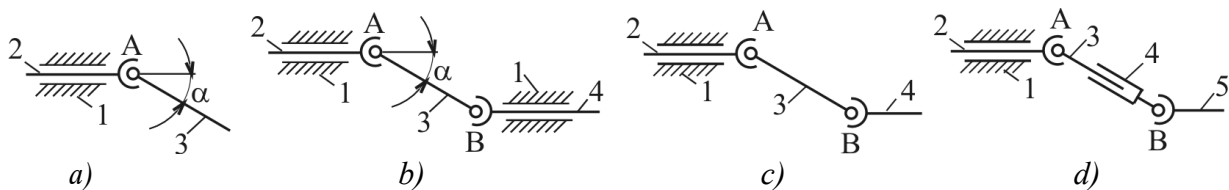
Степен слободе кретања кардановог вратила (сл. 3.18a) је:

$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6(3-1) - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 4$, где је $P_1=1$ (1,2), $P_2=0$, $P_3=1$ (1,3) и $P_4=P_5=0$. Први степен слободе кретања је обртање погонског члана 1, а други, трећи и четврти су потенцијална компонентална кретања гоњеног члана (3).

Степен слободе кретања кардановог вратила са сл. 3.18b је:

$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6(4-1) - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 0 = 2$, где је $P_1=2$ (1,2; 4,1), $P_2=0$ и $P_3=2$ (2,3; 3,4).

Први степен слободе кретања је обртање погонског члана 2, а други је променљивост угла α што је омогућено конструкцијом улежиштења члана 4.



Сл. 3.18: Кинематичке шеме кардановог вратила

Када се карданово вратило користи за погон радних органа прикључне машине од прикључног вратила трактора, тада се гоњени члан 4 заједно са машином може померати (сл. 3.18c), те је SSK једнак:

$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6(4-1) - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 0 = 7$, где је $P_1=1$ (1,2), $P_2=0$ и $P_3=2$ (2,3; 3,4).

Седам степени слободе кретања значи да механизам омогућава прикључној машини, односно члану 4, седам различитих компоненталних кретања. Оволики број компоненталних кретања (седам) је добијен због два карданова зглоба А и В око којих се остали чланови могу ротирати са по три ротације. Колики ће бити стваран степен слободе кретања кардановог вратила, од потенцијалних 7, са сл. 3.18c, зависи од врсте прикључне машине и начина прикључивања машине за трактор.

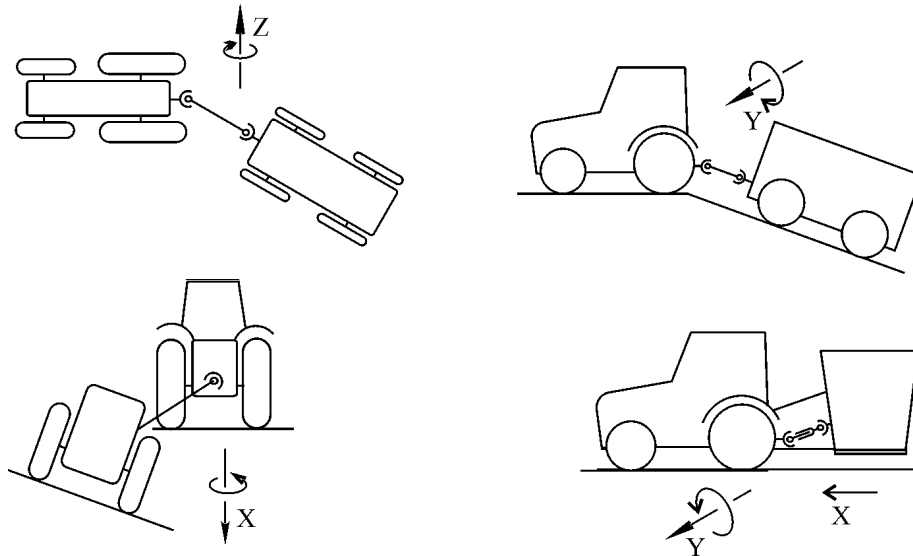
Када је карданово вратило телескопско (сл. 3.18d) SSK једнак је:

$SSK = 6(n-1) - 5P_1 - 4P_2 - 3P_3 - 2P_4 - P_5 = 6(5-1) - 5 \cdot 2 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 0 = 8$, где је $n=5$, $P_1=2$ (1,2; 3,4), $P_2=0$ и $P_3=2$ (2,3; 4,5).

Да ли ће се укупан број различитих могућих компоненталних кретања остварити, зависи и од прикључне машине и услова рада. На сл. 3.19. приказан је трактор у агрегату са прикључним машинама при кретању на различитом терену. На овом примеру искоришћене су пет, од укупно 8 могућности различитих компоненталних кретања.

Карданово вратило омогућава прикључној машини, чији се активни радни органи погоне од трактора са кардановим вратилом, да има ротацију око оса Z, Y и X и translацију по оси X (за телескопско вратило). Пети степен слободе кретања је обртање кардановог вратила.

На тај начин је омогућено да се трактор и прикључна машина могу кретати по различитом терену којем се прилагођавају.



Сл. 3.19: Степен покретљивости прикључне машине у односу на трактор коју погонски карданово вращило

3.3. Формирање сложених механизма

Формирање сложених механизма од више једноставних, зависи од жељеног степена слободе кретања, кинематичких и динамичких показатеља, улоге и функције у машини итд. У овом поглављу анализираће се формирање сложених механизма само са аспекта степена слободе кретања.

Нека је задат основни механизам (сл. 3.20а) и додатни (сл. 3.20b) које треба спојити у један сложен, под условом да сложени механизам има један степен слободе кретања ($SSK=1$)

Основни механизам је четворополужни који има $SSK=1$. Додатни механизам је кинематичка група треће класе (има три потенцијалне кинематичке везе) чији је степен слободе кретања: $SSK_d = 3(n-0) - 2P_1 - P_2 = 3(4-0) - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 0 = 6$, где је $n=4$, $P_1=3$ (5,6; 7,6; 8,6) и $P_2=0$. Додатни механизам нема непокретних чланова, те је у једначини за SSK ($n-0$).

Једначина за формирање сложених механизма гласи:

$$SSK = SSK_o + SSK_d - 2 \cdot f, \dots\dots\dots (3.7)$$

где је SSK – степен слободе кретања сложеног механизма, SSK_o - степен слободе кретања основног механизма, SSK_d - степен слободе кретања додатног механизма (групе) и f – број кинематичких веза.

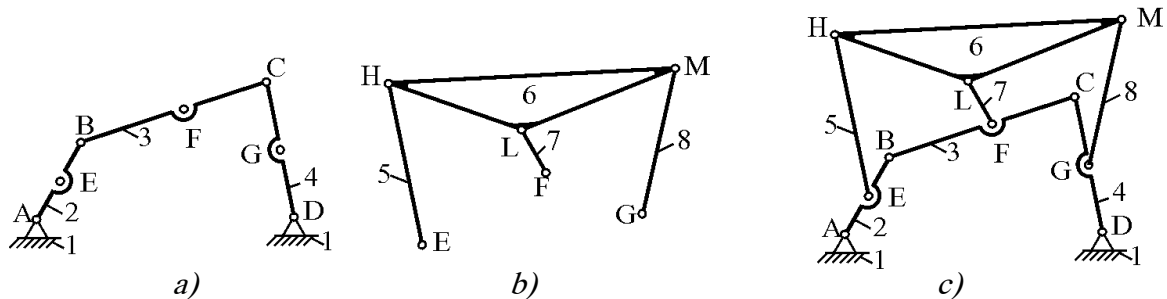
Како је најчешће потребно да степен слободе кретања сложеног и основног механизма буде један ($SSK=1$) и ($SSK_o=1$), произилази да је при оваквим захтевима услов за формирање сложеног механизма једнак:

$$SSK_d = 2 \cdot f. \dots\dots\dots (3.8)$$

Анализом ових услова може се закључити да ће полужни механизам најчешће имати један степен слободе кретања ако има паран број чланова.

Број кинематичких веза за пример са сл. 3.20 добија се на основу једначине (3.7):

$$f = \frac{SSK_o + SSK_d - SSK}{2} = 3.$$



Сл. 3.20: Формирање сложеног механизма

a) основни механизам, b) додатни- кинематичка група, c) сложени механизам

Ако се додатна група споји за основни механизам са три кинематичке везе, добиће се сложени механизам са једним степеном слободе кретања (сл. 3.20c). Те кинематичке везе су у тачкама Е, F и G. У случају да се додатна група споји за основни са две кинематичке тачке добиће се механизам као отворени кинематички ланац са два степена слободе кретања.

Степен слободе кретања формираног сложеног механизма (сл. 3.20c) једнак је:

$SSK = 3(n - 0) - 2P_1 - P_2 = 3(8 - 0) - 2 \cdot 10 - 2 \cdot 0 = 1$, где је $n=8$, $P_1=10$ (1,2; 2,3; 3,4; 4,1; 2,5; 3,7; 4,8; 5,6; 6,7; 6,8) и $P_2=0$.

4. ПУТАЊЕ МЕХАНИЗМА

При раду механизма његови чланови се крећу по различитим путањама: праволинијским, кружним, криволинијским или неким сложеним. Путање чланова механизма утичу на то, нпр. да ли ће се покосити свака стабљика пшенице, покупити сво сено и томе слично. Познавање путања и законитости њихове промене је потребно и за то да би се сагледао рад механизма, његова улога у машини и да би се одредили кинематички параметри механизма.

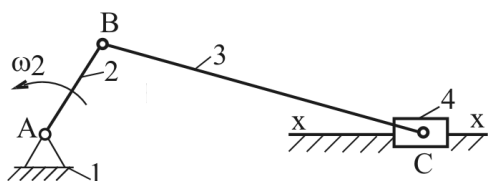
Путање се могу одредити графичким и аналитичким методама.

4.1. Графичка метода за одређивање путања - Метода шестара

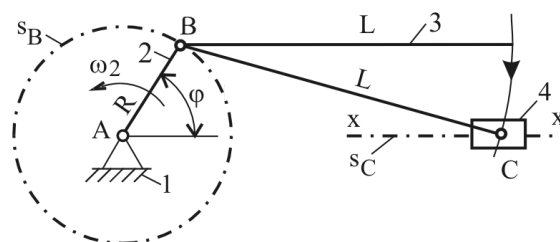
Графичке методе су једноставне, прегледне и визуелне. Недостатак ових метода је тај што тачност добијених путања зависи од прецизности цртања. Постоји више графичких метода за одређивање путања, а најједноставнија је Метода шестара.

Методом шестара се одређују тренутни положаји механизма и путање тачака механизма у току једног целог радног циклуса. Примена Метода шестара биће приказана на клипном механизму (сл. 4.1), где треба одредити путању члана 4 (тачке C) у зависности од кретања погонског члана 2, (од путање тачке B) и то у неком тренутном положају и у току једног потпуног радног циклуса (једног потпуног обртаја погонског члана 2).

Поступак одређивања тренутног положаја механизма за задати тренутни положај погонског члана 2, који је дефинисан углом φ , приказан је на сл. 4.2. Члан 2 се обрће око непокретне тачке A, те је путања тачке B кружница s_B радијуса $R = \overline{AB}$. Клизач 4 може да се креће само транслаторно, те је путања s_C на правцу $\overline{x-x}$. Дужине чланова 2 и 3 су константне ($R = \text{const}$, $L = \text{const}$), те се у отвор шестара дужине L, из тачке B нацрта лук и где сече путању $\overline{x-x}$, добија се тачка C.



Сл. 4.1: Кинематичка шема клипног механизма



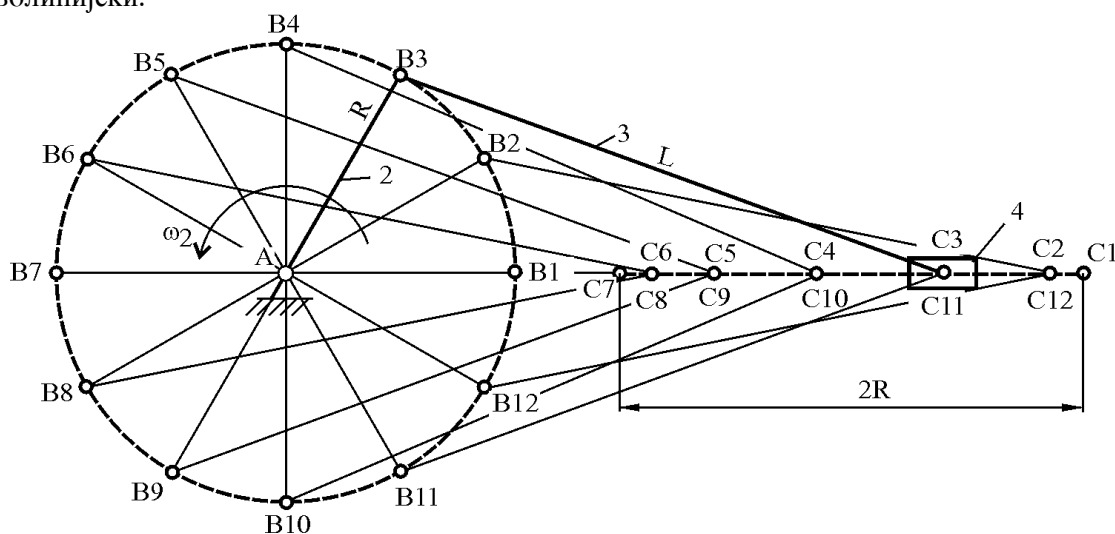
Сл. 4.2: Одређивање тренутног положаја клипног механизма

Одређивање путања за један потпун радни циклус приказан је на сл. 4.3. Подели се путања тачке B (кружница s_B) на једнак број делова, нпр. 12 и обележи са B1, B2 до B12 у смеру обртања погонског члана 2. Што је већи број подељака добијене путање ће бити тачније. Довољна је тачност са 12 подељака. У отвор шестара узме се дужина клипањаче (дуж BC) и из сваке тачке B1, B2 до B12 нацрта се лук у чијем пресеку са правцем $\overline{x-x}$ добијају се одговарајуће тачка C, односно од C1, C2 до C12. На тај начин се добијају дванаест тренутних положаја механизма.

При одређивању путања потребно је одредити крајње, такозване „мртве“ положаје механизма. Крајњи положаји су они положаји када тачка, односно члан мења правац кретања. Крајњи положаји клипног механизма су они када се чланови 2 и 3 нађу на истом правцу. То су положаји обележени са 1 и 7.

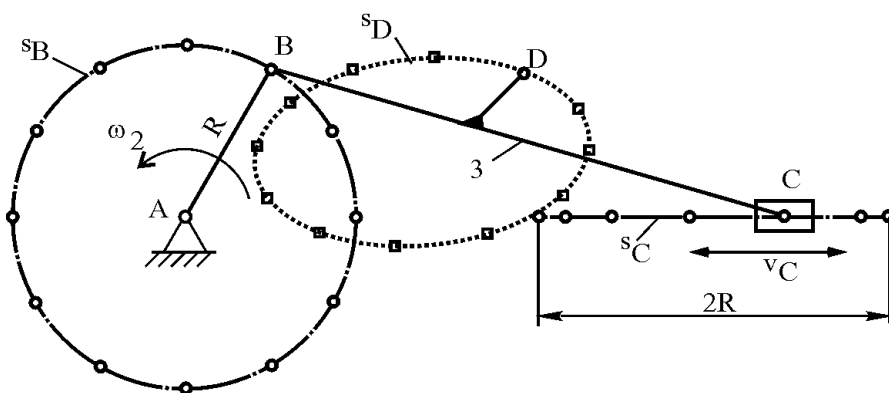
За један потпун обртај погонског члана 2 од 360° , укупан ход клипа је $4R$, односно $2R$ у једном и $2R$ у другом смеру.

Према добијеним путањама следи закључак да се при једноликом кружном кретању погонског члана 2, радни члан 4 креће осцилаторно праволинијски, односно променљиво праволинијски.



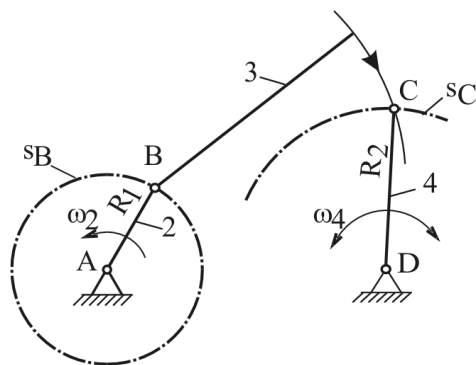
Сл. 4.3: Одређивање путања тачака клипног механизма за један потпун радни циклус

Чланови механизма могу бити различито конструкционо изведени, зависно од улоге и функције у машини, као нпр. проширен члан 3 клипног механизма са тачком D која има улогу да прикупља биљну масу у преси за сено (сл. 4.4), да нешто помера, меша и сл. Путања тачке D добија се на основу путања (положаја) тачака B и C и на основу константности растојања $\overline{BD}$ и $\overline{CD}$. Одреди се путање тачака B и C за 12 положаја као у претходном примеру. У пресеку лукова растојања $\overline{BD}$ и $\overline{CD}$ из сваке тачке B и C добијају се тачке D.



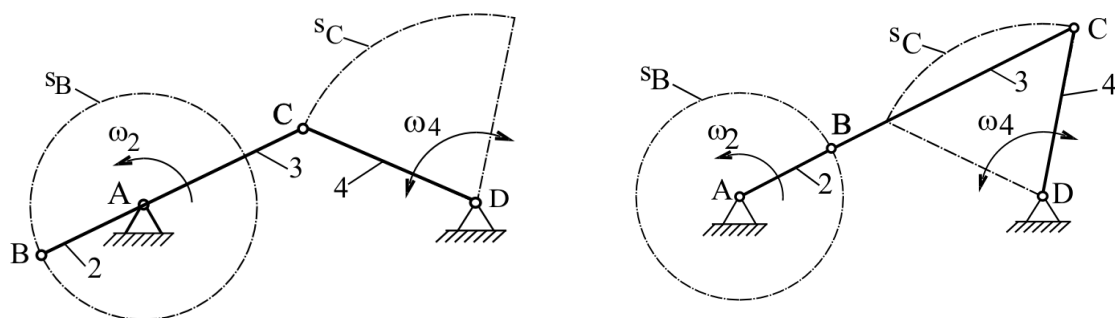
Сл. 4.4: Одређивање путање тачке D проширеног клипног механизма

На сл. 4.5. приказан је поступак одређивања тренутног положаја тачака В и С четворополужног механизма. Погонски члан 2 обрће се око непокретне тачке А, те је путања тачке В (s_B) кружница радијуса $R_1 = \overline{AB}$. Радни члан 4 обрће се око непокретне тачке D тако да је путања тачке С (s_C) део кружнице радијуса $R_2 = \overline{DC}$. Из задатог положаја члана 2 и тачке В шестаром се нацрта лук полупречника BC и где пресече путању (s_C) добија се тренутни положај тачке С, а тиме и тренутни положај чланова 3 и 4.



Сл. 4.5: Одређивање тренутног положаја четворополужног механизма

Крајњи положаји тачке С, (члана 4) добијају се када се чланови 2 и 3 нађу на истом правцу (сл. 4.6). То су такозване “мртве” тачке у којима члан 4 мења смер кретања.



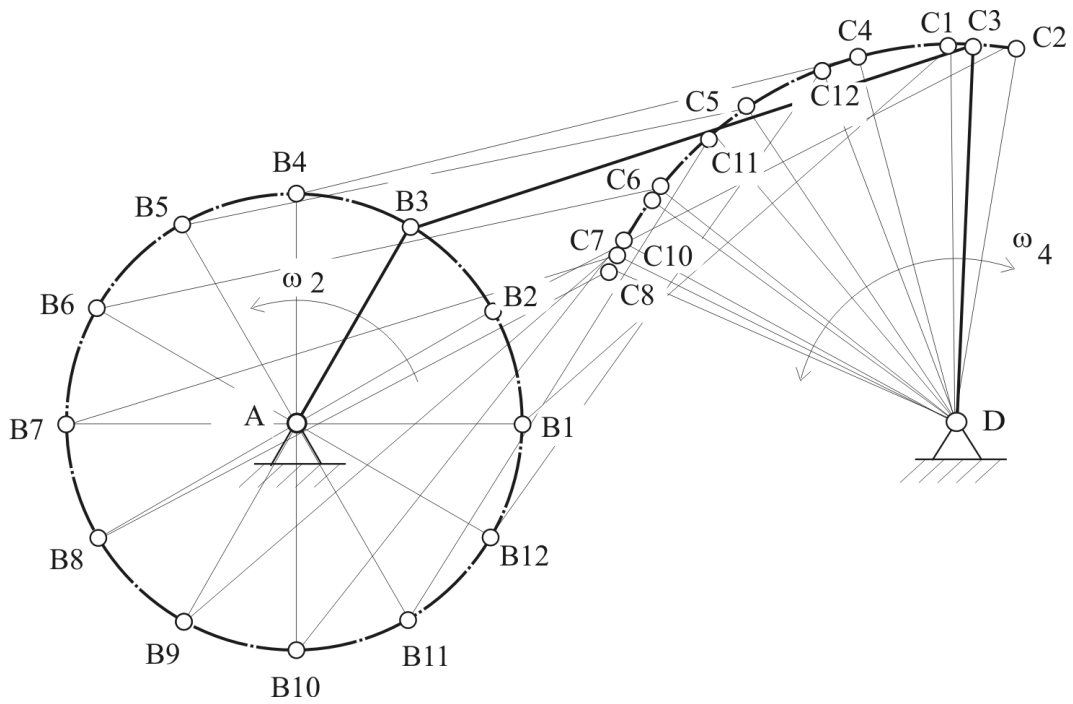
Сл. 4. 6: Крајњи положаји померања четворополужног механизма

Узајамна зависност путања тачака В и С за цео радни циклус добија се тако што се подели кружница погонског члана 2 (s_B) на једнак број делова (као у претходном примеру). Подељци се обележе са B1, B2 до B12 у смеру обртања погонског члана 2 (сл. 4.7). У отвор шестара узме се дужина члана 3 (дуж BC) и из сваког подељка B1, B2... се нацрта лук у чијем се пресеку са путањом тачке С (s_C) добијају тачке C1, C2 до C12.

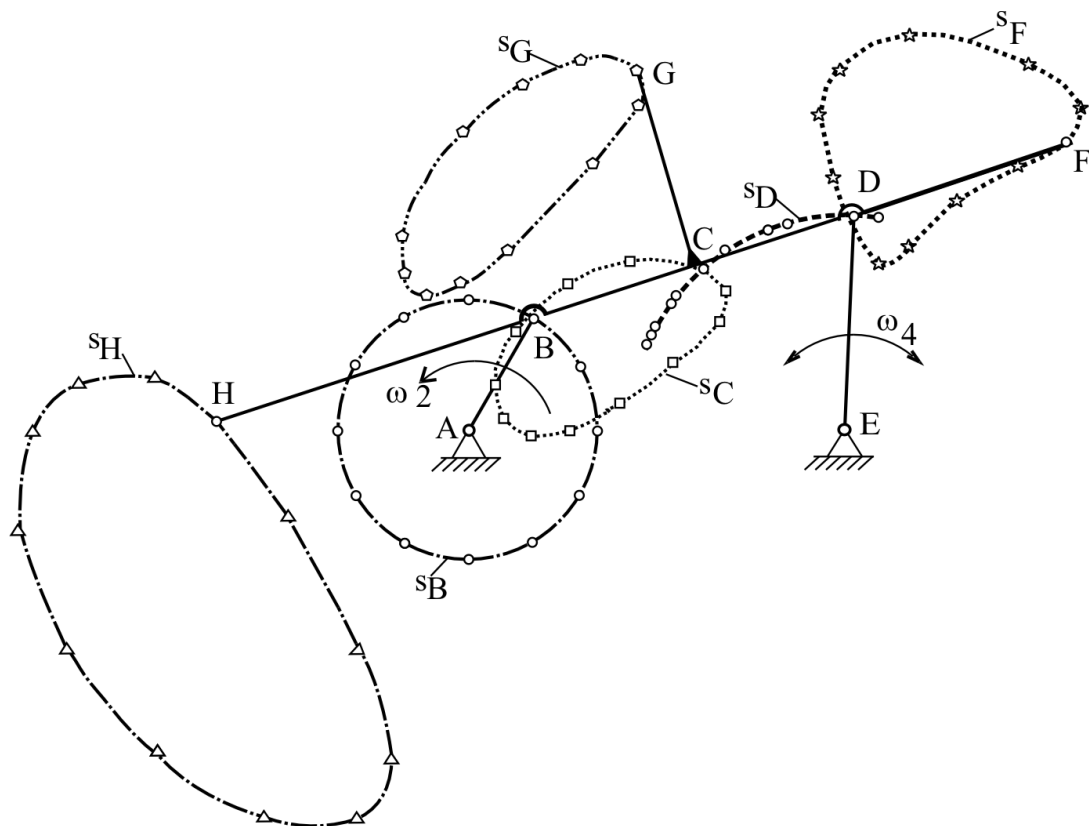
На основу нацртаних путања, може се закључити да ће се при једноликом кружном обртању погонског члана 2, члан 4 обртати осцилаторно кружно, а члан 3 сложено.

Четворополужни механизам са врло различитим модификацијама, трансформацијама и проширењима чланова има широку примену, јер чланови и тачке на њима могу имати врло различите путање (сл. 4.8).

Путање тачака В и D одређују се као у претходном примеру. Тачка С налази се увек на правцу В и D и добија се на основу растојања $\overline{BC}$ или $\overline{CD}$ која се не мењају. Тачка G се добија у пресеку лука полупречника BG из тачке В и лука DG из тачке D. Тачке F и H су на правцу члана 3 ($\overline{BD}$) на растојањима $\overline{DF}$ и $\overline{BH}$ која се не мењају.



Сл. 4.7: Послиуиак црпанања пупанања чейворойолужног механизма за један поиппун радни циклус

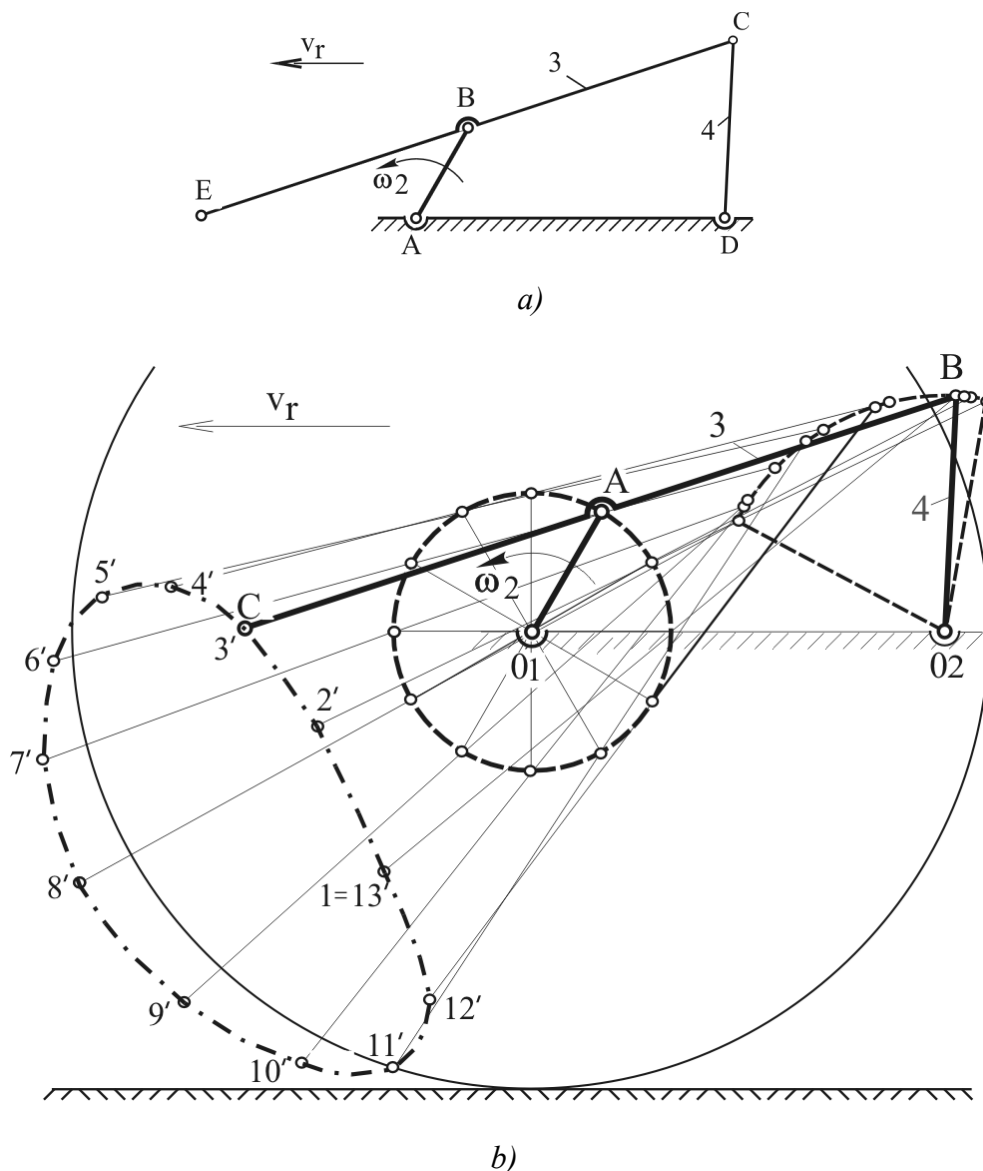


Сл. 4.8: Пупанање пачака продужених чланова чейворойолужног механизма

У случају да се механизам, заједно са машином креће у односу на неку подлогу (земљиште, пут и слично), путање тачака механизма зависе од кретања његових чланова у оквиру механизма и преносног кретања машине у односу на земљиште. У том случају путање тачака се одређују у две фазе. Прва фаза је да се одреди положај у оквиру кретања механизма и друга фаза је да се одреди померај зависно од кретања машине у односу на подлогу.

На сл. 4.9а приказан је механизам за превртање сена. То је четворополужни механизам са проширеним чланом 3 на коме се налази тачка Е која захвата покошену масу, меша је и преврће. Механизам добија погон од члана 2, који се налази на точку машине и заједно се са њим обрће истом угаоном брзином. Машину (превртач сена) вуче трактор са радном брзином v_r .

На исти начин као у претходним примерима одреде се путање тачака В и С у оквиру кретања механизма за дванаест положаја погонске тачке В. Положај тачке Е добија се у продужетку члана 3 на растојању $\overline{BE}$ које се не мења. Ови положаји су обележени кружићима и означени са 1', 2', 3'... 12' (сл. 4.9b).



Сл. 4.9: Одређивање путање тачке Е на механизму за превртање сена

Да се машина не креће ове тачке 1', 2', 3'... 12' би одредиле путању тачке Е на крају полуге 3. Међутим, машина се креће неком радном брзином v_r те се положај тачке Е помера. Ако се усвоји да се машина креће једнолико праволинијски без клизања тачка, пут који пређе за један померај погонског члана одређује се према једначини $x = v_r \cdot t'$, где је t' време за померај погонског члана од једног до другог положаја, од укупно дванаест. Време t' одређује се на основу једначине $t' = \frac{t}{12}$, где је t време за један пун обртај тачка и погонског

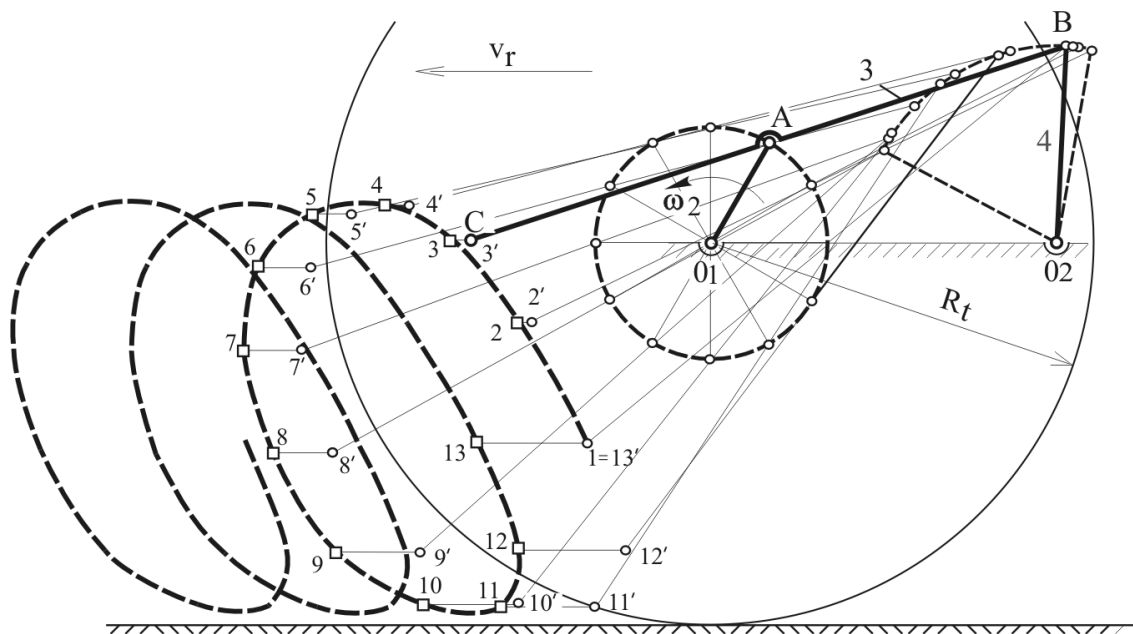
члана 2. Време t добија се према једначини $t = \frac{2\pi}{\omega}$, где је ω угаона брзина погонског члана 2

и тачка машине. Угаона брзина се добија из једначине $\omega = \frac{v_r}{R_t}$. У истој размери у којој је

нацртана кинематичка шема механизма нанесе се вредност x из подеока 2' у смеру кретања машине (брзине v_r) и добија тачка 2 (означена са квадратићем). Из подељка 3' нанесе се вредност $2x$, из подељка 4' вредност $3x$ (у правцу кретања машине) и тако редом да би се добиле тачке 3, 4 итд. и да би се поново вратили на почетак на подељак 1=13' (сл. 4.10).

Спајањем тачака 1, 2... 13 добија се путања тачке С за први потпун обртај погонског члана 2, тј. добија се прва “петља”. Поступак се понавља тако што се у правцу кретања машине, сада из подељка 1=13' нанесе вредност $12x$, из подељка 2' вредност $13x$ и тако редом, где се за други обртај погонског члана 2 добија друга петља.

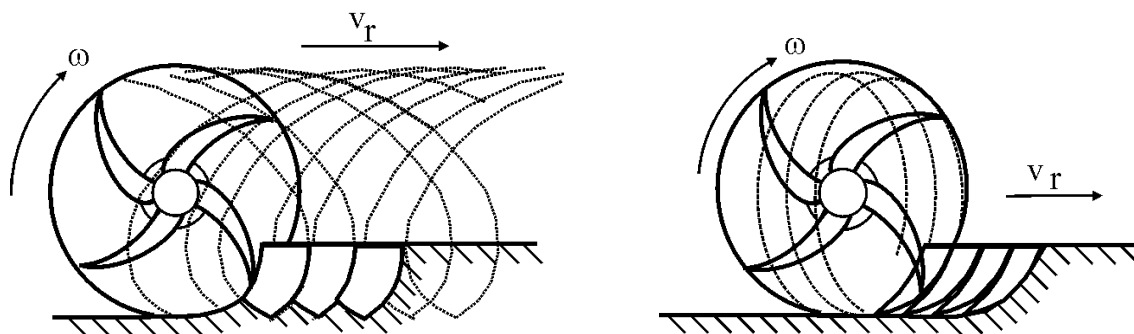
Од облика путање тачке Е зависи квалитет растресања сена, који треба да је такав да се што брже и квалитетније просуши. Из претходног се види да на облик путање, поред механизма, утиче и радна брзина трактора v_r и угаона брзина погонског члана механизма.



Сл. 4.10: Одређивање путање тачке Е на механизму за преврћање сена при кретању трактора

Путање чланова механизма утичу на квалитет обраде земљишта (уситњеност, растресеност и сл.) код низа машина, као што су ротационе копачице, ротациони ашови,

фрезе и друге сличне машине за обраду земљишта. Облик путање и величина одсечене пластике зависи од међусобног односа обимне брзине члана механизма (ножа) и радне брзине машине (брзине кретања у односу на подлогу). Зависно од броја ножева ротационе копачице и узајамног односа обимне брзине ножева и радне брзине копачице (сл. 4.11) постиже се мања или већа уситњеност земљишта. На првој слици је радна брзина већа него што је то на другој, стога су пластике земљишта веће у првом примеру.

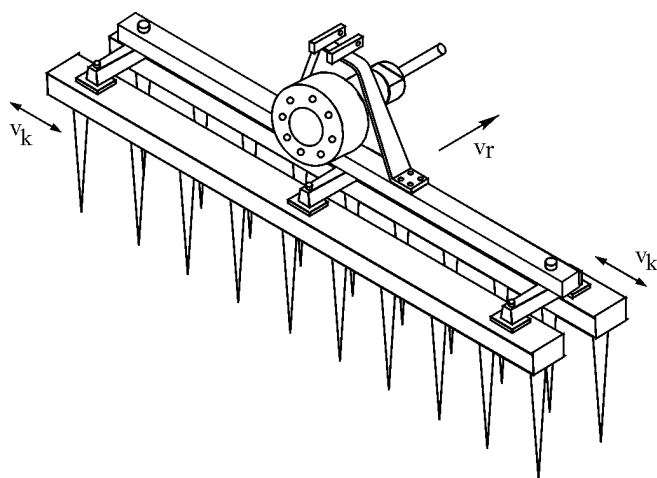


Сл. 4.11: Пућање ножева ротационе копачице

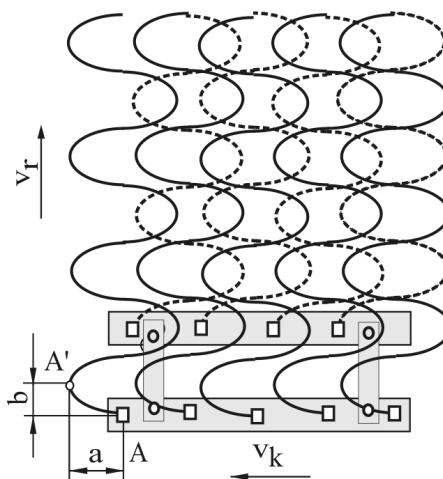
Прикључно вратило трактора погони клинове клатеће дрљаче који се крећу попречно на правац кретања дрљаче брзином v_k (сл. 4.12).

Квалитет рада клатеће дрљаче зависи од путања клинова и међусобног преклапања тих путања. Путања једног клина клатеће дрљаче добија се на основу помераја a и b за временски интервал Δt који се, као код механизма за превртање сена, може одредити на основу задатих вредности радне брзине трактора и клатеће дрљаче v_r и закона промене брзине клаћења клинова v_k . Померај a представља померање тачке A на клину у правцу кретања клинова, а b у правцу кретања дрљаче (сл. 4.13).

Путања ножева клатеће дрљаче је подесива јер зависи од односа брзине клаћења и радне брзине машине, односно трактора који је носи и погони. Задатак корисника је да ове брзине прилагоди условима коришћења, како би обрада земљишта била што боља.

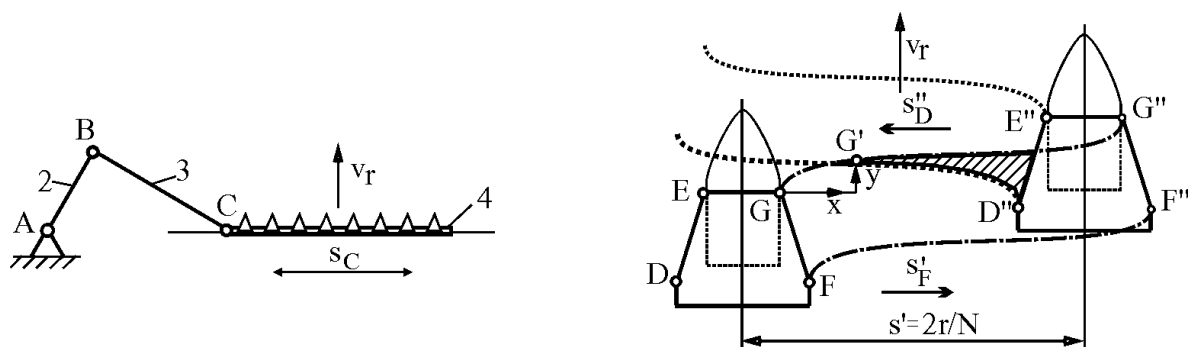


Сл. 4.12: Пућање ножева клатеће дрљаче



Сл. 4.13: Одређивање путања клинова клатеће дрљаче

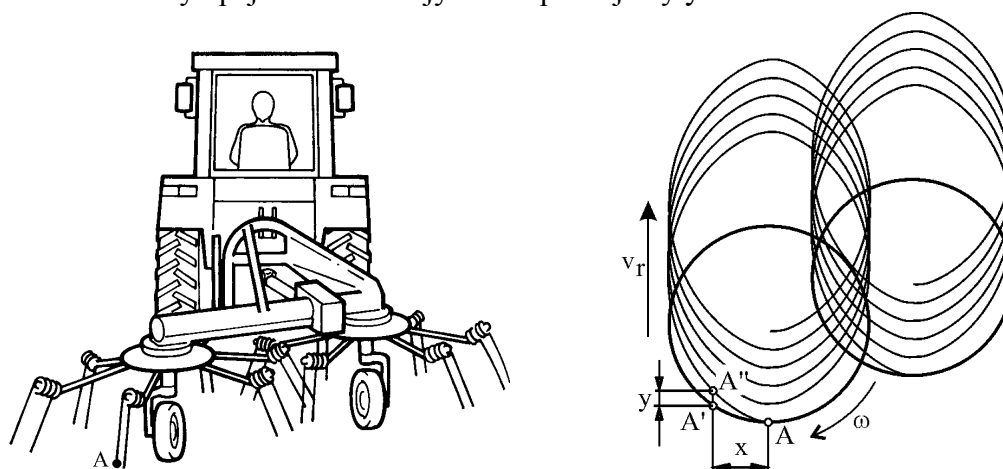
Облик путање сечења стабљика биљака зависи, поред облика сечива ножа (DE и FG) и од путање клизача (косе) клипног механизма, закона промене брзине клизача и радне брзине кретања трактора v_T који носи и погони косачицу (сл. 4.14). Путања се добија спајањем тренутних положаја тачака сечива ножа F, G при кретању ножа с лева на десно и тачака D, E при кретању с десна на лево. Тренутни положај тачке сечива ножа (G') добија се на основу координата x и y. Координата x зависи од броја ножева косе, путање клизача 4 (тачке C) и закона промене њене брзине. Координата y представља пут који трактор пређе за време Δt . Путање се преклапају (шрафирани део), што је потребно да би све биљке биле сигурно одсечене. Облик путања сечива ножа s_F и s_D (сл. 4.14) и њихово међусобно преклапање зависи од брзине кретања трактора v_T , геометријских параметара клипног механизма, брзине обртања погонског члана 2 и броја ножева.



Сл. 4.14: Клипни механизам косачице за сено и пућање сечива ножа

Следећи пример, где од путања чланова механизма зависи квалитет рада машине су грабље (превртач покошене траве) (сл. 4.15). Како ће сено бити скупљено у откосе или растресено и преврнуто због потребе сушења, зависи од путања прстију који се обрћу око своје осе и крећу се напред заједно са трактором.

Путања прстију је кружница која се деформише због кретања трактора. Померај x одређује се зависно од броја прстију и брзине обртања, а y зависно од брзине кретања трактора v_T у току времена Δt . Тачка A из првобитног положаја нашла би се у положају A' на растојању x, да се машине заједно са трактором не креће. Како се машина креће, тачка A ће се наћи у крајњем положају A'' на растојању y.

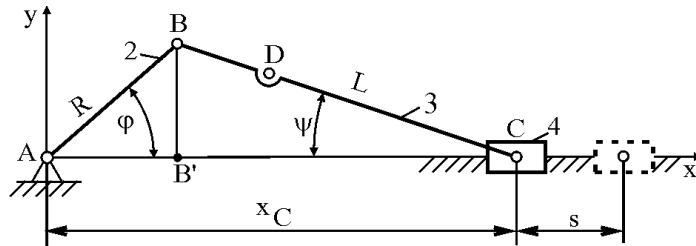


Сл. 4.15: Пућање прстију грабљи за праву

4.2. Аналитичка метода за одређивање путања

Аналитичка метода за одређивање путања своди се на аналитичко одређивање закона пута кинематичких тачака у функцији положаја и кретања погонског члана.

Да би се одредио закон пута клизача 4, односно тачке С клипног механизма (сл. 4.16) треба одредити координату x тачке С у функцији угла φ положаја погонског члана 2. Усвајају се следеће ознаке: $\overline{AB} = R$, $\overline{BC} = L$, $\overline{BD} = L_1$ и $\frac{R}{L} = \lambda$.



Сл. 4.16: Одређивање закона пута клипног механизма аналитичком методом

Тачка С креће се само у правцу координате x те је:

$$x_C = \overline{AB'} + \overline{B'C} = \overline{AB} \cdot \cos \varphi + \overline{BC} \cdot \cos \psi. \quad (4.1)$$

Из једначине 4.1 треба елиминисати угао ψ , односно треба га изразити у функцији угла φ (помераја погонског члана 2). Из једнакости катете $\overline{BB'}$ правоуглих троуглова ABV' и $BB'C$ следи да је: $R \sin \varphi = L \sin \psi$. Када се ова једначина подели са дужином L и уведе замена да је $\frac{R}{L} = \lambda$ добија се да је $\lambda \cdot \sin \varphi = \sin \psi$. Како је: $\cos \psi = \sqrt{1 - \sin^2 \psi}$ ова једнакост се може написати:

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} = \left(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.2)$$

Након овога, израз (4.1) има облик:

$$x_C = \overline{AB'} + \overline{B'C} = \overline{AB} \cdot \cos \varphi + \overline{BC} \cdot \left(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Овај израз за пут тачке С је таквог облика да би при каснијем анализирању брзине и убрзања тачке С добили дугачко и компликовано решење, те се једначина (4.2) развије по биномном реду чији је основни облик:

$$(a - b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 - \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 - \dots, \text{ где је } n = \frac{1}{2}.$$

Када се једначина (4.2) развије по биномном реду добија се:

$$\begin{aligned} \cos \psi &= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 1^{\frac{1}{2}} \cdot (\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^0 - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 1^{-\frac{1}{2}} \cdot (\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^1 + \dots = \\ &= 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi + \frac{1}{8} \lambda^4 \cdot \sin^4 \varphi + \dots \end{aligned} \quad (4.3)$$

Биномни низ је бесконачан и од броја његових усвојених чланова зависи тачност решења. Трећи члан претходне једначине (4.3) је мале вредности, тако да се може занемарити ($\frac{1}{8}\lambda^4 \cdot \sin^4 \varphi \approx 0$). Нередни чланови из биномног реда (четврти, пети итд.) имају још мање вредности, тако да се занемарују и усвајају само прва два члана једначине (4.3), што је довољно за тачност инжењерских прорачуна, те имамо да је:

$$\cos \psi = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi. \quad (4.4)$$

Заменом израза (4.4) у израз (4.1) имамо да је:

$$x_C = R \cdot \cos \varphi + L \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi\right). \quad (4.5)$$

Ако уведемо замену да је $\sin^2 \varphi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)$ и уврстимо у претходну једначину, добиће се крајњи израз за пут тачке С:

$$x_C = R \cos \varphi + L \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\varphi\right). \quad (4.6)$$

Једначина за x_C може имати и другачији облик, ако се не користи биномни низ. Међутим, израз (4.6) је краћи и погоднији за кинематичку и динамичку анализу клипног механизма.

Ход клипа "s" према сл. 4.15 једнак је $s = L + R - x_C$, чији је графички приказ дат на дијаграму (сл. 4.17).

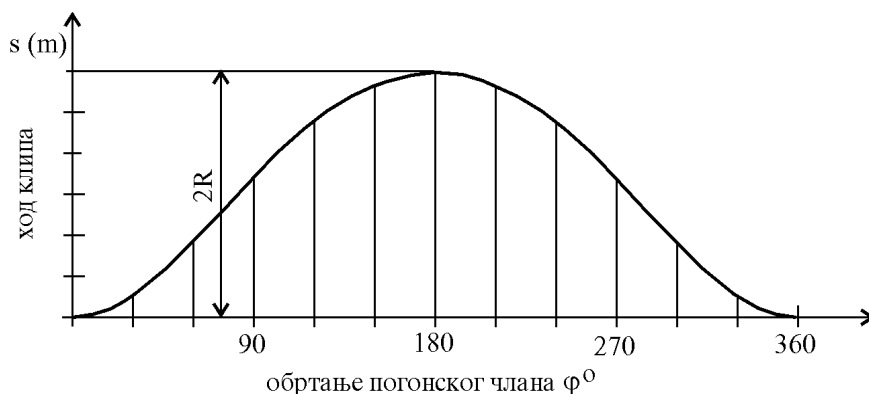
Екстремне вредности пута добијају се када се први извод пута по времену (једначина 4.6) изједначи са нулом ($\frac{dx_C}{dt} = 0$). У анализираном примеру клипног механизма то је:

$$x_{C_{\max}} = R + L, \quad x_{C_{\min}} = L - R. \quad (4.7)$$

Максимална вредност хода клипа "s" једнака је разлици максималне и минималне вредности координате "x" тачке С:

$$s = x_{C_{\max}} - x_{C_{\min}} = 2R. \quad (4.8)$$

За један потпун обртај погонског члана 2 (360°), тачка С на клипу пређе пут од $s_{(360^\circ)} = 2 \cdot 2R = 4R$.



Сл. 4.17: Дијаграм
пућа клипа клипног
механизма

5. УСЛОВИ ФУНКЦИОНИСАЊА МЕХАНИЗАМА

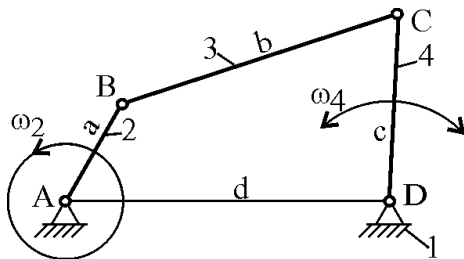
Да би механизам функционисао (да би се кретао) мора претходно испунити неке основне геометријске услове. Који су то услови зависи од механизма, међусобних геометријских и кинематичких веза његових чланова. Ови услови су различити за различите механизме и произилазе из крутости појединих чланова и начина њиховог кретања.

Анализирајмо услове које треба да задовољи четворополужни механизам (сл. 5.1) да би се члан 2 кретао једнолико кружно (да има потпун обртај), члан 4 осцилаторно кружно (променљиво кружно), а члан 3 да има сложено кретање (транслаторно и ротационо). Овакав начин кретања чланова четворополужног механизма назива се **првом инверзијом**.

Дужине чланова су означене са: $\overline{AB} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{DC} = c$ и $\overline{AD} = d$. Из конструкције четвороугла следи да је:

$$a + b + c > d. \quad (5.1)$$

Геометријски услови функционисања механизма добијају се из крајњих ("мртвих") положаја механизма. У овом примеру крајњи положаји механизма су они када се на истом правцу нађу чланови 2 и 3 (а и b) и чланови 2 и 1 (а и d).



Сл. 5.1: Начин кретања чланова четворополужног механизма (прва инверзија)

Постоје два положаја у којима ће се чланови 2 (a) и 3 (b) налазити на истом правцу (сл. 5.2). Из првог положаја следи да је однос дужина чланова једнак:

$$a + b < c + d; \quad c < a + b + d, \quad d < a + b + c. \quad (5.2)$$

За други положај следи да је:

$$b + c > d; \quad c < b + d. \quad (5.3)$$



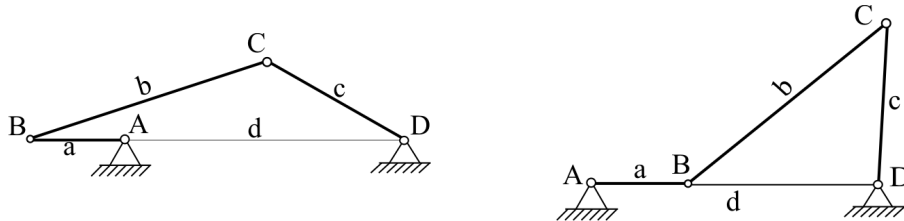
Сл. 5.2: Положаји четворополужног механизма када се чланови 2 (a) и 3 (b) нађу на истом правцу

Такође, постоје две могућности када ће се чланови 1 и 2 (a и d) налазити на истом правцу. За први положај са слике 5.3 важе следећи односи:

$$a + d < b + c, \quad b < c + d + a, \quad c < d + a + b. \quad (5.4)$$

За други положај важи да је:

$$d - a < b + c. \quad (5.5)$$



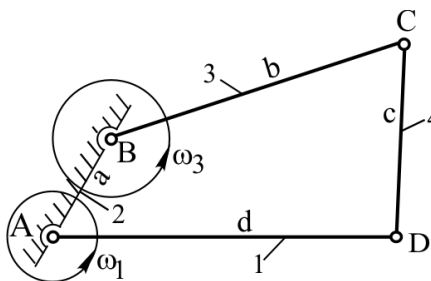
Сл. 5.3: Положаји четворополюжног механизма када се чланови 2 (a) и 1 (d) нађу на истом правцу

Из претходне анализе назначених односа може се закључити следеће:

- члан 2 (a) је најкраћи члан,
- члан 1 (d) је најдужи члан и
- $a + d < b + c$.

Ако су испуњена ова три услова погонски члан 2 (a) кретаће се једнолико кружно, радни члан 4 (c) кретаће се осцилаторно кружно, а спојни члан 3 (b) имаће сложено кретање (и транслаторно и кружно). Овакво кретање четворополюжног механизма назива се његова **првом инверзијом**.

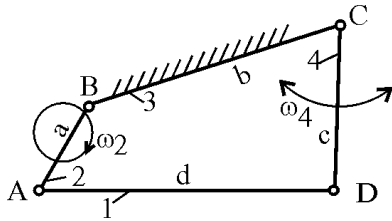
Ако се задржи исти однос дужина чланова четворополюжног механизма као у претходном примеру са сл. 5.1, али се члан 1 (d) ослободи, а за постољни члан се усвоји члан 2 (a), добићемо други начин кретања чланова овог механизма. У овом случају погонски члан ће бити члан 3 (b), спојни члан је 4 (c), а радни члан је 1 (d). Анализом кретања (цртањем путања) овако трансформисаног механизма долази се до закључка да ће се члан 3 кретати једнолико кружно, члан 1 променљиво кружно (путања је потпуна кружница), а члан 4 ће се кретати сложено (сл. 5.4). Овакав начин кретања чланова четворополюжног механизма назива се његова **другом инверзијом**.



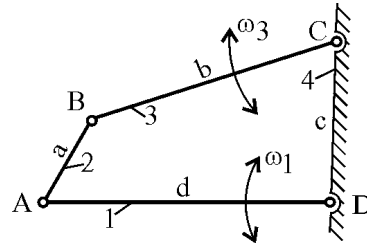
Сл. 5.4: Друга инверзија четворополюжног механизма

Ако би постољни члан био члан 3 (b), а погонски члан 2 (a) (сл. 5.5) добило би се исто кретање као код прве инверзије. То је друга могућност за добијање прве инверзије четворополюжног механизма. Члан 2 би се кретао једнолико кружно, члан 4 осцилаторно кружно, а члан 1 сложено.

Ако се усвоји да је постољни члан 4, да је погонски члан 3, тада је радни члан 1, а спојни члан 2 (исти је однос дужина чланова из прве инверзије). Цртањем путања назначених тачака дошло би се до закључка да погонски члан 3 (b) не може да има цео обртај, већ се креће осцилаторно кружно као и радни члан 1 (сл. 5.6). Овај начин кретања чланова четворополужног механизма назива се **трећом инверзијом**.



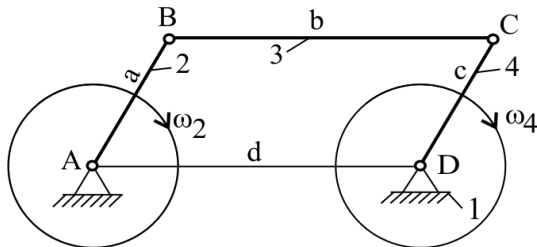
Сл. 5.5: Друга могућност прве инверзије четворополужног механизма



Сл. 5.6: Трећа инверзија четворополужног механизма

Када би се изједначиле дужине чланова четворополужног механизма тако да је $a=c$ и $b=d$, тада би се чланови 2 и 4 кретали једнолико кружно, а члан 3 транслаторно (сл. 5.7). Овакав начин кретања назива се **четвртном инверзијом** четворополужног механизма.

Претходна анализа указује на то да свака промена улоге члана у механизму, као и промена геометријских односа, утиче на начин кретања чланова четворополужног механизма, што исто важи и за сваки други механизам.



Сл. 5.7: Четврта инверзија четворополужног механизма

На исти начин одређују се услови функционисања и других механизма. На пример за клипни механизам (сл. 4.1, страна 27) једини услов је да дужина клипњаче 3 треба да буде већа од дужине погонског члана 2 ($BC > AB$) јер у противном погонски члан 2 не би могао да се окрене за потпун круг (2π).

Услов функционисања планетарног механизма (сл. 3.15, страна 22) произилази из тога да зупчаник сателит (3) треба да се заједно са носачем (4) обрће око централног зупчаника (2). Да би се зупчаник сателит тако кретао треба да је растојање AB једнако збиру полупречника спрегнутих зупчаника, тј. $AB = R_2 + R_3$.

О условима функционисања других механизма биће речи у даљем тексту при кинематичкој и динамичкој анализи механизма.

6. УВОД У КИНЕМАТИЧКУ АНАЛИЗУ МЕХАНИЗАМА

У кинематичкој анализи механизма проучавају се кинематички параметри и кинематички показатељи рада механизма. У кинематичке параметре спадају путање s , брзине v угаоне брзине ω , убрзања a и угаона убрзања ε кинематичких тачака и чланова механизма.

Кинематички показатељи представљају усвојене величине добијене на основу кинематичких параметара којима се дефинише кретање и рад механизма. То су, нпр. преносни однос преносника i , коефицијент повратног хода осцилаторног механизма k , коефицијент расподеле оптерећења точкова трактора λ итд.

6.1. Методе за одређивање кинематичких параметара механизма

Постоје три групе метода за одређивање кинематичких параметара механизма: графичке, графоаналитичке и аналитичке.

У графичке методе спадају: метода клизних брзина и метода окренутих брзина. Графичке методе нису погодне за анализу целокупног механизма, већ његових појединачних кинематичких парова. Тачност добијених решења графичким методама је недовољна.

Графоаналитичке методе су погодне за одређивање кинематичких параметара целокупног механизма. Довољно су визуелне јер добијена решења дају јасну слику кретања сваке тачке и сваког члана механизма. Тачност добијених решења зависи од прецизности цртања и може да буде довољна за инжењерске прорачуне. Међутим, добијена решења се односе за тренутне положаје механизма, а не за цео један радни циклус. Ове методе нису прикладне за синтезу, оптимизацију или подешавања механизма у циљу њиховог прилагођавања условима рада. У графоаналитичке методе спадају:

- метода тренутних положаја,
- метода плана брзина и убрзања,
- метода додатне тачке (метода Асуре) и
- метода централне сличности.

Метода тренутних положаја је непрегледна и сложенија од методе плана брзина и убрзања. Метода додатне тачке (метода Асуре) и метода централне сличности користе се за исте врсте проблема (задатака) и уствари представљају методу плана брзина и убрзања за специфичне механизме. Графоаналитичке методе нису довољно прегледне и погодне за просторне механизме.

Аналитичке методе састоје се у аналитичком дефинисању кинематичких параметара тачака и чланова механизма у функцији кретања погонског члана, користећи диференцијални рачун, векторску анализу, комплексне бројеве итд. Ове методе имају предност над графоаналитичким, јер дају сасвим тачне вредности и погодне су за одређивање кинематичких параметара за цео радни циклус. Посебно су дошле до изражаја појавом и масовним коришћењем рачунара. Аналитичке методе су погодне за добијање оптималних решења, како раванских тако и просторних механизма и за кинематичку анализу механизма у циљу њиховог побољшања и прилагођавања условима рада, јер се помоћу њих може да симулира рад механизма.

6.2. Узајамни однос брзина и убрзања тачака на механизмима

Као увод у методе за одређивање кинематичких параметара механизма анализираће се узајамна зависност ових параметара на члановима и кинематичким паровима.

Кретање може бити различито зависно од облика путање по којој се тело креће и од промене брзине. Према облику путање кретање може бити праволинијско (транслаторно), кружно, криволинијско и сложено. Према промени брзине кретање може бити једнолико, када је брзина стална (непроменљива) и променљиво. Променљиво кретање може бити једнако и неједнако променљиво, затим може бити убрзано и успорено. Чланови механизма, односно делови машина имају све врсте наведених кретања. Овде ће се анализирати праволинијско, кружно, једнолико и једнако променљиво кретање (убрзано и успорено).

Једнолико праволинијско кретање је такво кретање код којег се брзина не мења, а путања је права линија. Дефинисано је изразом:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}, \quad \dots\dots\dots (6.1)$$

где је: $v(\text{m/s})$ - брзина кретања, $s(\text{m})$ - пређени пут по правој линији и $t(\text{s})$ време трајања кретања. Правац брзине је исти као правац кретања, а смер је у смеру кретања.

Једнако променљиво праволинијско кретање је такво кретање код којег се брзина мења (повећава или смањује) за један сталан износ којег називамо убрзање или успорење, а путања је права линија. Једнако променљиво праволинијско кретање одређено је двома једначинама:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 \pm \vec{a} \cdot t \quad \text{и} \quad \vec{s} = \vec{v}_0 \cdot t \pm \frac{\vec{a} \cdot t^2}{2}, \quad \dots\dots\dots (6.2)$$

где је: $v(\text{m/s})$ - крајња брзина, $v_0(\text{m/s})$ - почетна брзина, $a(\text{m/s}^2)$ - убрзање или успорење. Правац убрзања и успорења једнак је правцу кретања. Знак плус (+) користи се када је кретање једнако убрзано, а знак минус (-) за једнако успорено кретање.

Једнолико кружно кретање има за путању кружницу, а дефинисано је сталном угаоном брзином $\omega(\frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{s}^{-1})$, обимном брзином $v(\text{m/s})$ и нормалним убрзањем $a_n(\text{m/s}^2)$ (сл. 6.1а).

Једначина која дефинише једнолико кружно кретање аналогна је једначини за једнолико праволинијско кретање и представља промену угла у јединици времена. Интензитет угаоне брзине једнак је:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad \dots\dots\dots (6.3)$$

где је: $\omega(\text{s}^{-1})$ - угаона брзина, $\varphi(\text{rad})$ - пређени пут по кружници изражен углом и $t(\text{s})$ време трајања кретања.

Интензитет обимне брзине при кружном кретању једнак је:

$$v = R \cdot \omega, \quad \dots\dots\dots (6.4)$$

где је $R(m)$ - радијус обртања (полупречник кружнице). Правац обимне брзине је управан на радијус обртања (тангента на кружницу) ($\vec{v} \perp \overline{AB}$), а смер је у смеру угаоне брзине ω .

Нормално убрзање a_n при једнолико кружном кретању јавља се због промене путање. Интензитет се одређује на основу једначине:

$$a_n = R \cdot \omega^2 \text{ или } a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (6.5)$$

Нормално убрзање има правац радијуса обртања ($a_n // \overline{AB}$), а усмерено је према тачки обртања (A).

Једнако убрзано кружно кретање је такво кретање где се угаона брзина ω повећава за угаоно убрзање ε , те се поред обимне брзине v и нормалног убрзања a_n јавља и тангенцијално убрзање a_t , а путања је кружница. Ово кретање дефинисано је двома основним једначинама, аналогно праволинијском једнако убрзаном кретању. Интензитети угаоне брзине и пређеног пута израженог углом φ су:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t \text{ и } \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \quad (6.6)$$

где је: $\omega(s^{-1})$ - крајња угаона брзина, $\omega_0(s^{-1})$ - почетна угаона брзина, $\varepsilon(s^{-2})$ - угаоно убрзање. Смер угаоног убрзања је исти као смер угаоне брзине.

Обимна брзина v и нормално убрзање a_n се у потпуности (интензитет, правац и смер) одређују исто као код једноликог кружног кретања.

Тангенцијално убрзање a_t јавља се због угаоног убрзања. Интензитет тангенцијалног убрзања одређује се према једначини:

$$a_t = R \cdot \varepsilon. \quad (6.7)$$

Тангенцијално убрзање има правац управан на радијус обртања ($a_t \perp \overline{AB}$), а смер је у смеру угаоног убрзања (сл. 6.1b).

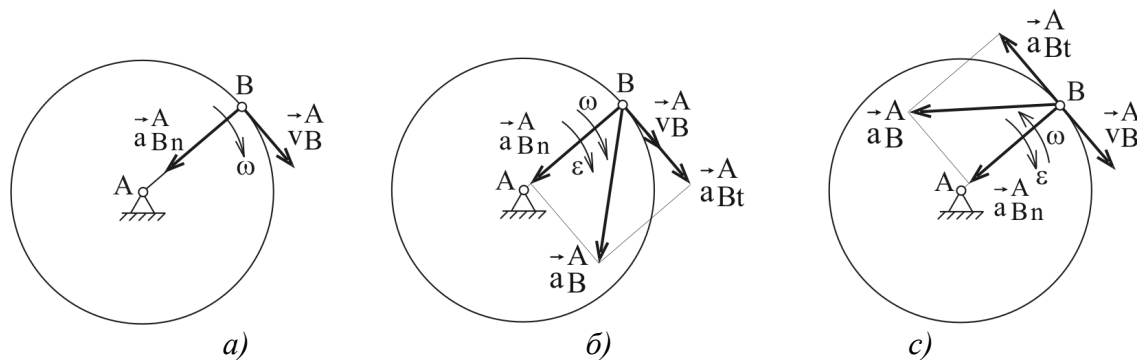
Нормално и тангенцијално убрзање су компоненте резултујућег убрзања a , чији се интензитет одређује према једначини $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$.

Једнако успорено кружно кретање је такво кретање где се угаона брзина смањује за угаоно успорење ε , те се поред обимне брзине и нормалног убрзања јавља и тангенцијално успорење a_t . Ово кретање дефинисано је двома основним једначинама, аналогно праволинијском једнако убрзаном кретању:

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon \cdot t \text{ и } \varphi = \omega_0 \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}. \quad (6.8)$$

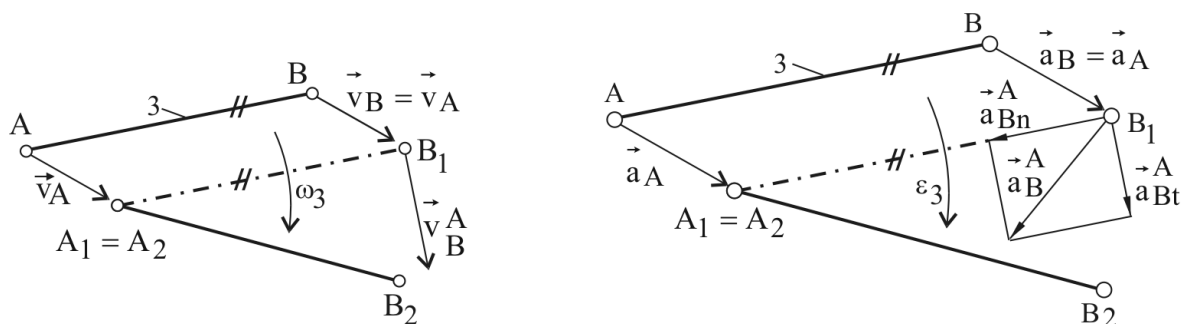
Тангенцијално успорење има правац управан на радијус обртања ($a_t \perp \overline{AB}$), а смер је у смеру угаоног успорења (сл. 6.1c). Угаоно успорење има смер супротан од смера угаоне брзине.

На сл. 6.1 означени су наведени кинематички параметри ротације тачке В у односу на центар ротације А: $\vec{v}_B$, $\vec{a}_{Bn}$, $\vec{a}_{Bt}$ и $\vec{a}_B$.



Сл. 6.1: Кинематички параметри кружног кретања

Сложено кретање може се расчланити на два компонентална кретања, транслаторно и ротационо. Нека члан 3 треба да се помери из почетног положаја АВ у крајњи А₂В₂ (сл. 6.2). Први део кретања је транслаторни до положаја А₁В₁, где обе тачке имају исту брзину и исто убрзање, након чега у другом делу кретања, тачка В ротира око А, која мирује и тако члан 3 долази у положај А₂В₂.



Сл. 6.2: Однос кинематичких параметара две тачке на истом члану (тачке В према А)

Крајња брзина тачке В одређује се из једначине:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}^A, \quad (6.9)$$

где је $\vec{v}_{B/A}^A$ релативна обимна брзина тачке В у односу на А. Правац релативне обимне брзине је управан на члан 3 у том положају ($\vec{v}_{B/A}^A \perp \overline{BA}$), а њен интензитет је $v_{B/A}^A = \overline{BA} \cdot \omega_3$. Ако је позната брзина тачке А и релативна угаона брзина ω_3 може се одредити непозната брзина тачке В.

Убрзање тачке В једнако је:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn/A}^A + \vec{a}_{Bt/A}^A, \quad (6.10)$$

где је $\vec{a}_{Bn/A}^A$ нормално убрзање тачке В у односу на А, а $\vec{a}_{Bt/A}^A$ тангенцијално убрзање тачке В у односу на А. Правац нормалног убрзања је паралелан са чланом 3 ($\vec{a}_{Bn/A}^A \parallel \overline{BA}$), смер је од

тачке В према А, јер тачка В ротира око A_1 , а интензитет је $a_{Bn}^A = \frac{(v_B^A)^2}{BA}$ или $a_{Bn}^A = \overline{BA} \cdot \omega_3^2$. Правац тангенцијалног убрзања је управан на члан 3, ($\vec{a}_{Bt}^A \perp \overline{BA}$), интензитет је $a_{Bt}^A = \overline{BA} \cdot \varepsilon_3$, а смер је у смеру угаоног убрзања члана 3, тј. у смеру ε_3 .

Исти однос брзина и убрзања може се успоставити у случају када је познато кретање тачке В, а тражи се за А, тј. када члан 3 у положај два долази ротацијом тачке А око В (сл. 6.3):

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}_A^B, \quad \dots\dots\dots (6.11)$$

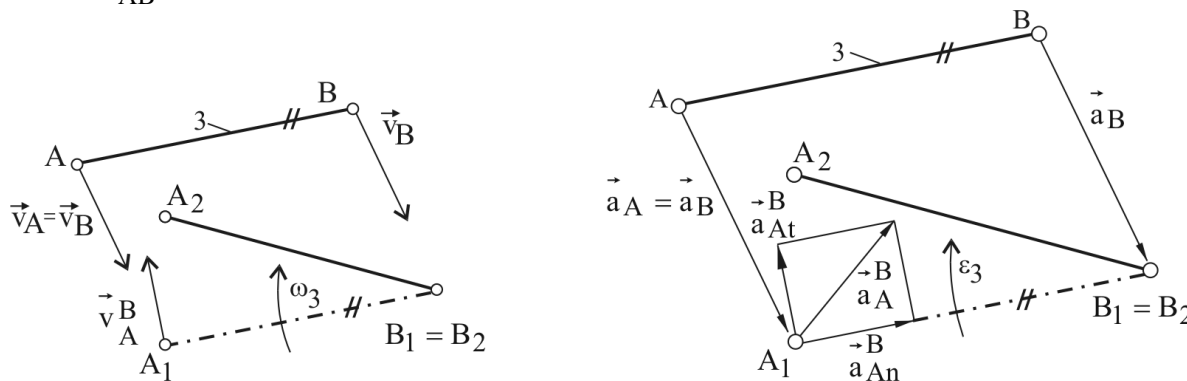
где $\vec{v}_A^B$ релативна обимна брзина тачке А у односу на В, има правац управан на члан 3 ($\vec{v}_A^B \perp \overline{AB}$), а њен интензитет је $v_A^B = \overline{AB} \cdot \omega_3$.

Убрзање тачке А је у овом случају:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{An}^B + \vec{a}_{At}^B, \quad \dots\dots\dots (6.12)$$

где је: $\vec{a}_{An}^B$ нормално убрзање тачке А у односу на В, а $\vec{a}_{At}^B$ тангенцијално убрзање тачке А у односу на В. Правци ових релативних убрзања су $\vec{a}_{An}^B \parallel \overline{AB}$, $\vec{a}_{At}^B \perp \overline{AB}$, а интензитети су

$$a_{An}^B = \frac{(v_A^B)^2}{AB} \text{ и } a_{At}^B = \overline{AB} \cdot \varepsilon_3.$$



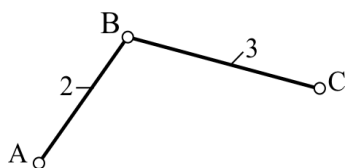
Сл. 6.3: Однос кинематичких параметара две тачке на истом члану (тачке А према В)

Релативне брзине и убрзања између тачака А и В, било да ротира тачка В око А или обрнуто, су исте само супротних смерова, тј. $\vec{v}_B^A = -\vec{v}_A^B$, $\vec{a}_{Bn}^A = -\vec{a}_{An}^B$, $\vec{a}_{Bt}^A = -\vec{a}_{At}^B$, $\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_B = -\vec{\omega}_A$ и $\vec{\varepsilon}_3 = \vec{\varepsilon}_B = -\vec{\varepsilon}_A$.

Односи брзина и убрзања, који су показани на члану са сложеним кретањем, могу се успоставити само између тачака које имају физичку везу, тј. између тачака на истом члану или када клизају једна по другој.

Посматрајмо међусобни однос кретања тачака на члановима 2 и 3 (сл. 6.4). Тачка В истовремено припада члану 2 и 3, те се могу написати једначине:

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A$, $\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_B^C$ и за убрзања $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$, $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C$, док се никако не могу ове једначине написати између тачака А и С јер су на различитим члановима.



Сл. 6.4: Однос кретања тачке В

Код кинематичких парова с транслаторним члановима (сл. 6.5), тачке клизају једна по другој, те се може написати да је:

$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{A1} + \vec{v}_{A2}^{A1}, \dots\dots\dots (6.13)$$

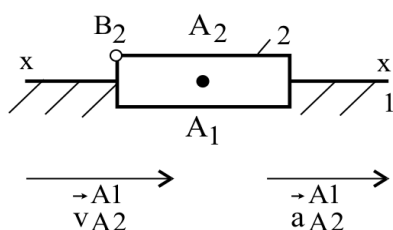
где је $\vec{v}_{A2}^{A1}$ релативна клизна брзина тачке A_2 у односу на A_1 и има правац паралелан са правцем клизања, тј. $\vec{v}_{A2}^{A1} \parallel \overline{x-x}$ и

$$\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{A1} + \vec{a}_{A2}^{A1}, \dots\dots\dots (6.14)$$

где је $\vec{a}_{A2}^{A1}$ релативно клизно убрзање тачке A_2 у односу на A_1 и има правац паралелан са правцем клизања, тј. $\vec{a}_{A2}^{A1} \parallel \overline{x-x}$. Члан 1 је непокретан те су релативне компоненте једнаке апсолутним брзинама и убрзањима: $\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{A2}^{A1}$ и $\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{A2}^{A1}$.

Код транслаторног кретања (сл. 6.5) када је члан по коме се врши клизање прав (члан 1) тада све тачке на члановима имају исте апсолутне и релативне брзине и убрзања:

$$\vec{v}_{B2} = \vec{v}_{A2}, \vec{a}_{B2} = \vec{a}_{A2}, \vec{v}_{B2}^{A1} = \vec{v}_{A2}^{A1} \text{ и } \vec{a}_{B2}^{A1} = \vec{a}_{A2}^{A1}.$$



Сл. 6.5: Кретање клизног кинематичког пара

Када непокретни члан по коме клизач клизи није прав, већ је нека крива линија, нпр. кружница (сл. 6.6) брзине и убрзања тачке A_2 на клизачу су:

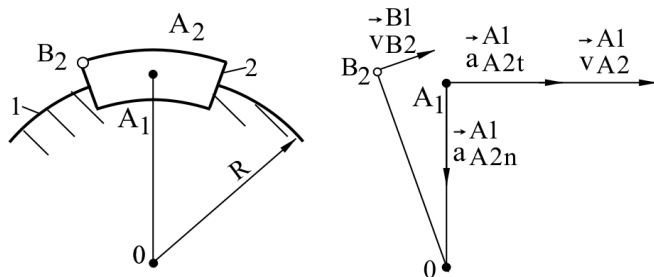
$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{A1} + \vec{v}_{A2}^{A1}, \dots\dots\dots (6.15)$$

где је $\vec{v}_{A2}^{A1}$ релативна клизна брзина тачке A_2 у односу на A_1 , има правац паралелан са правцем клизања, тј. паралелна је с тангентом на кружницу полупречника R у тачки A_1 ($\vec{v}_{A2}^{A1} \perp \overline{A_1O}$) и

$$\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{A1} + \vec{a}_{A2n}^{A1} + \vec{a}_{A2t}^{A1}, \dots\dots\dots (6.16)$$

где је $\vec{a}_{A2n}^{A1}$ нормално убрзање тачке A_2 у односу на A_1 , има правац паралелан са радијусом обртања у тачки A_1 са смером ка центру ротације (ка тачки 0), ($\vec{a}_{A2n}^{A1} // \overline{A_1 0}$); $\vec{a}_{A2t}^{A1}$ је тангенцијално убрзање тачке A_2 у односу на A_1 , има правац управан на радијус обртања у тачки A_1 ($\vec{a}_{A2t}^{A1} \perp \overline{A_1 0}$). Интензитети убрзања се одређују на следећи начин:

$$a_{A2n}^{A1} = A_1 0 \cdot \omega_2^2 = \frac{(v_{A2}^{A1})^2}{A_1 0} \text{ и } a_{A2t}^{A1} = \overline{A_1 0} \cdot \varepsilon_2.$$



Сл. 6.6: Однос кретања када је нејокрећан члан кружница

Свака тачка на члану 2 (сл. 6.6) има различите апсолутне и релативне брзине због различитог растојања од тачке 0. Брзине и убрзања тачке B_2 и A_2 нису исте.

Брзина тачке A_3 у односу на A_2 кулисног кинематичког пара (сл. 6.7) је:

$$\vec{v}_{A3} = \vec{v}_{A2} + \vec{v}_{A3}^{A2}, \dots\dots\dots (6.17)$$

где је $\vec{v}_{A3}^{A2}$ релативна клизна брзина тачке A_3 у односу на A_2 , која има правац паралелан са правцем клизања ($\vec{v}_{A3}^{A2} // \overline{CD}$).

Убрзање тачке A_3 у односу на A_2 је:

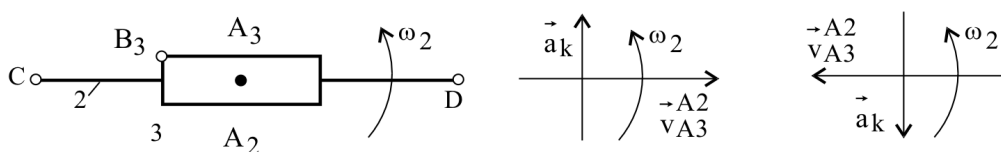
$$\vec{a}_{A3} = \vec{a}_{A2} + \vec{a}_k + \vec{a}_{A3}^{A2}, \dots\dots\dots (6.18)$$

где је $\vec{a}_k$ кориолисово убрзање, а $\vec{a}_{A3}^{A2}$ релативно клизно убрзање тачке A_3 у односу на A_2 ($\vec{a}_{A3}^{A2} // \overline{CD}$).

Кориолисово убрзање се јавља између две тачке које клизају једна по другој а истовремено заједно ротирају неком угаоном брзином ω .

Интензитет кориолисовог убрзања је:

$$a_k = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_{A3}^{A2}. \dots\dots\dots (6.19)$$



Сл. 6.7: Кулисни кинематички пар - кориолисово убрзање

Кориолисово убрзање је управно на релативну клизну брзину тачке A_3 у односу на A_2 , ($\vec{a}_k \perp \vec{v}_{A3}^{A2}$) тј. управно је на правац клизања, $\vec{a}_k \perp \overline{CD}$. Смер кориолисовог убрзања зависи од смерова ω_2 и $\vec{v}_{A3}^{A2}$ и одређује се на начин како је то показано на слици 6.7. Смер кориолисовог убрзања је онај смер где стрелица угаоне брзине “удари” у стрелицу клизне брзине и окрене је за 90° .

Када је кулиса крива линија, нпр. део кружнице (сл. 6.8) тада се брзина тачке A_3 одређује према једначини:

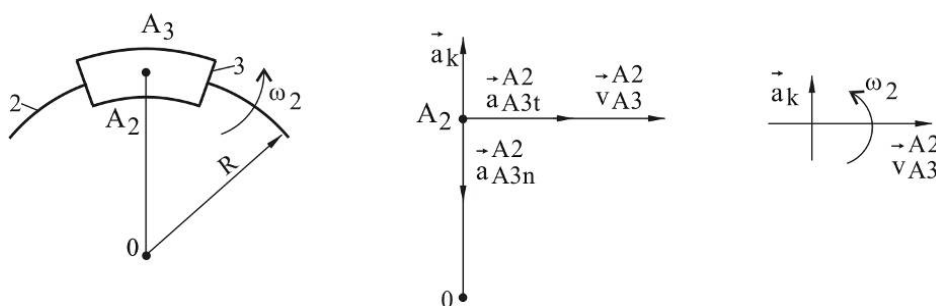
$$\vec{v}_{A3} = \vec{v}_{A2} + \vec{v}_{A3}^{A2}, \quad (6.20)$$

где је $\vec{v}_{A3}^{A2}$ релативна клизна брзина и има правац тангенте на кружницу, тј. $\vec{v}_{A3}^{A2} \perp \overline{A_2 0}$. Убрзање тачке A_3 једнако је:

$$\vec{a}_{A3} = \vec{a}_{A2} + \vec{a}_k + \vec{a}_{A3n}^{A2} + \vec{a}_{A3t}^{A2}, \quad (6.21)$$

где је $\vec{a}_k$ кориолисово убрзање, има правац $\vec{a}_k \perp \vec{v}_{A3}^{A2}$, односно $\vec{a}_k \parallel \overline{A_2 0}$; $\vec{a}_{A3n}^{A2}$ је релативно клизно нормално убрзање има правац паралелан са радијусом обртања, тј. $\vec{a}_{A3n}^{A2} \parallel \overline{A_2 0}$, усмерено је ка центру ротације ка тачки 0 и $\vec{a}_{A3t}^{A2}$ је релативно клизно тангенцијално убрзање управно је на радијус обртања, ($\vec{a}_{A3t}^{A2} \perp \overline{A_2 0}$).

Интензитети се одређују из релација: $a_k = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_{A3}^{A2}$, $a_{A3n}^{A2} = \frac{(v_{A3}^{A2})^2}{A_2 0}$ и $a_{A3t}^{A2} = \overline{A_2 0} \cdot \varepsilon_3$.

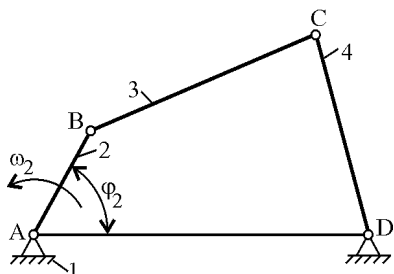


Сл. 6.8: Кулисни кинематички пар (кулиса је део кружнице) - кориолисово убрзање

6.3. Метода плана брзина и убрзања

Метода плана брзина и убрзања састоји се у цртању плана брзина и плана убрзања према једначинама које дефинишу међусобне кинематичке зависности тачака на **истом члану или клизају једна по другој**. Само у ова два случаја могу се успоставити једначине које дефинишу кинематичку везу између тачака и које се користе у методи плана брзина и убрзања. Ова метода има широку примену за равanske механизме, док за просторне није погодна. Поступак одређивања кинематичких параметара методом плана брзина и убрзања показан је на четворополужном механизму (сл. 6.9).

Задатак 6.1: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака као и угаоне брзине и угаона убрзања чланова механизма (сл. 6.8). Дати подаци су: $\overline{AB} = 0,15 \text{ m}$, $\overline{BC} = 0,32 \text{ m}$, $\overline{CD} = 0,26 \text{ m}$, $\overline{AD} = 0,43 \text{ m}$, $\varphi_2 = 60^\circ$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.



Сл. 6. 9: Кинематичка шема четворпојолужног механизма (задача 6.1)

Усвоји се погодна размера, нпр. $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$ и нацрта кинематичка шема датог механизма (сл. 6.9).

План брзина се црта на основу једначина које дефинишу међусобни однос брзина тачака на истом члану. Почине се од погонског члана 2 јер је његово кретање познато. Интензитет брзине тачке В је:

$$v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,15 \text{ m} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 3 \text{ m/s} . \quad (6.22)$$

Правац ове обимне брзине је управан на члан 2, (на дуж $\overline{AB}$), а смер је исти као смер угаоне брзине ω_2 . Одабере се погодна размера за цртање плана брзина, нпр. $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ и тачка P_v као почетак плана брзина. На плану брзина (сл. 6.10) брзина $\vec{v}_B$ је представљена са дужи $\overline{P_v b} = 6 \text{ cm}$.

Брзина тачке С одређује се на основу брзине тачке В јер се налазе на истом члану 3, те је:

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} . \quad (6.23)$$

Интензитет релативне брзине тачке С у односу на В може се одредити из релације $v_{CB}^B = \overline{CB} \cdot \omega_3$, међутим, за сада је непозната вредност угаоне брзине ω_3 . Познат је само правац брзине $\vec{v}_{CB}^B$ да је управан на члан 3, односно на дуж $\overline{CB}$. Стога је потребна још једна једначина за брзину тачке С. Одређује се преко тачке D јер се тачке С и D налазе на истом члану 4, а позната је брзина тачке D ($v_D = 0$):

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{CD}^D . \quad (6.24)$$

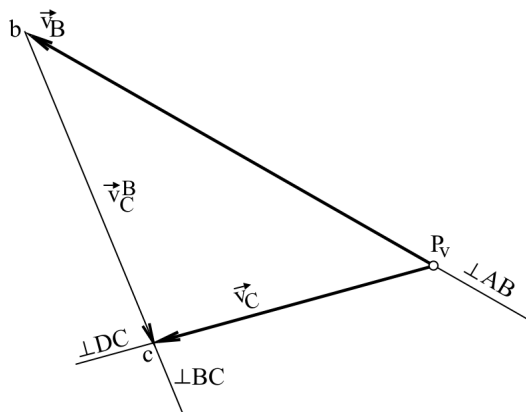
Релативна брзина тачке С у односу на D је $v_{CD}^D = \overline{DC} \cdot \omega_4$. Међутим, интензитет се, за сада не може одредити јер је непознато ω_4 . Правац ове брзине је управан на члан 4 односно на дуж $\overline{DC}$. У пресеку графички представљених једначина (6.23) и (6.24) добија се брзина тачке С (тачка с) чији се интензитет одређује из релације:

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 3,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,85 \text{ m/s} .$$

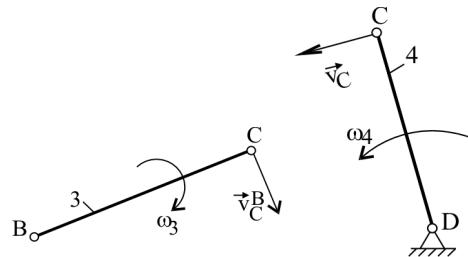
Из плана брзина (сл. 6.10) одређују се све остале кинематичке величине, те је:

$$v_C^B = \overline{bc} \cdot \omega_v = 4,3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 2,15 \text{ m/s}.$$

Смер брзине $\vec{v}_C^B$ добија се из векторске једначине (6.23). Сада се може одредити угаона брзина члана 3, $\omega_3 = \frac{v_C^B}{CB} = \frac{2,15}{0,32} = 6,71 \text{ s}^{-1}$, а смер се одређује из услова да су смерови угаоне брзине ω_3 и релативне обимне брзине $\vec{v}_C^B$ исти (сл. 6.11). На исти начин се одређује угаона брзина члана 4, тј. $\omega_4 = \frac{v_C}{DC} = \frac{1,85}{0,26} = 7,11 \text{ s}^{-1}$, а смер из једнакости смерова угаоне брзине ω_4 и обимне брзине $\vec{v}_C$. Релативна брзина тачке С у односу на D једнака је њеној апсолутној вредности ($\vec{v}_C^D = \vec{v}_C$) јер је брзина тачке D нула ($v_D = 0$).



Сл. 6.10: План брзина (задаћак 6.1)



Сл. 6.11: Одређивање смерова угаоних брзина (задаћак 6.1)

Убрзања се добијају према једначинама за убрзања и на основу плана убрзања. Редослед писања једначина за убрзања је исти као и код брзина. Убрзање погонског члана 2 састоји се само из нормалног убрзања тачке В према А јер је угаоно убрзање члана 2 нула, $\varepsilon_2 = 0$, те је интензитет убрзања тачке В:

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,15 \text{ m} \cdot 20^2 \text{ s}^{-1} = 60 \text{ m/s}^2 \quad (6.25)$$

Правац убрзања $\vec{a}_B$ је паралелан са чланом 2 ($// \overline{BA}$), а усмерено је према центру ротације, од тачке В према А. Усвоји се размера за цртање плана убрзања нпр. $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}$ и почетна тачка P_a . Убрзање тачке В је представљено са дужи $\overline{P_a a} = 6 \text{ cm}$.

Убрзање тачке С одређује се на основу две једначине, преко тачака А и D (сл. 6.12) исто као и брзине. Прва једначина за убрзање тачке С је:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B \quad (6.26)$$

Интензитет релативног нормалног убрзања тачке С у односу на В је:

$$a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(2,15)^2}{0,32} = 14,44 \text{ m/s}^2, \text{ правац је паралелан са чланом 3, а у смеру од тачке C према B. Интензитет релативног тангенцијалног убрзања тачке C у односу на B одређује се}$$

из једначине $a_{Ct}^B = \varepsilon_3 \cdot \overline{CB}$, а правац је управан на члан 3. Како је непознато угаоно убрзање ε_3 , тангенцијално убрзање се, за сада не може одредити. Друга једначина за убрзање тачке С је:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D \quad (6.27)$$

Интензитет релативног нормалног убрзања тачке С у односу на D је:

$$a_{Cn}^D = \frac{(v_C)^2}{\overline{CD}} = \frac{(1,85)^2}{0,26} = 13,16 \text{ m/s}^2, \text{ правац је паралелан са чланом 4, а у смеру од тачке С ка}$$

D. Интензитет релативног тангенцијалног убрзања тачке С према D одређује се из једначине $a_{Ct}^D = \varepsilon_4 \cdot \overline{CD}$, а правац је управан на члан 4. Како је непознато угаоно убрзање ε_4 , тангенцијално убрзање се, за сада не може одредити.

Једначине (6.26) и (6.27) се на плану убрзања графички представе и у њиховом пресеку добија тачка c' која представља врх убрзања тачке С.

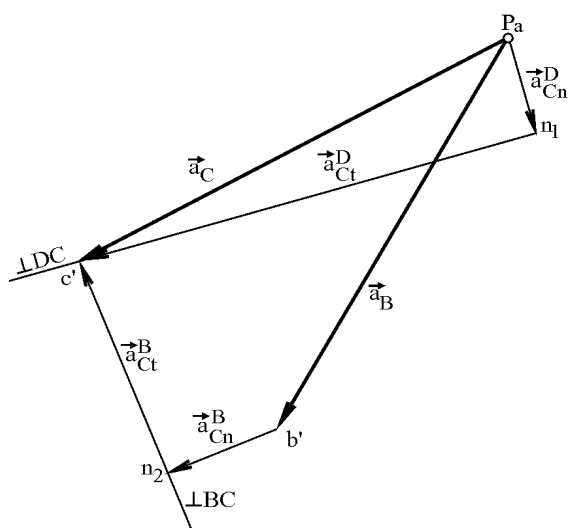
Из плана убрзања добијају се остале непознате вредности, односно интензитет убрзања тачке С, тангенцијална убрзања $\vec{a}_{Ct}^B$, $\vec{a}_{Ct}^D$ и угаона убрзања чланова 3 и 4:

$$a_C = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 6,2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}} = 62 \text{ m/s}^2, \quad a_{Ct}^B = \overline{n_2 c'} \cdot U_a = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}} = 31 \text{ m/s}^2,$$

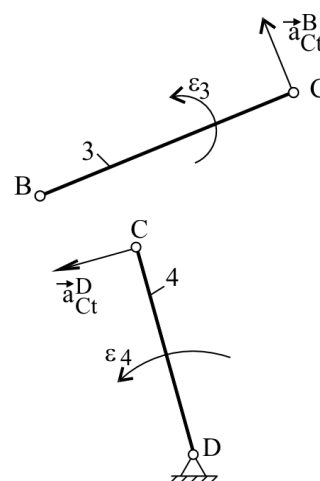
$$a_{Ct}^D = \overline{n_1 c'} \cdot U_a = 6,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}} = 61 \text{ m/s}^2, \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{\overline{CB}} = \frac{31}{0,32} = 96,87 \text{ s}^{-2} \text{ и}$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{Ct}^D}{\overline{CD}} = \frac{61}{0,26} = 234,61 \text{ s}^{-2}, \text{ а смерови су дати на сл. 6.13.}$$

Смерови угаоних убрзања одређени су из услова да су смерови угаоних и тангенцијалних убрзања исти.



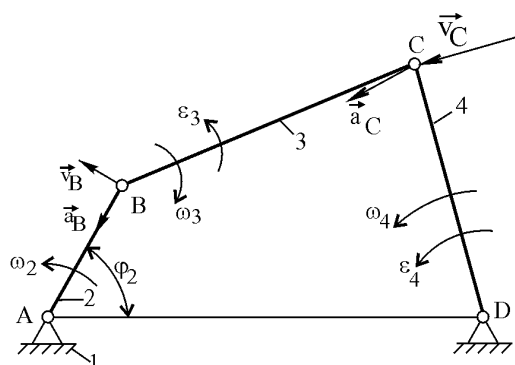
Сл. 6.12: План убрзања (задаћак 6.1)



Сл. 6.13: Одређивање смерова угаоних убрзања (задаћак 6.1)

Добијени смерови брзина и убрзања дати су и на кинематичкој шеми (сл. 6.14). Може се закључити да при једноликом кретању погонског члана 2, члан 3 се креће успорено (супротни су смерови угаоне брзине ω_3 и убрзања ε_3), а члан 4 убрзано (исти су смерови угаоне брзине ω_4 и убрзања ε_4).

Добијене вредности кинематичких параметара су за задати тренутни положај механизма. У неком другом положају ове вредности ће бити другачије по интензитету, правцу и смеру, а одредиле би се на исти начин, цртајући поново план брзина и убрзања за тај други положај. Ово представља недостатак методе плана брзина и убрзања. Други недостатак ове методе је тај што добијена решења зависе од субјективне прецизности оног ко црта. Стога треба усвојити размере за цртање плана брзина и плана убрзања тако да се добију крупније слике.



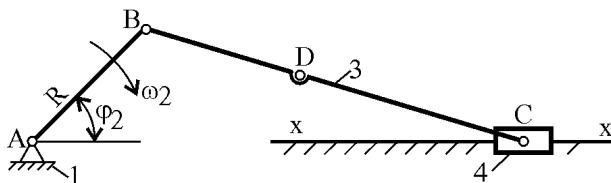
Сл. 6.14: Смерови брзина и убрзања (задаћак 6.1)

6.4. Клипни механизам

Клипни механизам има веома широку примену: у моторима са унутрашњим сагоревањем, за погон пумпи, компресора, преса итд. Једноставне је конструкције, међутим његови чланови имају велике промене брзина и убрзања у току једног обртаја те се јављају велике инерцијалне силе које се на одређен начин уравнотежавају о чему ће касније бити речи.

Задатак 6.2: Одредити кинематичке параметре клипног механизма за један цео радни циклус (један потпун обртај погонског члана 2 - 360°). Дати подаци су: $\overline{AB} = 0,2 \text{ m}$, $\overline{BC} = 0,5 \text{ m}$, $\overline{BD} = 0,2 \text{ m}$, $\varphi_2 = 45^\circ$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

Усвоји се погодна размера $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$ и нацрта кинематичка шема (сл. 6.15).



Сл. 6.15: Кинематичка шема клипног механизма (задаћак 6.2)

Интензитет брзине тачке В је:

$$1. \ v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,2 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ m/s}.$$

Правац ове брзине је управан на члан 2 ($\vec{v}_B \perp \overline{AB}$), а смер је исти као смер угаоне брзине ω_2 . Одабере се погодна размера, нпр. $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ за цртање плана брзина и тачка P_v као почетак плана брзина. На плану брзина, брзина $\vec{v}_B$ је престављена са дужи $\overline{P_v b} = 4 \text{ cm}$ (сл. 6.16).

Брзина тачке С одређује се на основу брзине тачке В јер се налазе на истом члану 3, те је:

$$2. \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B.$$

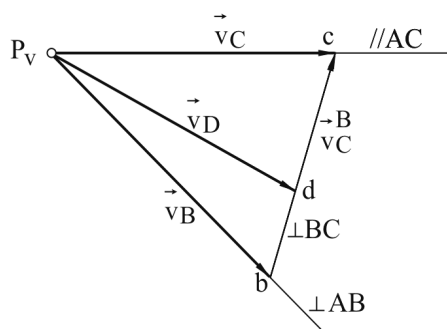
Интензитет релативне брзине члана 3 одређује се из релације $v_C^B = \overline{CB} \cdot \omega_3$, међутим, за сада је непознат као и смер, јер је непозната угаона брзина ω_3 . Познат је само правац да је управан на члан 3, односно на дуж СВ ($\vec{v}_C^B \perp \overline{CB}$). Стога је потребна још једна једначина за брзину тачке С. Одређује се из услова да апсолутна брзина тачке С треба да је паралелна са правцем кретања клизача $\overline{x-x}$:

$$3. \vec{v}_C \parallel \overline{x-x}.$$

На основу наведених једначина црта се план брзина. Интензитети брзина добијају се множењем одговарајућих одсецака са плана брзина с размером за брзине, те је:

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 3,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,85 \text{ m/s}, \quad v_C^B = \overline{bc} \cdot U_v = 3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,5 \text{ m/s}.$$

Смер брзине $\vec{v}_C^B$ добија се из векторске једначине 2. Интензитет угаоне брзине члана 3 је $\omega_3 = \frac{v_C^B}{\overline{CB}} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \text{ s}^{-1}$, смер је исти као и смер брзине $\vec{v}_C^B$ (показан на скици сл. 6.18).



Сл. 6.16: План брзина (задаћак 6.2)

Када се тачке налазе на истом члану на једном правцу, тада ће се на плану брзина и убрзања врхови брзина и убрзања тих тачака налазити на истом правцу. Стога се брзина тачке D (потенцијална кинематичка веза) добија из пропорције:

$$4. \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{bd}}{\overline{bc}} \Rightarrow \overline{bd} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{bc}}{\overline{BC}} = \frac{2 \cdot 3}{5} = 1,2 \text{ cm}, \text{ те је } v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 3,5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,75 \text{ m/s}.$$

Убрзања се добијају на сличан начин као и брзине према једначинама за убрзања која се графички представе у размери $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}}$ (сл. 6.17).

Кретање члана 2 је једнолико кружно те тачка В има само нормално убрзање:

$$5. a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,2 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 20 \text{ m/s}^2.$$

Ово убрзање је паралелно с чланом 2 ($\vec{a}_B \parallel \overline{AB}$) усмерено је ка центру обртања, ка тачки А.
Убрзање тачке С је:

$$6. \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct},$$

$$\text{где је } a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{\overline{CB}} = \frac{1,5^2}{0,5} = 4,5 \text{ m/s}^2; \vec{a}_{Cn}^B \parallel \overline{CB} \text{ у смеру од тачке С ка тачки В (тачка С}$$

релативно ротира око тачке В); $\vec{a}_{Ct}^B \perp \overline{CB}$. Други услов за убрзање тачке С је:

$$7. \vec{a}_C \parallel \overline{x-x'}.$$

Убрзање тачке D добија се пропорцијом:

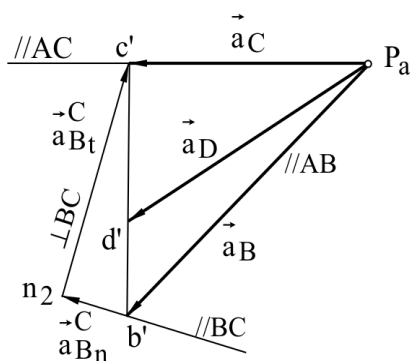
$$8. \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{b'd'}}{\overline{b'c'}} \Rightarrow \overline{b'd'} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{b'c'}}{\overline{BC}} = \frac{2 \cdot 2,85}{5} = 1,14 \text{ cm}.$$

Интензитети убрзања добијају се са плана убрзања множењем одговарајућих одсечака размером за убрзања:

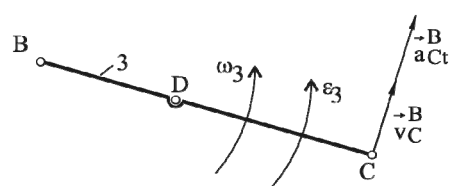
$$a_C = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 2,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}} = 14 \text{ m/s}^2, \quad a_D = \overline{P_a d'} \cdot U_a = 3,35 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}} = 16,75 \text{ m/s}^2,$$

$$a_{Ct}^B = \overline{n_2 c'} \cdot U_a = 2,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}} = 14 \text{ m/s}^2 \text{ и } \varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{\overline{CB}} = \frac{14}{0,5} = 28 \text{ s}^{-2}.$$

Смер угаоних брзина и убрзања одређен је према скици (сл. 6.18).

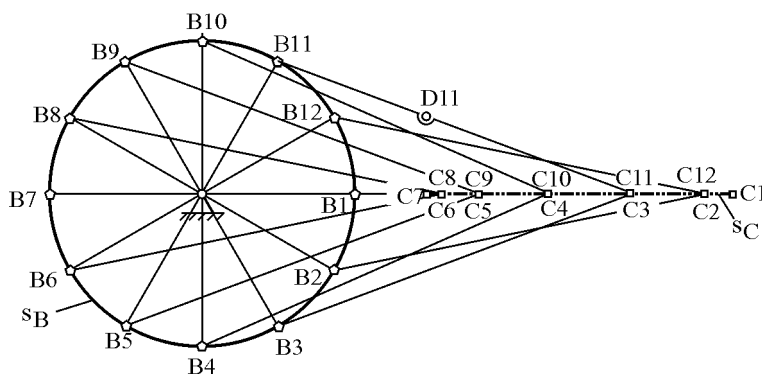


Сл. 6.17: План убрзања (задаџак 6.2)



Сл. 6.18: Одређивање угаоних брзина и убрзања (задаџак 6.2)

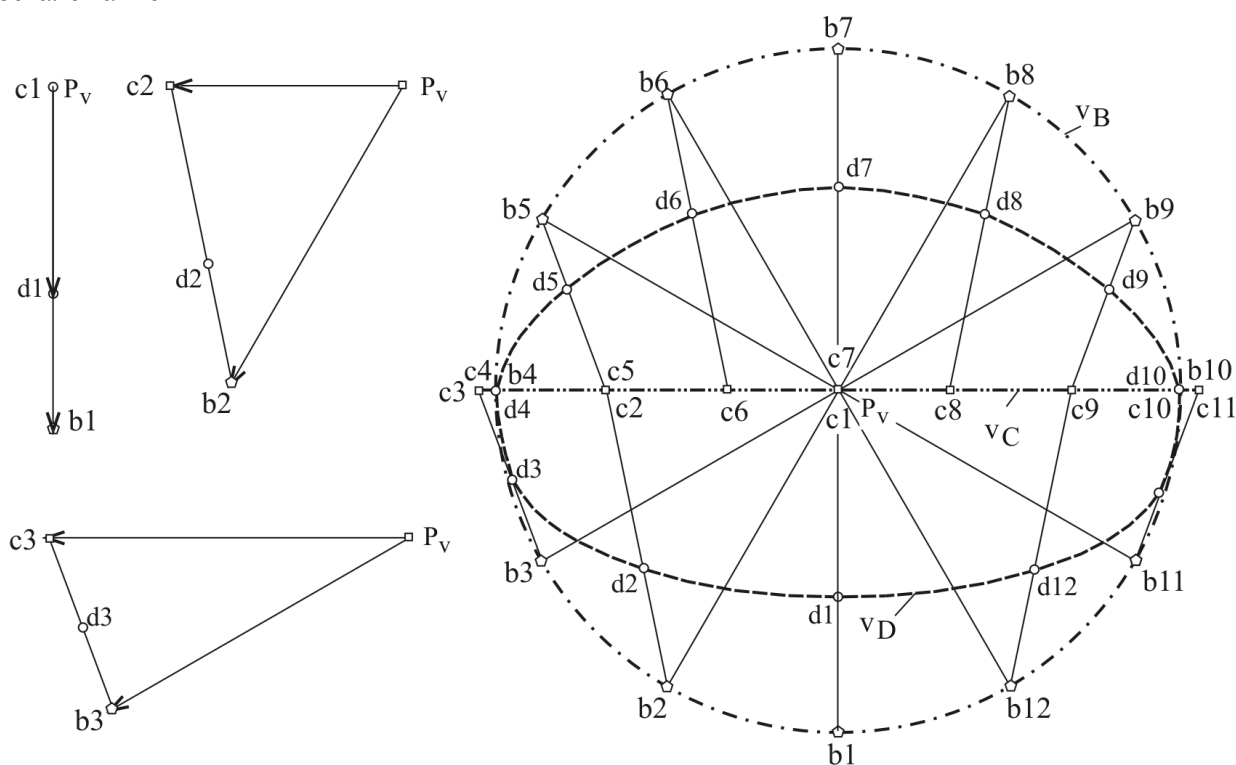
Добијене вредности брзина и убрзања су за тренутни положај механизма који је задат углом φ_2 . При кретању, механизам ће се наћи у другом положају, те ће вредности кинематичких параметара бити другачије. Стога је потребно одредити ове вредности за више положаја како би се сагледао један цео циклус (потпун обртај од 360°). Из тог разлога нацрта се механизам у 12 различитих положаја са помаком од по 30° и обележи као на скици (сл. 6.19), где се истовремено добијају и путање назначених тачака.



Сл. 6.19: Клийни механизам у дванаест различитих тренутних положаја (задајак 6.2)

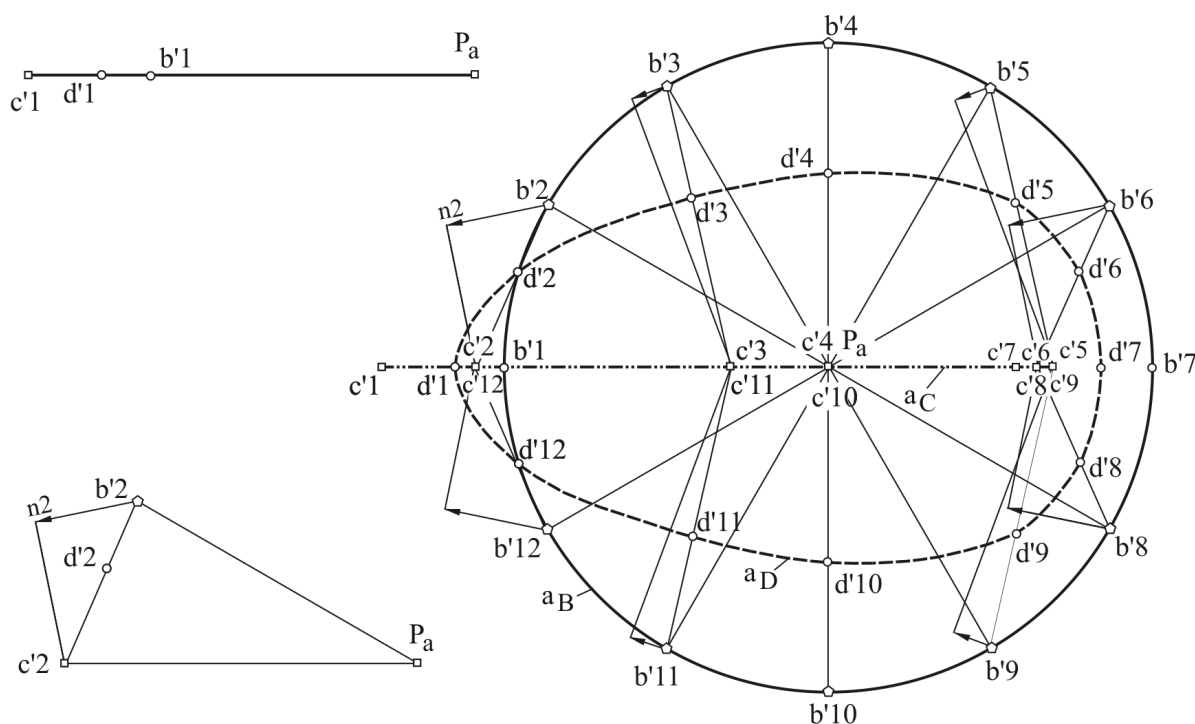
На исти начин као у претходном поступку нацрта се дванаест планова брзина за 12 различитих положаја који имају заједнички почетак плана брзина у тачки P_v (сл. 6.20). Споје се дванаест врхова брзина тачке В (тачке $b_1, b_2, b_3, \dots$) што представља ходограф брзине тачке В (кружница v_B). Споје се врхови брзина тачке С (тачке $c_1, c_2, c_3, \dots$) и добија ходограф брзина тачке С (дуж c_3, c_{11}). Пропорцијом се добијају тачке $d_1, d_2, d_3, \dots$ чијим спајањем се добија ходограф за тачку D, v_D (елипса).

На исти начин као и ходограф брзина добија се ходограф убрзања, тако што се нацрта дванаест планова убрзања од истог почетка, тачке P_a (сл. 6.21). Спајањем врхова брзина тачке В (спајањем тачака $b'_1, b'_2, b'_3, \dots$) добија се ходограф убрзања те тачке и тако исто за остале тачке.



Сл. 6.20: Ходограф брзина клијног механизма (задајак 6.2)

Са ходографа брзина и убрзања могу се одредити вредности кинематичких параметара за било који други тренутни положај. Ходограф брзина и убрзања на прегледан начин даје узајамну зависност кинематичких параметара чланова и кинематичких тачака механизма.



Сл. 6.21: Ходограф убрзања клипног механизма (задаћак 6.2)

6.5. Аналитичка метода

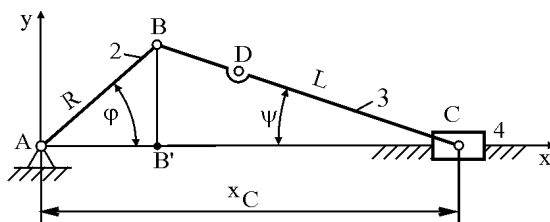
Аналитичка метода састоји се у дефинисању кретања тачака и чланова механизма у функцији кретања погонског члана. По дефиницији, први извод пута тачке по времену једнак је брзини тачке, а други извод пута тачке по времену једнак је убрзању тачке. Први извод угла ротације по времену је угаона брзина, а други извод угла ротације по времену је угаоно убрзање.

6.5.1. Брзине и убрзања клипног механизма

Брзина и убрзање клипа (тачке С)

За одређивање брзине и убрзања клипа клипног механизма (сл. 6.22, тачка С) потребно је пре тога дефинисати једначину пута у непокретном координатном систему, што је добијено раније при одређивању путања (једначина 4.6, страна 35):

$$x_C = R \cdot \cos \varphi + \overline{BC} \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} + \frac{\lambda^2}{4} \cdot \cos 2\varphi \right). \quad (6.28)$$



Сл. 6.22: Одређивање закона покрета клипног механизма

Брзина тачке C, $\vec{v}_C$ има само пројекцију по оси x те је по дефиницији: $v_C = \frac{dx_C}{dt}$. Независно променљива је угао положаја (ротације) погонског члана 2 (φ) а не време (t) стога се овај израз помножи и подели са $d\varphi$ те се добија: $v_C = \frac{dx_C}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dx_C}{d\varphi} = \omega_2 \cdot \frac{dx_C}{d\varphi}$, јер је $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_2$, те је након диференцирања једначине (6.28) по углу φ , брзина тачке C једнака:

$$v_C = -R \cdot \omega_2 (\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2\varphi) \quad (6.29)$$

Убрзање тачке C је по дефиницији: $a_C = \frac{dv_C}{dt}$. Ако се овај израз помножи и подели са $d\varphi$ добија се: $a_C = \frac{dv_C}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dv_C}{d\varphi} = \omega_2 \cdot \frac{dv_C}{d\varphi}$. Након диференцирања једначине (6.29) по углу φ добија се:

$$a_C = -R \cdot \omega_2^2 (\cos \varphi + \lambda \cdot \cos 2\varphi) \quad (6.30)$$

Параметар λ је дефинисан у поглављу 4, тачка 4.2 и представља $\lambda = \frac{\overline{AB}}{BC} = \frac{R}{L}$.

Вредности брзина клипа (тачке C) се крећу од нуле (0) до неке максималне вредности. Екстремна вредност брзине клипа (тачке C) добија се када се њен први извод по времену изједначи са нулом, тј. из услова да је: $\frac{dv_C}{dt} = 0 = -R \cdot \omega_2^2 (\cos \varphi + \lambda \cdot \cos 2\varphi)$.

Како нема смисла да параметари R и ω буду једнаки нули, произилази да треба да је $\cos \varphi + \lambda \cdot \cos 2\varphi = 0$. Ако се уведе замена $\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$, имамо да је $\cos \varphi + \lambda \cdot (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = 0$. Ако уведемо замену да је $\sin^2 \varphi = 1 - \cos^2 \varphi$ у претходни израз и након сређивања имамо да је $2\lambda \cdot \cos^2 \varphi + \cos \varphi + \lambda = 0$.

Решавањем ове квадратне једначине по $\cos \varphi$ добија се да је $\cos \varphi = \lambda$. Заменом $\cos \varphi = \lambda$ у једначину (6.30) и након сређивања добијеног израза имамо да су екстремне вредности брзине тачке C:

$$v_{C\max} = \pm R \cdot \omega_2 \left(1 + \frac{1}{2} \lambda^2 \right) \quad (6.31)$$

У ком положају члана 2 (угла φ) ће бити екстремне вредности брзине v_C зависи од параметра λ . За задатак 6.2, где је $\lambda=0,4$ екстремне вредности брзине клипа биће при углу $\varphi=66,42^\circ$ и $\varphi=293,58^\circ$. Такође и облик криве промене убрзања клипа зависи од параметра λ .

Средња вредност брзине клипа клипног механизма (тачке C) добија се:

$$v_{Csred} = \frac{2S}{T} = \frac{2S}{60} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \overline{AB} \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \overline{AB} \cdot n}{30}, \text{ где је } n(\circ/\text{min}) - \text{ број обртаја погонског члана}$$

по минути.

Екстремне вредности убрзања добијају се из услова да је: $\frac{da_C}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{da_C}{d\varphi} = \omega_2 \cdot \frac{da_C}{d\varphi} = 0$.

Први извод једначине (6.30) по углу φ је $\frac{da_C}{d\varphi} = -R \cdot \omega_2^2 (\sin \varphi + 2\lambda \cdot \sin 2\varphi) = 0$.

Овај израз ће бити једнак нули ако је $\sin \varphi + 2\lambda \cdot \sin 2\varphi = 0$, обзиром да R и ω нема смисла да су једнаки нули. Претходни израз трансформишемо као $\sin \varphi + 2\lambda \cdot 2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi = 0$, односно $\sin \varphi(1 + 4\lambda \cdot \cos \varphi) = 0$. Овај ће израз бити једнак нули ако је $\sin \varphi = 0$ и $1 + 4\lambda \cdot \cos \varphi = 0$. Следи да је $\sin \varphi = 0$ за положаје под углом $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$. Уношењем вредности углова $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$ за екстреме у једначину за убрзање тачке C (6.30) имамо да је:

$$a_{C\max}(0^\circ) = R \cdot \omega_2^2(1 + \lambda) \text{ и } a_{C\min}(180^\circ) = R \cdot \omega_2^2(1 - \lambda). \quad (6.32)$$

Брзина и убрзање тачке D

Брзина и убрзање тачке D (сл. 6.22) се одређује на исти начин као и брзина и убрзање тачке C . Једначине кретања тачке D су:

$$\begin{aligned} x_D &= R \cdot \cos \varphi + \overline{BD} \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi \right) \text{ и} \\ y_D &= R \cdot \sin \varphi - \overline{BD} \cdot \frac{R}{BC} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Пројекције брзине тачке D су:

$$\begin{aligned} v_{Dx} &= \frac{dx_D}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = -\omega_2 \left(R \cdot \sin \varphi + \overline{BD} \cdot \frac{1}{2} \lambda^2 \cdot \sin 2\varphi \right), \\ v_{Dy} &= \frac{dy_D}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = R \cdot \omega_2 \cos \varphi \left(1 - \frac{\overline{BD}}{BC} \right). \end{aligned} \quad (6.34)$$

Брзина тачке D је: $v_D = \sqrt{(v_{Dx})^2 + (v_{Dy})^2}$.

По истом принципу одређују се пројекције убрзања тачке D , те је

$$\begin{aligned} a_{Dx} &= -\omega_2^2 \left(R \cdot \cos \varphi + \overline{BD} \cdot \frac{1}{2} \lambda^2 \cdot \cos 2\varphi \right), \\ a_{Dy} &= -R \cdot \omega_2^2 \sin \varphi \left(1 - \frac{\overline{BD}}{BC} \right), \end{aligned} \quad (6.35)$$

а убрзање тачке D је:

$$a_D = \sqrt{(a_{Dx})^2 + (a_{Dy})^2}. \quad (6.36)$$

Угаона брзина и угаоно убрзање члана 3

Угаона брзина и угаоно убрзање, по дефиницији добија се као први и други извод угла положаја по времену. Угао положаја члана 3, Ψ на основу слике 4.15, страна 34 је:

$$\sin \Psi = \lambda \cdot \sin \varphi. \quad (6.37)$$

Диференцирањем ове једначине по времену добија се:

$$\cos \Psi \cdot \frac{d\Psi}{dt} = \lambda \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \text{ где је } \frac{d\Psi}{dt} = \omega_3, \text{ те следи да је } \omega_3 = \frac{\lambda \cdot \cos \varphi \cdot \frac{d\varphi}{dt}}{\cos \Psi} \text{ или}$$

$$\omega_3 = \frac{\lambda \cdot \omega_2 \cdot \cos \varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad (6.38)$$

Угаоно убрзање члана 3 је по дефиницији: $\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt}$, те је:

$$\varepsilon_3 = \frac{-\lambda \cdot \omega_2^2 (1 - \lambda^2) \cdot \sin \varphi}{\sqrt{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^3}} \quad (6.39)$$

Сада се могу одредити релативна убрзања тачке С у односу на В: $a_{Cn}^B = \overline{BC} \cdot \omega_3$, $a_{Ct}^B = \overline{BC} \cdot \varepsilon_3$. Релативна обимна брзина тачке С у односу на В је $v_C^B = \overline{BC} \cdot \omega_3$.

Екстремне вредности угаоне брзине члана 3 добијају се из услова:

$$\frac{d\omega_3}{dt} = \frac{-\lambda \cdot \omega_2^2 (1 - \lambda^2) \cdot \sin \varphi}{\sqrt{(1 - \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)^3}} = 0.$$

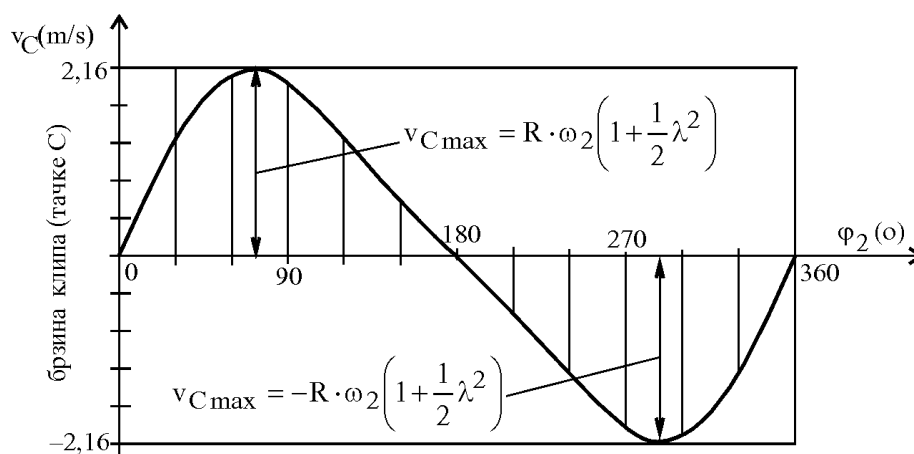
Овај израз ће бити једнак нули ако је $-\lambda \cdot \omega_2^2 (1 - \lambda^2) \cdot \sin \varphi = 0$, односно када је $\sin \varphi = 0$, тј. при угловима од $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$. Заменом вредности углова $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$ у једначини 6.38 за угаону брзину члана 3 добија се: $\omega_{3\max} = \lambda \cdot \omega_2$ и $\varphi = 180^\circ$ и $\omega_{3\min} = -\lambda \cdot \omega_2$.

Екстремне вредности угаоног убрзања члана 3 добијају се из услова:

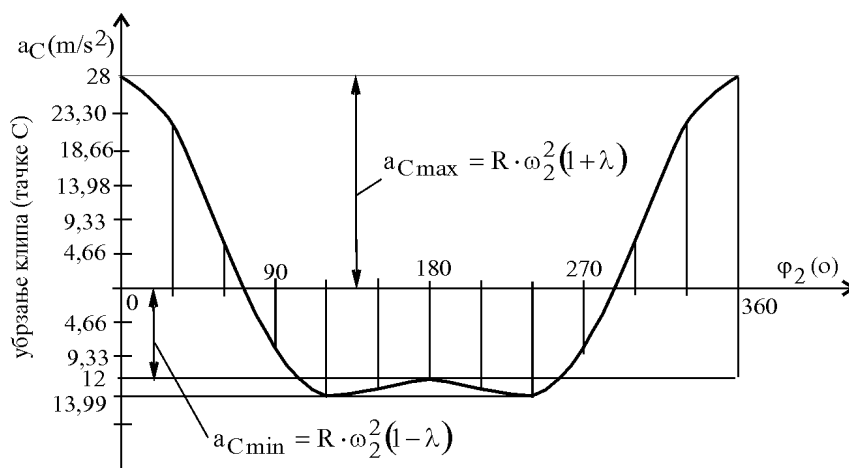
$$\frac{d\varepsilon_3}{dt} = \frac{-\lambda \cos \varphi \cdot \omega_2^3 (1 - \lambda^2) \cdot (1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} \cdot (1 + 2 \cdot \lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi)}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi)^3} = 0. \text{ Из ове једначине следи да су}$$

екстремне вредности угаоног убрзања члана 3 када је $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 270^\circ$

Користећи претходне изразе од (6.29 до 6.32) за сео један радни циклус за положаје погонског члана 2 дефинисане углом φ од 0° до 360° са прираштајем од 30° добијене су вредности које су дате на дијаграмима сл. 6.23 и сл. 6.24. и у табели 6.1.



Сл. 6.23: Промена брзине клипа клипног механизма за сео један радни циклус (задаћак 6.2)



Сл. 6.24: Промена убрзања клипа клипног механизма за цео један радни циклус (задаћа 6.2)

Табела 6.1: Вредности кинематичких параметара клипног механизма (задаћа 6.2)

φ °	x_C (m)	v_C (m/s)	a_C (m/s ²)	v_D (m/s)	a_D (m/s ²)	ω_3 s ⁻¹	ε_3 s ⁻²
0	0,400	0	28,000	1,200	23,200	4,000	0
30	0,369	1,346	21,320	1,541	19,849	3,532	17,557
60	0,287	2,078	6,000	1,964	13,362	2,116	35,269
90	0,183	2,000	7,999	2,000	12,419	0	43,081
120	0,008	1,385	-13,999	1,702	15,574	2,116	35,269
150	0,027	0,625	-13,320	1,349	16,826	3,532	17,557
180	0	-0,003	-12,000	1,200	16,800	4,000	0
210	0,022	-0,653	-13,320	1,349	16,826	3,532	17,557
240	0,008	-1,385	-13,999	1,702	15,574	2,116	35,269
270	0,183	-2,000	7,999	2,000	12,419	0	43,081
300	0,287	-2,078	6,000	1,964	13,362	2,116	35,269
330	0,369	-1,346	21,320	1,541	19,849	3,532	17,557
360	0,400	0	28,000	1,200	23,200	4,000	0

6.5.2. Брзине и убрзања четворополужног механизма

Да би се одредиле брзине и убрзања четворополужног механизма аналитичком методом треба га представити и виду затворене векторске контуре (сл. 6.25) за коју се може написати једначина:

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \vec{L}_4 = 0 \quad (6.40)$$

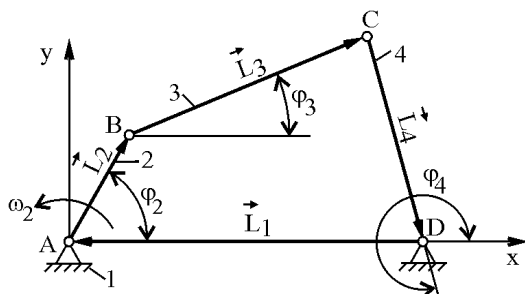
Скаларни облик претходне векторске једначине (пројекција једначине на осе x и y) има облик:

$$L_1 \cos \varphi_1 + L_2 \cos \varphi_2 + L_3 \cos \varphi_3 + L_4 \cos \varphi_4 = 0$$

$$L_1 \sin \varphi_1 + L_2 \sin \varphi_2 + L_3 \sin \varphi_3 + L_4 \sin \varphi_4 = 0 \quad (6.41)$$

Како је угао $\varphi_1 = 180^\circ$, то ће бити $\sin \varphi_1 = 0$ и $\cos \varphi_1 = -1$. Тада на основу једначине (6.41) следи да је:

$$\begin{aligned} L_3 \cos \varphi_3 &= L_1 - L_2 \cos \varphi_2 - L_4 \cos \varphi_4, \\ L_3 \sin \varphi_3 &= -L_2 \sin \varphi_2 - L_4 \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (6.42)$$



Сл. 6.25: Чејворойолужни механизам као затворена векторска контура

Када се уведу замене за:

$L_1 - L_2 \cos \varphi_2 = q$ и $L_2 \sin \varphi_2 = u$, тада ће једначина (6.42) имати облик:

$$\begin{aligned} L_3 \cos \varphi_3 &= q - L_4 \cos \varphi_4, \\ L_3 \sin \varphi_3 &= -u - L_4 \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (6.43)$$

Обе једначине (6.43) се подигну на квадрат па се саберу, након чега се добија:

$$L_3^2 = q^2 - 2 \cdot q \cdot L_4 \cos \varphi_4 + u^2 + 2 \cdot u \cdot L_4 \sin \varphi_4 + L_4^2. \quad (6.44)$$

Уведе се замена за: $\frac{-L_3^2 + q^2 + u^2 + L_4^2}{2 \cdot q \cdot L_4} = a$ и $\frac{u}{q} = \operatorname{tg} v$. Након одговарајуће замене добија се:

$$\cos \varphi_4 - \operatorname{tg} v \cdot \sin \varphi_4 = a \quad \text{или} \quad \cos(\varphi_4 + v) = a \cdot \cos v. \quad (6.45)$$

Из једначине (6.45) може се одредити угао положаја радног члана φ_4 у функцији угла положаја погонског члана 2, φ_2 . Аналогно претходном поступку из једначине (6.43) елиминише се угао φ_4 , како би се добио угао φ_3 :

$$L_4^2 = (q - L_3 \cos \varphi_3)^2 + (L_3 \sin \varphi_3 + u)^2 = q^2 - 2qL_3 \cos \varphi_3 + L_3^2 + 2L_3 \cdot u \sin \varphi_3 + u^2,$$

одакле је: $\cos \varphi_3 - \frac{u}{q} \sin \varphi_3 = \frac{q^2 + u^2 - L_4^2 + L_3^2}{2qL_3}$. Уведе се следеће замене:

$$\frac{q^2 + u^2 - L_4^2 + L_3^2}{2qL_3} = c \quad \text{и} \quad \frac{u}{q} = \operatorname{tg} v, \quad \text{након чега се добија:}$$

$$\cos \varphi_3 - \operatorname{tg} v \sin \varphi_3 = c \quad \text{или} \quad \cos(\varphi_3 + v) = c \cdot \cos v. \quad (6.46)$$

Из једначине (6.46) одређује се угао положаја члана 3, φ_3 .

За одређивање угаоних брзина потребно је наћи први извод једначине (6.42) по времену t :

$$\begin{aligned} -L_3 \sin \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{dt} &= L_2 \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} + L_4 \sin \varphi_4 \frac{d\varphi_4}{dt}, \\ L_3 \cos \varphi_3 \frac{d\varphi_3}{dt} &= -L_2 \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{dt} - L_4 \cos \varphi_4 \frac{d\varphi_4}{dt}. \end{aligned} \quad (6.47)$$

Како је $\frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2$, $\frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3$ и $\frac{d\varphi_4}{dt} = \omega_4$, претходна једначина ће бити:

$$\begin{aligned} -L_3\omega_3 \sin \varphi_3 &= L_2\omega_2 \sin \varphi_2 + L_4\omega_4 \sin \varphi_4, \\ -L_3\omega_3 \cos \varphi_3 &= L_2\omega_2 \cos \varphi_2 + L_4\omega_4 \cos \varphi_4. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.48)$$

Подели се прва једначина са другом и након сређивања добија се:

$$\frac{\sin \varphi_3}{\cos \varphi_3} = \frac{L_2\omega_2 \sin \varphi_2 + L_4\omega_4 \sin \varphi_4}{L_2\omega_2 \cos \varphi_2 + L_4\omega_4 \cos \varphi_4} \text{ или } L_2\omega_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2) = L_4\omega_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3) \text{ одакле је:}$$

$$\omega_4 = \omega_2 \frac{L_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}{L_4 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad \dots\dots\dots (6.49)$$

На исти начин се из једначина може искључити ω_4 да би се добила угаона брзина ω_3 :

$$\omega_3 = \omega_2 \frac{L_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_4)}{L_3 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad \dots\dots\dots (6.50)$$

Да би се одредила угаона убрзања потребно је наћи први извод једначине за угаоне брзине (6.49 и 6.50) по времену t :

$$-L_3\omega_3^2 \cos \varphi_3 - L_3\varepsilon_3 \sin \varphi_3 = L_2\omega_2^2 \cos \varphi_2 + L_4\omega_4^2 \cos \varphi_4 + L_4\varepsilon_4 \sin \varphi_4,$$

$$L_3\omega_3^2 \sin \varphi_3 - L_3\varepsilon_3 \cos \varphi_3 = -L_2\omega_2^2 \sin \varphi_2 - L_4\omega_4^2 \sin \varphi_4 + L_4\varepsilon_4 \cos \varphi_4,$$

где је $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2 = 0$, пошто је $\omega_2 = \text{const}$. Множењем прве једначине са $\cos \varphi_3$, а друге са $-\sin \varphi_3$ и након сабирања добија се:

$$-L_4\varepsilon_4 \sin(\varphi_3 - \varphi_4) = L_3\omega_3^2 + L_2 \cdot \omega_2^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + L_4\omega_4^2 \cos(\varphi_4 - \varphi_3). \quad \dots (6.51)$$

Из ове једначине добија се угаоно убрзање члана 4, ε_4 :

$$\varepsilon_4 = \frac{\omega_2^2 L_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \omega_3^2 L_3 + \omega_4^2 L_4 \cos(\varphi_4 - \varphi_3)}{L_4 \sin(\varphi_3 - \varphi_4)}. \quad \dots\dots\dots (6.52)$$

Из претходних једначина може се елиминисати угаоно убрзање ε_4 и након сређивања једначина добија се угаоно убрзање члана 3, ε_3 :

$$\varepsilon_3 = \frac{\omega_2^2 L_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_4) + \omega_4^2 L_4 + \omega_3^2 L_3 \cos(\varphi_3 - \varphi_4)}{L_3 \sin(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad \dots\dots\dots (6.53)$$

6.6. Осцилаторно кулисни механизам

Осцилаторно кулисни механизам (сл. 6.26) одликује се различитом брзином кретања члана 6 у току једног радног циклуса (једног потпуног обртаја погонског члана 2). У једном смеру брзина члана 6 је мања, а у супротном већа, те се назива брзо-повратни механизам. Има примену код погона клипних пумпи, компресора, глодалица итд. Има више различитих решења осцилаторно кулисног механизма.

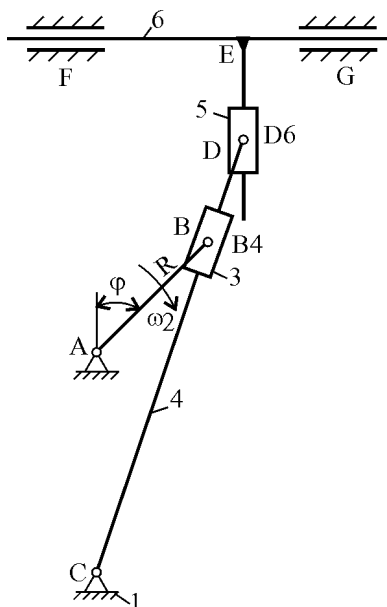
Да би се погонски члан 2 могао обртати једнолико кружно, члан 4 осцилаторно кружно, а члан 6 транслаторно, мора бити испуњен услов функционисања да је $R < \overline{AC}$.

Механизам ће бити у крајњим положајима у оном тренутку када члан 4 буде у положају тангенте на путању члана 2, тј. када чланови 2 и 4 буду под правим углом (сл. 6.27).

Показатељ рада осцилаторног кулисног механизма је коефицијент промене брзине k , који се дефинише као:

$$k = \frac{\varphi_r}{\varphi_p}, \quad \dots\dots\dots (6.54)$$

где је: φ_r - радни ход кулисе 4, φ_p - повратни ход кулисе 4.



Сл. 6.26: Кинематичка шема осцилаторно кулисног механизма

Из правоуглог троугла $CD''H$ (сл. 6.27) следи да је: $D''H = \overline{CD} \cdot \sin \psi$, а из правоуглог троугла $AB'C$ следи да је: $\sin \psi = \frac{R}{\overline{AC}}$.

Ход клизача 5 (тачке D) је: $D'D'' = 2 \cdot HD' = 2 \cdot \overline{CD} \cdot \sin \psi$. Угао повратног φ_p и радног φ_r хода одређује се из релације:

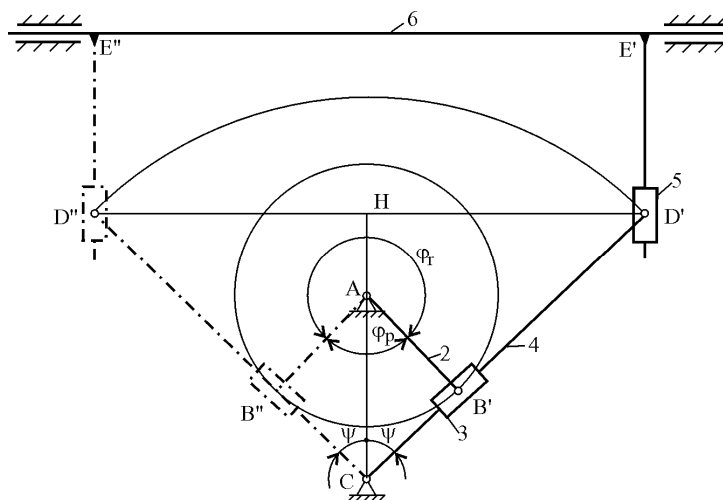
$$\varphi_p = 2 \cdot \arccos \frac{R}{\overline{AC}}, \quad \varphi_r = 2\pi - \varphi_p. \quad \dots\dots\dots (6.55)$$

Коефицијент промене угаоне брзине k једнак је:

$$k = \frac{\varphi_r}{\varphi_p} = \frac{2\pi - 2 \cdot \arccos \frac{R}{\overline{AC}}}{2 \cdot \arccos \frac{R}{\overline{AC}}} = \frac{\pi - \arccos \frac{R}{\overline{AC}}}{\arccos \frac{R}{\overline{AC}}} = \frac{\pi - \arccos \lambda}{\arccos \lambda}, \quad \dots\dots\dots (6.56)$$

када се усвоји да је $\lambda = \frac{R}{\overline{AC}}$.

Из једначине 6.56 очигледно је да је вредност угла повратног хода φ_p мања ($\varphi_p < \varphi_r$), те је брзина при повратном ходу већа. Брзине и убрзања чланова овог механизма одрђене су графоаналитичком и аналитичком методом.



Сл. 6.27: Крајњи положаји осцилаторно кулисног механизма (задаћак 6.3)

Графоаналитичка метода

Задатак 6.3: Одредити кинематичке параметре осцилаторно кулисног механизма са сл. 6.25. Дати подаци су: $\overline{AB} = 0,2 \text{ m}$, $\overline{CD} = 0,6 \text{ m}$, $\overline{CB} = 0,46 \text{ m}$, $\overline{AC} = 0,28 \text{ m}$, $\varphi = 45^\circ$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

План брзина се добија на основу једначина:

$$1. \ v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,2 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ m/s}.$$

Правац ове брзине је управан на члан 2, (на $\overline{AB}$) у смеру угаоне брзине ω_2 . Одабере се погодна размера за цртање плана брзина $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ и тачка P_v као почетак плана брзина.

Брзина тачке B_4 одређује се на основу брзина тачака B и C јер се налазе на истом члану, те је:

$$2. \ \vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \text{ где је } \vec{v}_{B4}^B \parallel \overline{CB4},$$

$$3. \ \vec{v}_{B4} = \vec{v}_C + \vec{v}_{B4}^C, \text{ где је } \vec{v}_{B4}^C \perp \overline{B4C}.$$

Брзина тачке D одређује се пропорцијом:

$$4. \ \frac{\overline{CB4}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{P_v b4}}{\overline{P_v d}} \Rightarrow \overline{P_v d} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{P_v b4}}{\overline{CB4}} = \frac{0,58 \cdot 3,5}{0,45} = 4,5 \text{ cm}.$$

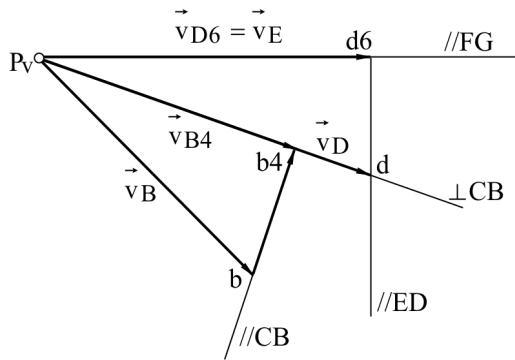
Брзина тачке D_6 одређује се на основу тачке D и да има правац паралелан са клизањем ($\parallel \overline{FG}$):

$$5. \ \vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \text{ где је } \vec{v}_{D6}^D \parallel \overline{ED6},$$

$$6. \ \vec{v}_{D6} \parallel \overline{FG}.$$

Угаона брзина члана 4 је: $\omega_4 = \frac{v_{B4}}{CB_4} = \frac{1,8}{0,45} = 4 \text{ s}^{-1}$.

На основу претходних једначина нацрта се план брзина (сл. 6.28) из којег се израчунају интензитети свих брзина.



Сл. 6.28: План брзина осцилајорно кулисног механизма (задајак 6.3)

Једначине за убрзања су:

$$7. a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,2 \text{ m} \cdot 10^2 = 20 \text{ m/s}^2.$$

Одабрана размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{4 \text{ cm}}$. Убрзања осталих тачака одређују се према једначинама:

$$8. \vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_k + \vec{a}_{B4}^B,$$

где је $a_k = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 4 \cdot 0,85 = 6,8 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{B4}^B // \overline{CB_4}$. Правац и смер кориолисовог убрзања одређују се према скици (сл. 6.29).

$$9. \vec{a}_{B4} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B4n}^C + \vec{a}_{B4t}^C,$$

где је $\vec{a}_{B4n}^C // \overline{B_4C}$, $\vec{a}_{B4t}^C \perp \overline{B_4C}$, $a_{B4n}^C = \frac{(v_{B4}^C)^2}{B_4C} = \frac{18^2}{0,45} = 7,2 \text{ m/s}^2$.

Убрзање тачке D одређује се пропорцијом:

$$10. \frac{\overline{CB_4}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{P_a b'_4}}{\overline{P_a d'}} \Rightarrow \overline{P_a d'} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{P_a b'_4}}{\overline{CB_4}} = \frac{0,58 \cdot 3}{0,45} = 3,86 \text{ cm}.$$

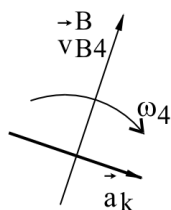
Брзина тачке D_6 одређује се у односу на тачку D и треба да има правац паралелан са правцем клизања ($//FG$):

$$11. \vec{a}_{D6} = \vec{a}_D + \vec{a}_{D6}^D, \text{ где је } \vec{a}_{D6}^D // \overline{ED_6},$$

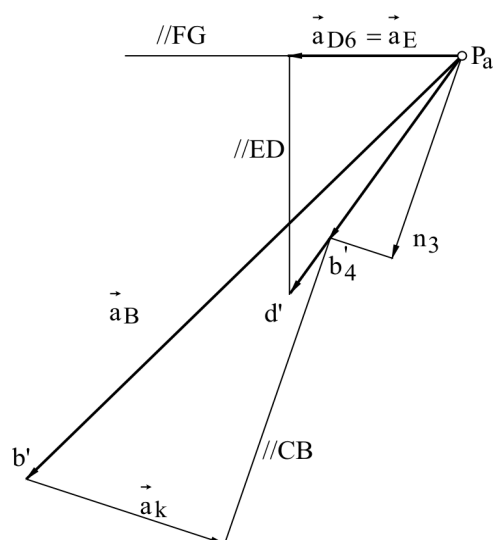
$$12. \vec{a}_{D6} // \overline{FG}.$$

Све остале тачке на члану 6 имају исте брзине и убрзања као и тачка D_6 .

На основу једначина за убрзања нацртан је план убрзања (сл. 6.30) одакле су одређени интензитети.



Сл. 6.29: Одређивање кориолисовог убрзања (задаћак 6.3)



Сл. 6.30: План убрзања осцилаторно кулисног механизма (задаћак 6.3)

Аналитичка метода

Да би се аналитичким путем одредиле брзине и убрзања потребно је дефинисати положај члана 4 (угла ψ) у функцији положаја погонског члана 2 (угла φ). На основу сл. 6.31 следи да је:

$$\tan \psi = \frac{\overline{BB'}}{\overline{B'C}} = \frac{R \cdot \sin \varphi}{AC + R \cdot \cos \varphi}. \quad (6.57)$$

Како је угаона брзина члана 4 $\omega_4 = \frac{d\psi}{dt}$ диференцирањем једначине (6.57) по времену добија се:

$$\omega_4 = \frac{d\psi}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\psi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega_2 \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = \omega_2 \cdot \frac{d}{d\varphi} \arctan \frac{R \cdot \sin \varphi}{AC + R \cdot \cos \varphi}, \text{ одакле је}$$

$$\omega_4 = \omega_2 \cdot \cos^2 \psi \cdot \frac{\frac{R}{AC} \cdot \cos \varphi + \left(\frac{R}{AC}\right)^2}{\left(1 + \frac{R}{AC} \cdot \cos \varphi\right)^2}. \text{ Усваја се да је } \frac{R}{AC} = \lambda, \text{ те је:}$$

$$\omega_4 = \omega_2 \cdot \cos^2 \psi \cdot \frac{\lambda \cdot \cos \varphi + \lambda^2}{(1 + \lambda \cdot \cos \varphi)^2}. \quad (6.58)$$

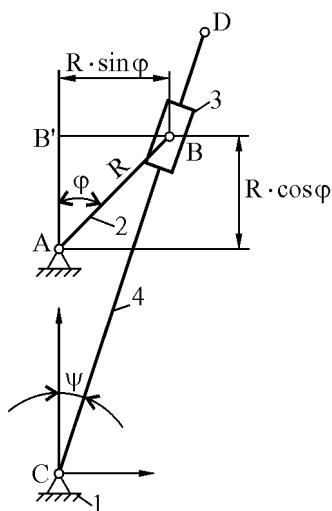
Угао ψ треба елиминисати и изразити га у функцији угла погонског члана φ те је:

$$\cos^2 \psi = \frac{1}{1 + \tan^2 \psi}. \text{ Сређивањем овог израза добија се:}$$

$$\cos^2 \psi = \frac{1}{1 + \frac{\lambda^2 \cdot \sin^2 \varphi}{(1 + \lambda \cdot \cos \varphi)^2}} = \frac{(1 + \lambda \cdot \cos \varphi)^2}{1 + 2\lambda \cdot \cos \varphi + \lambda^2}. \text{ Угаона брзина кулисе 4 на основу претходних}$$

израза је:

$$\omega_4 = \omega_2 \frac{\lambda(\lambda + \cos \varphi)}{1 + 2\lambda \cdot \cos \varphi + \lambda^2}. \dots\dots\dots (6.59)$$



Сл. 6.31: Тренућни положај осцилаторно кулисног механизма (задаћак 6.3)

Обимна брзина тачке D је $v_D = \omega_4 \cdot \overline{CD}$. Брзина тачке D₆ и члана 6 (сл. 6.26) једнака је:

$$v_{D6} = \frac{d}{dt} x_{D6} = \frac{d}{dt} (CD \cdot \sin \psi) = CD \cdot \omega_4 \cdot \cos \psi = v_D \cdot \cos \psi. \dots\dots\dots (6.60)$$

Угаона брзина кулисе 4 једнака је нули када је $\lambda + \cos \varphi = 0$, односно када је $\cos \varphi = -\lambda = -\frac{R}{AC}$, а то је у "мртвим" положајима механизма када су чланови 2 и 4 под правим углом.

Угаоно убрзање кулисе 4 добија се диференцирањем угаоне брзине по времену:

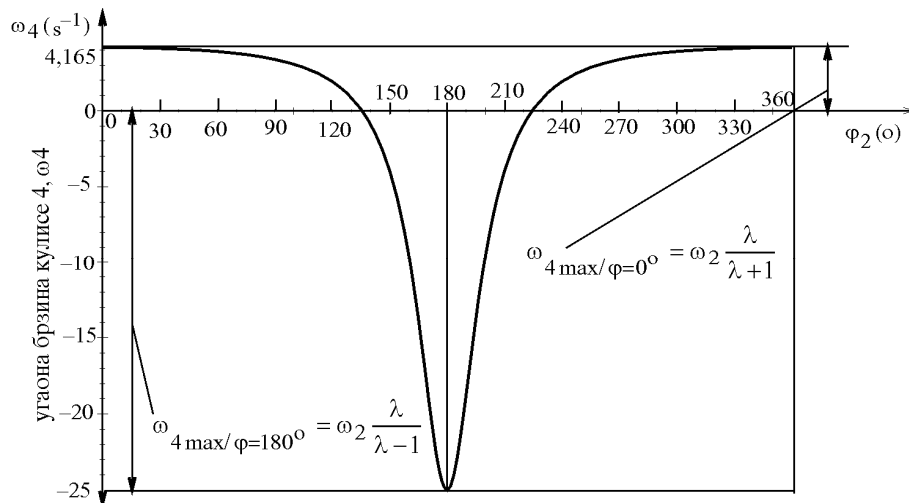
$$\varepsilon_4 = \frac{d\omega_4}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d\omega_4}{d\varphi} = \omega_2 \cdot \frac{d\omega_4}{d\varphi} = \omega_2^2 \cdot \frac{\lambda(\lambda^2 - 1) \sin \varphi}{(1 + 2\lambda \cdot \cos \varphi + \lambda^2)^2}. \dots\dots\dots (6.61)$$

Екстремне вредности угаоне брзине члана 4 се добијају из услова да је $\varepsilon_4 = 0$, односно када је $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$. Максимална угаона брзина члана 4 при радном ходу је:

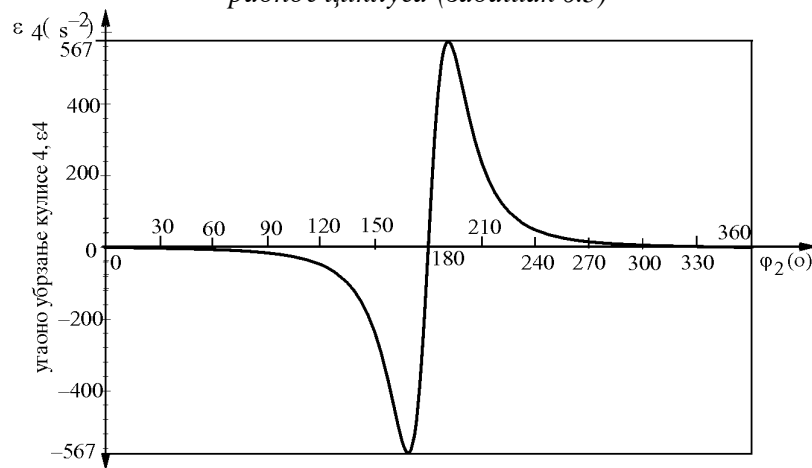
$$\omega_{4\max/\varphi=0^\circ} = \omega_2 \cdot \frac{\lambda(\lambda + 1)}{1 + 2\lambda + \lambda^2} = \omega_2 \frac{\lambda}{\lambda + 1}, \text{ а при повратном ходу је:}$$

$$\omega_{4\max/\varphi=180^\circ} = \omega_2 \cdot \frac{\lambda(\lambda - 1)}{1 - 2\lambda + \lambda^2} = \omega_2 \frac{\lambda}{\lambda - 1}.$$

Дијаграмски приказ угаоне брзине и угаоног убрзања кулисе осцилаторно кулисног механизма за цео један радни циклус приказан је на сл. 6. 32 и 6. 33.

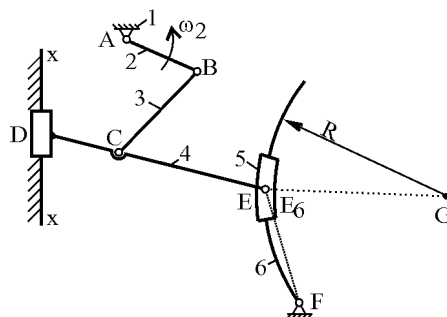


Сл. 6.32 : Угаона брзина кулисе осцилаторног механизма у току једног радног циклуса (задаћак 6.3)



Сл. 6.33 : Угаоно убрзање кулисе осцилаторног механизма у току једног радног циклуса (задаћак 6.3)

Задатак 6.4: Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми (сл. 6.34) која је нацртана у размери $U_L = \frac{0,1\text{ m}}{0,5\text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 10\text{ s}^{-1}$. Потребно је одредити брзине и убрзања осталих чланова и кинематичких тачака.



Сл. 6.34: Кинематичка шема (задаћак 6.4)

Брзина тачке В на погонском члану 2 је:

$$1. \ v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 2 \text{ m/s},$$

а на плану брзина (сл. 6.35) нацртана је у размери $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$.

Остале брзине се добијају према једначинама:

$$2. \ \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \text{ где је } \vec{v}_C^B \perp \overline{CB},$$

$$3. \ \vec{v}_C \parallel \overline{x-x}.$$

Члан 4 има транслаторно кретање по правцу $x-x$. Стога све тачке на члану 4 имају исте брзине као и убрзања, те је

$$4. \ \vec{v}_D = \vec{v}_E = \vec{v}_C.$$

Члан 6 је по облику део кружнице радијуса R са центром у тачки G. Брзина тачке E_6 одређује се преко тачака E и F:

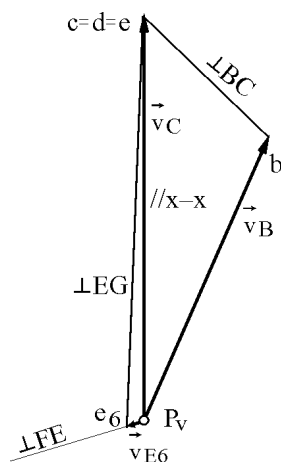
$$5. \ \vec{v}_{E6} = \vec{v}_E + \vec{v}_{E6}^E, \text{ где је } \vec{v}_{E6}^E \perp \overline{E_6G},$$

$$6. \ \vec{v}_{E6} = \vec{v}_F + \vec{v}_{E6}^F.$$

Брзина тачке F је нула, а $\vec{v}_{E6}^F \perp \overline{E_6F}$.

Угаоне брзине чланова 3 и 6 су:

$$\omega_3 = \frac{V_C^B}{CB} = 3,83 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_6 = \frac{V_{E6}^F}{E_6F} = 0,454 \text{ s}^{-1}, \text{ а смерови су одређени на скици (сл. 6.38).}$$



Сл. 6.35: План брзина (задаћак 6.4)

Убрзање тачке В је:

$$7. \ a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,2 \cdot 10^2 = 20 \text{ m/s}^2.$$

Ускојена размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}}$ (сл. 6.36). Убрзања осталих тачака одређују се према једначинама:

$$8. \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct},$$

где је $a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = 4,03 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Cn}^B \parallel \overline{CB}$ усмерено од тачке С ка В, а $\vec{a}_{Ct}^B \perp \overline{CB}$.

$$9. \vec{a}_C \parallel \overline{x-x}.$$

$$10. \vec{a}_D = \vec{a}_E = \vec{a}_C.$$

$$11. \vec{a}_{E6} = \vec{a}_E + \vec{a}_k + \vec{a}_{E6n} + \vec{a}_{E6t},$$

где је $a_k = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{E6}^E = 2,36 \text{ m/s}^2$, а смер је показан на скици (сл. 6.37). Нормална компонента релативног клизног убрзања $\vec{a}_{E6n}^E$ се јавља јер је члан 6 крив (део кружнице радијуса R) те је

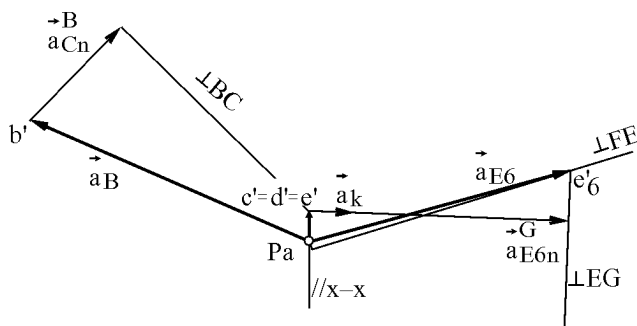
$$a_{E6n}^E = \frac{(v_{E6}^E)^2}{E_6G} = 14,38 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{E6n}^E \parallel \overline{E_6G} \text{ усмерено је од тачке } E_6 \text{ ка тачки } G.$$

Тангенцијална компонента релативног клизног убрзања има правац тангенте на кружницу, $\vec{a}_{E6t}^E \perp \overline{E_6G}$.

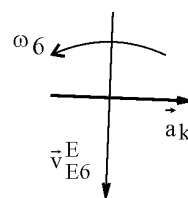
$$12. \vec{a}_{E6} = \vec{a}_F + \vec{a}_{E6n}^F + \vec{a}_{E6t}^F,$$

где је $\vec{a}_{E6n}^F \parallel \overline{E_6F}$ усмерено од тачке E_6 ка тачки F, $a_{E6n}^F = \frac{(v_{E6}^F)^2}{E_6F} = 0,03 \text{ m/s}^2$, а $\vec{a}_{E6t}^F \perp \overline{E_6F}$.

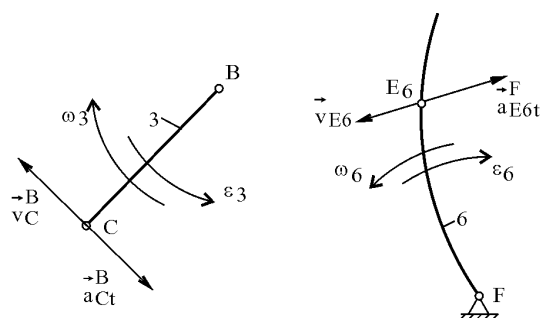
$$\text{Угаона убрзања су: } \varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{CB} \text{ и } \varepsilon_6 = \frac{a_{E6t}^F}{EF}.$$



Сл. 6.36: План убрзања (задаћак 6.4)



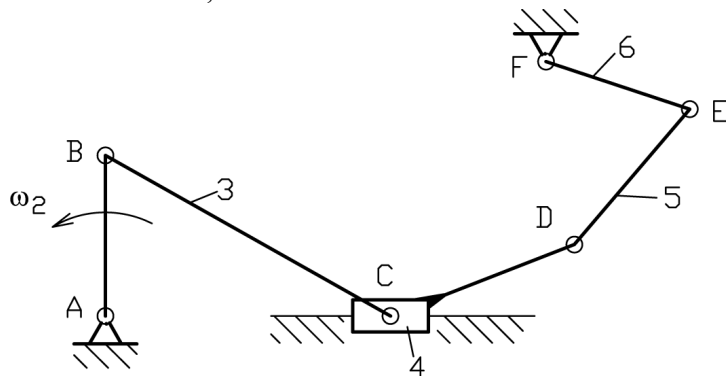
Сл. 6.37: Одређивање кориолисовог убрзања (задаћак 6.4)



Сл. 6.38: Одређивање смерова брзина и убрзања (задаћак 6.4)

Задатак 6.5: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаону брзину и угаоно убрзање члана 5. Дати су подаци: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$ (сл. 6.39). Препоручене

размере су $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$.

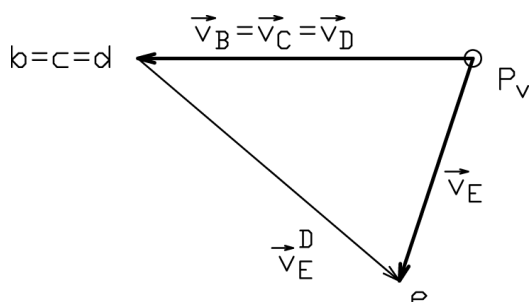


Сл. 6.39: Кинематичка шема (задаћак 6.5)

Једначине за брзине

1. $v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ m/s}$, $\vec{v}_B \perp \overline{BA}$,
2. $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}^B$, где је $\vec{v}_{CB}^B \perp \overline{CB}$,
3. $\vec{v}_C \parallel x-x$,
4. $\vec{v}_D = \vec{v}_C$,
5. $\vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{v}_{DE}^D$, где је $\vec{v}_{DE}^D \perp \overline{ED}$,
6. $\vec{v}_E = \vec{v}_F + \vec{v}_{EF}^F$, где је $\vec{v}_{EF}^F \perp \overline{EF}$.

Само у положају када је погонски члан (2) под углом од 90° брзине тачака С и В су исте (сл. 6.40), док у другим положајима нису. Само су брзине и убрзања тачака С и D у свим положајима исте.



Сл. 6.40: План брзина (задаћак 6.5)

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_C = v_D = v_B = \overline{P_v b} \cdot U_v = 4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}} = 4 \text{ m/s},$$

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 2,8 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}} = 2,8 \text{ m/s},$$

$$v_E^D = \overline{ed} \cdot U_v = 4,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}} = 4,1 \text{ m/s},$$

$$v_E^F = v_E = 2,8 \text{ m/s} \text{ и}$$

$$v_C^B = 0 \text{ m/s}.$$

Угаона брзина

Интензитет угаоне брзине члана 5 је $\omega_5 = \frac{v_E^D}{ED} = \frac{4,1}{0,22} = 18,63 \text{ s}^{-1}$, а смер је у смеру кретања казальке на сату (сл. 6.42).

План убрзања

План убрзања се добија на основу једначина за убрзања користећи размеру $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$:

$$7. \ a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,2 \cdot 20^2 = 80 \text{ m/s}^2, \text{ где је: } \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А.}$$

$$8. \ \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B,$$

$$\text{Релативно нормално убрзање је } a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(0)^2}{0,40} = 0 \text{ m/s}^2, \ \vec{a}_{Ct}^B \perp \overline{CB}.$$

$$9. \ \vec{a}_C // x - x$$

$$10. \ \vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D,$$

$$\text{где је: } \vec{a}_{En}^D // \overline{ED} \text{ у смеру ка тачки D, } a_{En}^D = \frac{(v_E^D)^2}{ED} = \frac{(4,1)^2}{0,22} = 76,40 \text{ m/s}^2, \ \vec{a}_{Et}^D \perp \overline{ED}.$$

$$11. \ \vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F,$$

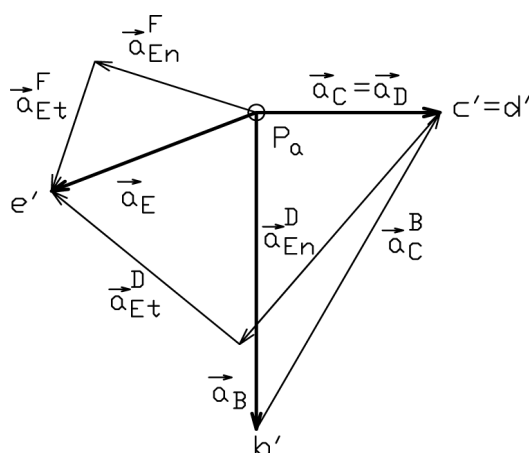
$$\text{где је: } \vec{a}_{En}^F // \overline{EF} \text{ у смеру ка тачки F, } a_{En}^F = \frac{(v_E^F)^2}{EF} = \frac{(2,8)^2}{0,188} = 41,7 \text{ m/s}^2, \ \vec{a}_{Et}^F \perp \overline{EF}.$$

Интензитети убрзања

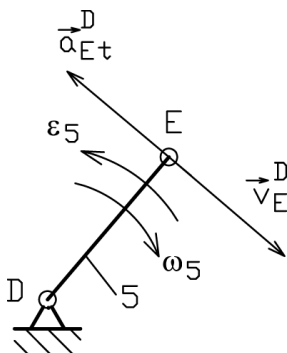
Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

$$a_C = a_D = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 2,25 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}} = 45 \text{ m/s}^2,$$

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 2,698 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}} = 54 \text{ m/s}^2,$$



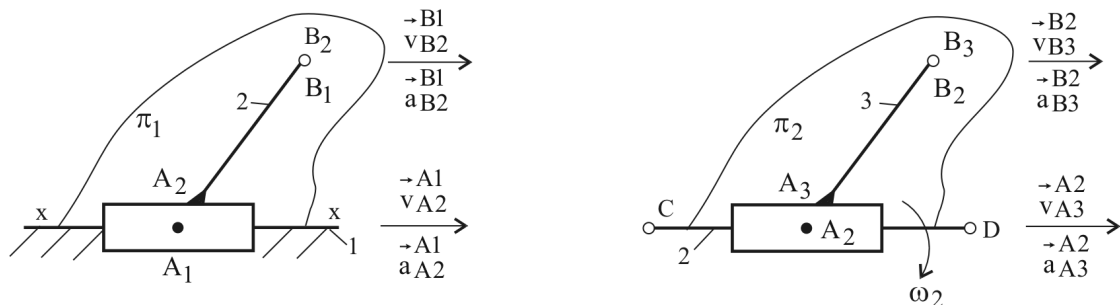
Угаоно убрзање члана 5 је $\varepsilon_5 = \frac{a_{Et}^D}{ED} = \frac{60}{0,22} = 272,72 \text{ s}^{-2}$, а смер је у супротном смеру од окретања казаљке на сату (сл. 6.42).



7. ПРОШИРЕЊЕ КЛИЗНИХ КИНЕМАТИЧКИХ ПАРОВА

Посматрајмо клизни кинематички пар 1 и 2. Члан 1 је, нпр. вођица по којој клиза члан 2. Члан 2 је клизач који је проширен са полужним делом који је заварен за клизач – кинематичке тачке A_2B_2 .

Ако се замишљено прошири члан 1 са равни π_1 и дода тачка B_1 испод тачке B_2 (сл. 7.1 лево), релативно кретање између тачака A_2A_1 и B_2B_1 је исто, те су клизне брзине и клизна убрзања иста: $\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2}$ и $\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{B2}$. То исто важи и када су оба члана покретна, нпр. када се прошири члан 2 са π_2 тада је $\vec{v}_{A3} = \vec{v}_{B3}$ и $\vec{a}_{A3} = \vec{a}_{B3}$ (сл. 7.1 десно). Овакав начин замишљеног проширења чланова клизних парова користи се при решавању задатака.

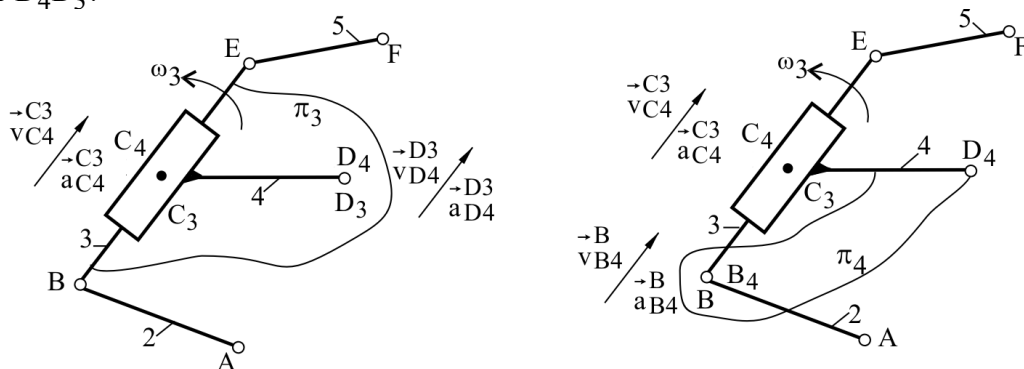


Сл. 7.1: Проширење клизних кинематичких парова

Принцип проширивања чланова клизних кинематичких парова показан је на слици 7.2.

Члан 4 клиза по члану 3, те се може проширити члан 3 на 4 и обрнуто, члан 4 на 3, јер представљају један кинематички пар.

У случају да нису један кинематички пар (да клизач није заварен за члан 4) овакво проширење се не би могло користити, јер не би било исто релативно кретање између тачака C_4C_3 и D_4D_3 .



Сл. 7.2: Принцип проширења чланова клизних кинематичких парова

Ако се прошири члан 3 на 4 са равни π_3 добија се тачка D_3 испод тачке D_4 које клизају једна по другој исто као тачке C_3 и C_4 (сл. 7.2 лево). У овом случају могу се писати следећи изрази за брзине:

$$\vec{v}_{C4} = \vec{v}_{C3} + \vec{v}_{C4} \quad \text{и} \quad \vec{v}_{D4} = \vec{v}_{D3} + \vec{v}_{D4},$$

где су релативне клизне брзине исте $\vec{v}_{C4}^{C3} = \vec{v}_{D4}^{D3}$ и имају правац паралелан са правцем клизања, $\vec{v}_{C4}^{C3}, \vec{v}_{D4}^{D3} // \overline{BE}$.

Једначине за убрзања између ових тачака су: $\vec{a}_{C4} = \vec{a}_{C3} + \vec{a}_k + \vec{a}_{C4}^{C3}$, и $\vec{a}_{D4} = \vec{a}_{D3} + \vec{a}_k + \vec{a}_{D4}^{D3}$.

Кориолисова убрзања су иста јер су исте релативне клизне брзине $\vec{v}_{C4}^{C3} = \vec{v}_{D4}^{D3}$, а интензитет је $a_k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{C4}^{C3} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{D4}^{D3}$. Релативна клизна убрзања су иста по интензитету и по правцу, $\vec{a}_{C4}^{C3} = \vec{a}_{D4}^{D3}$ и $\vec{a}_{C4}^{C3}, \vec{a}_{D4}^{D3} // \overline{BE}$.

По потреби, замишљено се може проширити члан 4 на 3 (π_4), нпр. до тачке Е или В, тако се добија фиктивна тачка B_4 која клиза по тачки В исто као што клизају тачке C_3 и C_4 . За овај пример (сл. 7.2 десно) могу се писати следеће релације:

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B \text{ и } \vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_k + \vec{a}_{B4}^B,$$

где је $\vec{v}_{B4}^B, \vec{a}_{B4}^B // \overline{BE}$, $a_k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{B4}^B$, $\vec{a}_k \perp \vec{v}_{B4}^B$, тј. $\vec{a}_k \perp \overline{BE}$.

У првом примеру (сл. 7.2 лево) не могу се писати једначине за брзине и убрзања између тачака D_4 и C_3 , D_3 и C_4 , јер ове тачке нису на истим члановима, нити клизају једне по другој. Не може се проширити члан 4 на 5 или 4 на 2 јер у том случају не би била иста релативна кретања између проширених тачака.

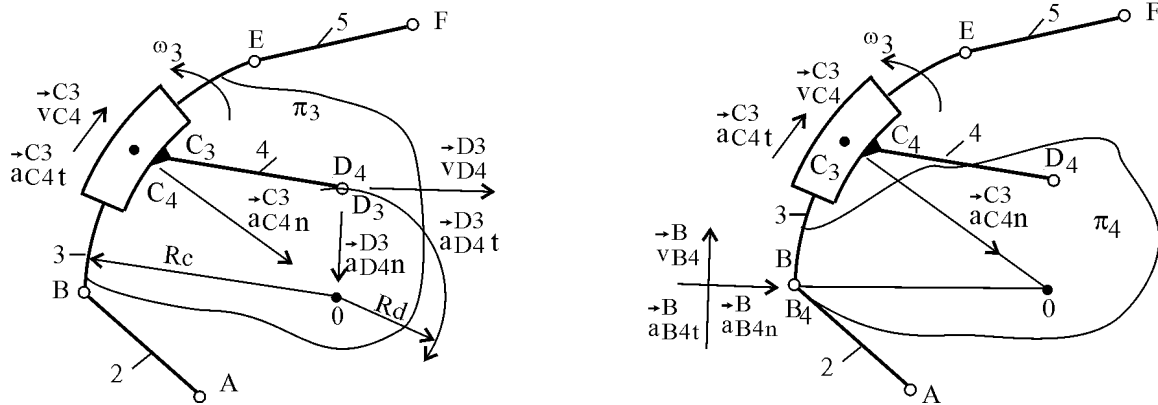
У другом примеру (сл. 7.2 десно) не могу се писати једначине за брзине и убрзања између тачака D_4 и В, C_4 и В, затим између B_4 и C_3 , јер тачке нису на истим члановима нити клизају једна по другој. По потреби проширење члана 4 може бити и до тачке Е где би се добила тачка E_4 .

Ако је члан по коме клизач клиза крива линија (на пример кружница) такође се може проширити члан 3 на 4 и обрнуто (сл. 7.3 лево). Тада је однос брзина и убрзања дефинисан једначинама:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C4} &= \vec{v}_{C3} + \vec{v}_{C4}^{C3}, & \vec{v}_{D4} &= \vec{v}_{D3} + \vec{v}_{D4}^{D3}, \\ \vec{a}_{C4} &= \vec{a}_{C3} + \vec{a}_{kc} + \vec{a}_{C4n}^{C3} + \vec{a}_{C4t}^{C3}, \text{ и } & \vec{a}_{D4} &= \vec{a}_{D3} + \vec{a}_{kd} + \vec{a}_{D4n}^{D3} + \vec{a}_{D4t}^{D3}. \end{aligned}$$

Апсолутне и релативне брзине и убрзања између тачака C_4 и C_3 и између тачака D_4 и D_3 нису исте ни по интензитету ни по правцу, јер те тачке ротирају на различитим радијусима R_c и R_d .

Исто би ово важило и за случај да се прошири члан 4 на 3 тада би се добила тачка B_4 чије релативне брзине и убрзања у односу на тачку В нису исте као релативне брзине и убрзања између тачака C_4 и C_3 .



Сл 7.3: Проширење клизних кинематичких парова када је члан крива линија

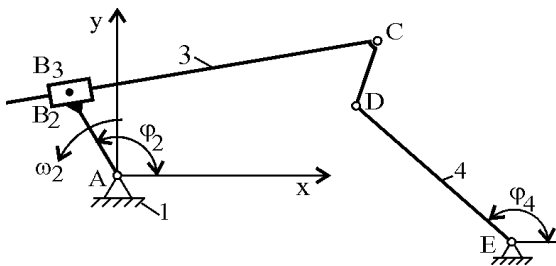
Задатак 7.1: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака и чланова механизма. Дати подаци су: $\overline{AB_2} = 0,12 \text{ m}$, $\overline{B_2C} = 0,37 \text{ m}$, $\overline{CD} = 0,08 \text{ m}$, $\overline{DE} = 0,25 \text{ m}$, $x_E = 0,47 \text{ m}$, $y_E = -0,08 \text{ m}$, $\varphi_2 = 120^\circ$, $\varphi_4 = 138^\circ$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

Кинематичка шема је нацртана у размери $U_1 = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.

Да би се одредиле брзине треба нацртати план брзина према једначинама за брзине. Брзина погонске тачке B_2 једнака је:

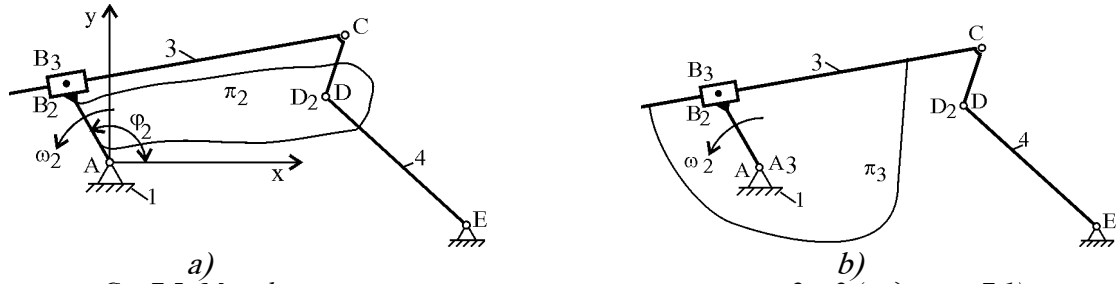
$$1. \ v_{B_2} = \overline{AB_2} \cdot \omega_2 = 1,2 \text{ m/s}, \text{ где је брзина } \vec{v}_{B_2} \perp \overline{AB_2}.$$

Брзина тачке B_3 може се одредити преко тачке B_2 (позната је) и преко тачака C и D (на истом су члану 3) али су њихове вредности непознате. Брзина тачке D се може одредити преко E (њена брзина је позната) и преко тачака B_3 и C , али су и њихове брзине, за сада непознате. Произилази да за тачке D и B_3 имамо само по једну једначину коју можемо нацртати на плану брзина.



Сл. 7. 4: Кинематичка шема (задаћак 7.1)

Да би се добила још по једна једначина за тачке D и B_3 прошири се члан 2 на 3 или обрнуто 3 на 2 (сл. 7.5). Друга могућност проширења члана 3 на 2 не би користила, јер нема ни једна позната могућност за тачке C и D на члану 3. Стога се прошири члан 2 са равни π_2 до тачке D и добија тачка D_2 . Оваквим проширењем добија се исто релативно кретање између тачака D (D по D_2) и тачака B (B_3 по B_2). Било би исправно проширење равни π_2 до тачке C (добили би тачку C_2), међутим, не би се могла одредити њена брзина јер недостаје још један услов.



Сл. 7.5: Могућности проширења кинематичког пара 2 и 3 (задајак 7.1)
а) проширење члана 2 на 3, б) проширење члана 3 на 2

За усвојено прво проширење члана 2 на 3 са равни π_2 одреди се брзина тачке D_2 према једначинама:

$$2. v_{D2} = AD_2 \cdot \omega_2 = 0,29 \text{ m} \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1} = 2,9 \text{ m/s}, \text{ где је } \vec{v}_{D2} \perp \overline{AD_2}$$

$$3. \vec{v}_D = \vec{v}_{D2} + \vec{v}_D^{D2}, \text{ где је } \vec{v}_D^{D2} \parallel \overline{B_3C}.$$

Једначине за брзине осталих тачака су:

$$4. \vec{v}_D = \vec{v}_E + \vec{v}_D^E, \text{ где је релативна обимна брзина } \vec{v}_D^E \perp \overline{DE} \text{ и } v_D = \overline{DE} \cdot \omega_4.$$

$$5. \vec{v}_{B3} = \vec{v}_D + \vec{v}_{B3}^D, \text{ где је релативна обимна брзина } \vec{v}_{B3}^D \perp \overline{B_3D}, \text{ а по интензитету једнака је } v_{B3}^D = \overline{B_3D} \cdot \omega_3.$$

$$6. \vec{v}_{B3} = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_{B3}^{B2}, \text{ где је } \vec{v}_{B3}^{B2} \parallel \overline{B_3C}$$

$$7. \vec{v}_C = \vec{v}_{B3} + \vec{v}_C^{B3}, \text{ где је } \vec{v}_C^{B3} \perp \overline{CB_3}, \text{ а по интензитету једнака је } v_C^{B3} = \overline{CB_3} \cdot \omega_3.$$

$$8. \vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \text{ где је релативна обимна брзина } \vec{v}_C^D \perp \overline{CD}, \text{ а по интензитету је } v_C^D = \overline{CD} \cdot \omega_3.$$

Угаоне брзине чланова 3 и 2 су исте ($\omega_3 = \omega_2$) јер је клизач заварен и представља део члана 2. То исто важи и за угаона убрзања чланова 3 и 2, тј $\epsilon_3 = \epsilon_2$.

Интезитети брзина се добијају из плана брзина (сл. 7.6) који је нацртан у размери $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$, тако што се одговарајући одсечци множе са размером за брзине те износе:

$$v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 4,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}} = 4,7 \text{ m/s}, v_C = 4,4 \text{ m/s}, v_{B3} = 3 \text{ m/s}, v_C^{B3} = 3,6 \text{ m/s},$$

$$v_{B3}^D = 3,3 \text{ m/s}, v_{B3}^{B2} = 4,1 \text{ m/s}, v_D^{D2} = 4,1 \text{ m/s} \text{ и } v_C^D = 0,8 \text{ m/s}.$$

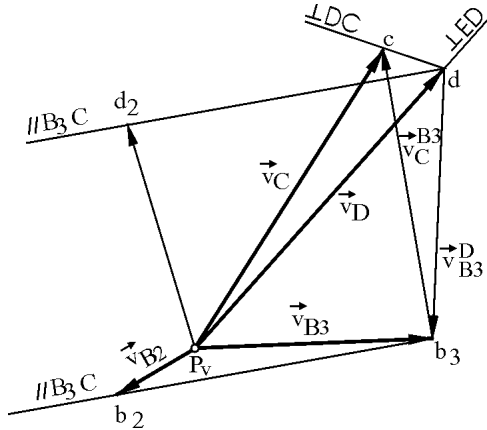
Угаона брзина члана 4 добија се из релације $\omega_4 = \frac{v_D}{\overline{DE}} = \frac{4,7}{0,25} = 18,80 \text{ s}^{-1}$, а смер је дат на слици 7.7.

Једначине за убрзања су:

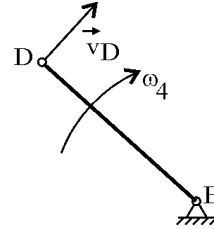
$$9. a_{B2} = \overline{AB_2} \cdot \omega_2^2 = 0,12 \text{ m} \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} = 12 \text{ m/s}^2, \text{ где је убрзање } \vec{a}_{B2} \parallel \overline{B_2A} \text{ са смером ка центру ротације, ка тачки А.}$$

Усвојено проширење члана 2 са тачком D_2 користи се и при одређивању убрзања.

$$10. a_{D2} = \overline{AD_2} \cdot \omega_2^2 = 0,29 \text{ m} \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} = 29 \text{ m/s}^2, \text{ где је } \vec{a}_{D2} \parallel \overline{D_2A} \text{ у смеру од тачке } D_2 \text{ ка тачки А.}$$



Сл. 7.6: План брзина (задаћак 7.1)



Сл. 7.7: Одређивање смера угаоне брзине (задаћак 7.1)

11. $\vec{a}_D = \vec{a}_{D2} + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_D^{D2}$, где је $a_{k1} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_D^{D2} = 2 \cdot 10 \cdot 4,1 = 82 \text{ m/s}^2$. Правац и смер овог кориолисовог убрзања одређује се према скици (сл. 7.8), а $\vec{a}_D^{D2} \parallel \overline{B_3C}$.

12. $\vec{a}_D = \vec{a}_E + \vec{a}_{Dn}^E + \vec{a}_{Dt}^E$, где је $a_{Dn}^E = \frac{(v_D^E)^2}{DE} = \frac{(4,7)^2}{0,25} = 88,36 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Dn}^E \parallel \overline{DE}$ у смеру од тачке D ка E, а $\vec{a}_{Dt}^E \perp DE$, $a_{Dt}^E = \overline{DE} \cdot \varepsilon_4$.

13. $\vec{a}_{B3} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B3n}^D + \vec{a}_{B3t}^D$, где је $a_{B3n}^D = \frac{(v_{B3}^D)^2}{B_3D} = \frac{(3,3)^2}{0,34} = 32,02 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{B3n}^D \parallel \overline{B_3D}$ у смеру ка тачки D. Убрзање $\vec{a}_{B3t}^D = 0$, јер је $\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = 0$.

14. $\vec{a}_{B3} = \vec{a}_{B2} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_{B3}^{B2}$, где је $a_{k2} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{B3}^{B2} = 2 \cdot 10 \cdot 4,1 = 82 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{B3}^{B2} \parallel \overline{B_3C}$.

15. $\vec{a}_C = \vec{a}_{B3} + \vec{a}_{Cn}^{B3} + \vec{a}_{Ct}^{B3}$, где је: $a_{Cn}^{B3} = \frac{(v_{C}^{B3})^2}{CB_3} = 35,02 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Cn}^{B3} \parallel \overline{CB_3}$ у смеру ка тачки B_3 , $\vec{a}_{Ct}^{B3} \perp CB_3$.

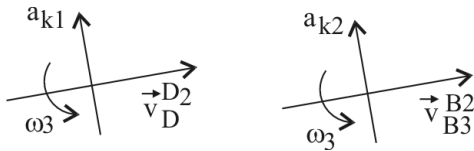
16. $\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D$, где је: $a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{CD} = \frac{(0,8)^2}{0,08} = 8 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Cn}^D \parallel \overline{CD}$ у смеру ка тачки D, $\vec{a}_{Ct}^D \perp CD$.

Према једначинама за убрзања користећи размеру $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$ нацрта се план убрзања (сл. 7.9).

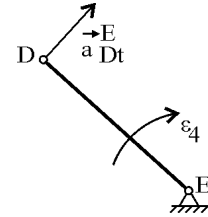
Интензитети убрзања се добијају из плана убрзања множењем одсецака са размером за убрзања:

$$a_D = P_a d' \cdot U_a = 13 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}} = 260 \text{ m/s}^2, a_C = 254 \text{ m/s}^2, a_{Ct}^{B3} = 6 \text{ m/s}^2, a_{Dt}^E = 244 \text{ m/s}^2.$$

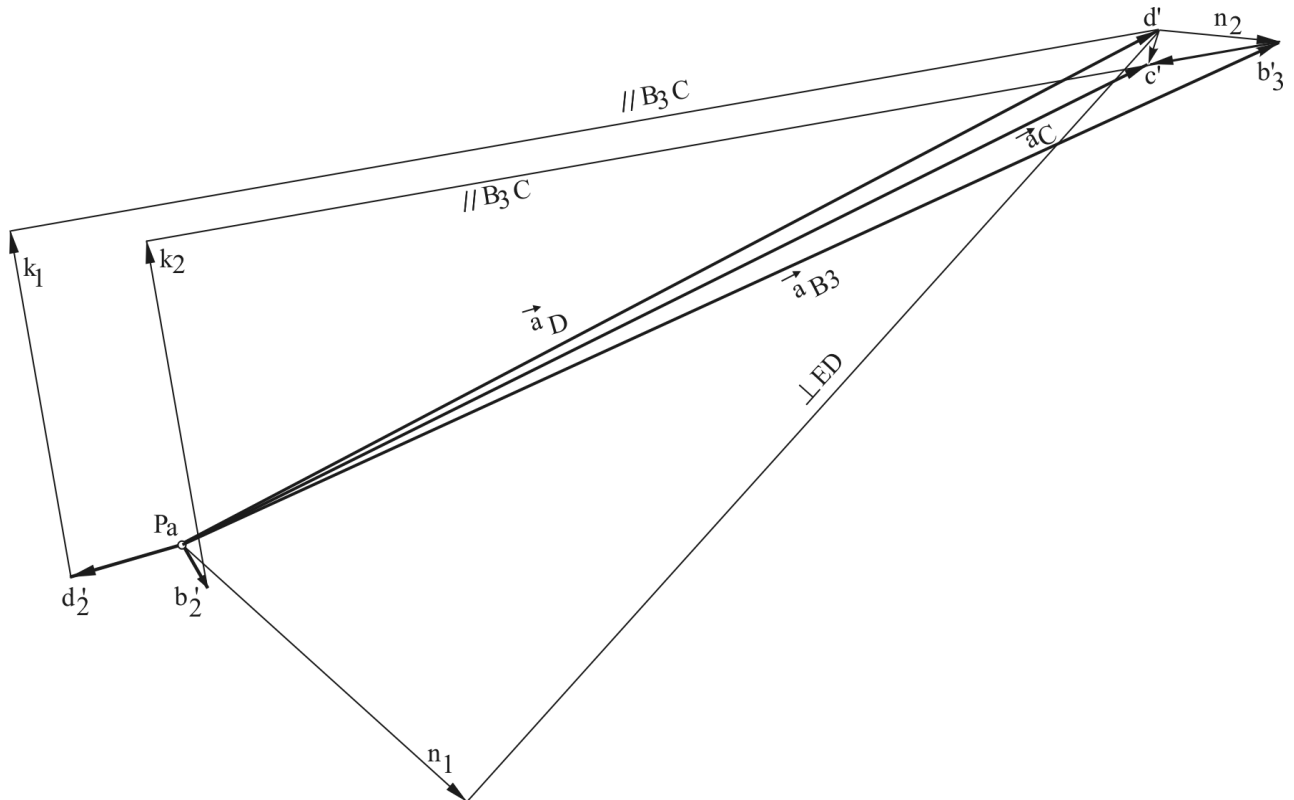
Угаоно убрзање члана 4 добија се из релације $\varepsilon_4 = \frac{a_{Dt}^E}{DE} = \frac{244}{0,25} = 976 \text{ s}^{-2}$, а смер се добија из једнакости смерова тангенцијалног и угаоног убрзања према слици 7.10. Угаоно убрзање члана 3 добија се из релације $\varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^{B3}}{CB3} = \frac{0}{0,37} = 0$, јер је $a_{Ct}^{B3} = 0$



Сл. 7.8: Одређивање кориолисових убрзања (задаћак 7.1)



Сл. 7.10: Одређивање смера угаоног убрзања (задаћак 7.1)



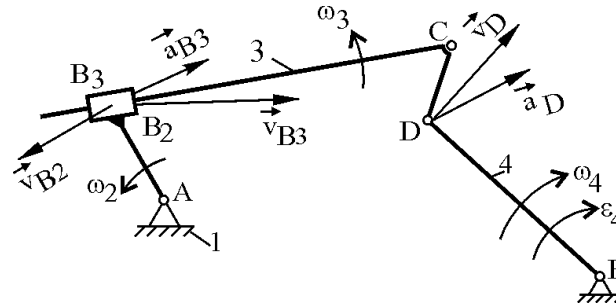
Сл. 7.9: План убрзања (задаћак 7.1)

Решење задатка 7.1. дато је на сл.7.11. Добијени правци брзина и убрзања показују да, при једноликом кретању погонског члана 2, члан 3 ће се кретати једнолико, а члан 4 убрзано кружно.

Проширење клизног кинематичког пара увек може бити на два различита начина. Задатак 7.1 је решен проширењем члана 2 на 3 (сл. 7.5a), а може се решити и проширењем члана 3 на 2 (сл. 7.5b).

При проширењу члана 3 на 2, тачка A_3 се може одредити преко тачке A (клизају једна по другој и познато је кретање тачке A) и може преко тачака C и D , али су њихове брзине непознате.

То значи да овакво проширење, иако је принципијелно у реду не може дати решење задатка.



Сл. 7.11. Решење задатка 7.1

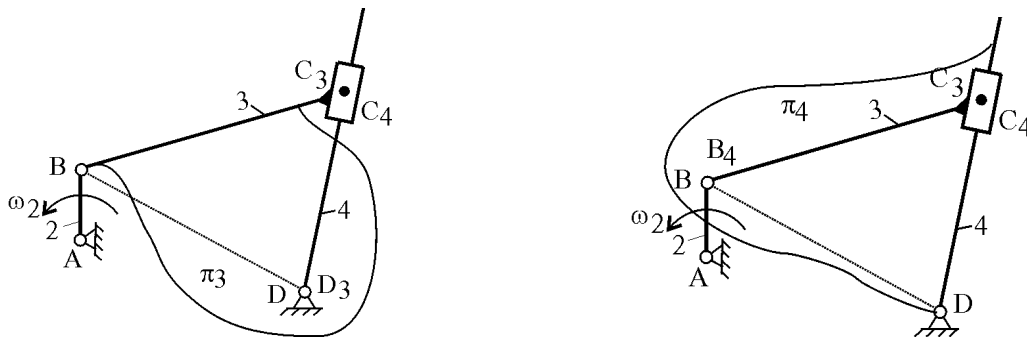
Задатак 7.2: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака и чланова механизма. Подаци су дати на кинематичкој шеми (сл. 7.12) која је нацртана у размери $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$ и $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

Тачка B је на погонском члану 2, те је њена брзина позната:

$$1. v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,9 \text{ m/s}.$$

За тачке C_3 и C_4 има по један услов за брзине преко познатих тачака. Тачка C_3 одређује се преко B , а тачка C_4 преко D .

Недостаје још по једна једначина које се добијају проширењем члана 3 на 4 или обрнуто 4 на 3.



Сл. 7.12: Кинематичка шема механизма – могућности проширења (задатак 7.2)

Прва могућност је да се прошири члан 3 на 4 са равни π_3 и добила би се тачка D_3 која би клизала по D исто као тачке C_3 и C_4 (сл. 7.12 лево). У овом случају брзина тачке D_3 би се одредила преко брзина тачака B и D , а затим би се одредила брзина тачке C_3 (преко B и D_3). На крају би се добила брзина тачке C_4 преко тачака C_3 и D .

Друга могућност је да се прошири члан 4 са равни π_4 на члан 3 до тачке В где се добија тачка B_4 која по В клиза као тачка C_3 по C_4 (сл. 7.12 десно). Брзина тачке B_4 се одређује преко В и D, затим се одреди C_4 преко B_4 и D и на крају C_3 преко тачака В и C_4 .

Усваја се друга могућност проширења те су једначине за брзине:

$$\begin{aligned} 2. \quad \vec{v}_{B4} &= \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, & \vec{v}_{B4}^B &\parallel \overline{DC_4}, \\ 3. \quad \vec{v}_{B4} &= \vec{v}_D + \vec{v}_{B4}^D, & \vec{v}_{B4}^D &\perp \overline{B_4D} \\ 4. \quad \vec{v}_{C4} &= \vec{v}_D + \vec{v}_{C4}^D, & \vec{v}_{C4}^D &\perp \overline{C_4D}, \\ 5. \quad \vec{v}_{C4} &= \vec{v}_{B4} + \vec{v}_{C4}^{B4}, & \vec{v}_{C4}^{B4} &\perp \overline{C_4B_4}, \\ 6. \quad \vec{v}_{C3} &= \vec{v}_{C4} + \vec{v}_{C3}^{C4}, & \vec{v}_{C3}^{C4} &\parallel \overline{DC_4} \text{ и} \\ 7. \quad \vec{v}_{C3} &= \vec{v}_B + \vec{v}_{C3}^B, & \vec{v}_{C3}^B &\perp \overline{C_3B}. \end{aligned}$$

План брзина је нацртан према претходним једначинама у размери $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$ (сл. 7.13) одакле се могу одредити интензитети брзина и угаоне брзине (сл. 7.15).

Једначине за убрзања се пишу истим редом као и једначине за брзине. План убрзања (сл. 7.14) нацртан је у размери $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$.

$$8. \quad a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 9 \text{ m/s}^2$$

$$9. \quad \vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{B4}^B, \text{ где је } a_{k1} = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 52,60 \text{ m/s}^2, \quad \omega_4 = \frac{v_{B4}^B}{B_4D} = 9,39 \text{ s}^{-1},$$

$\vec{a}_{B4}^B \parallel \overline{DC_4}$. Смер кориолисовог убрзања дат је на скици (сл. 7.15 лево).

$$10. \quad \vec{a}_{B4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B4n}^D + \vec{a}_{B4t}^D, \text{ где је } a_{B4n}^D = \frac{(v_{B4}^D)^2}{B_4D} = 29,12 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{B4n}^D \parallel \overline{B_4D} \text{ и}$$

$$\vec{a}_{B4t}^D \perp \overline{B_4D}$$

$$11. \quad \vec{a}_{C4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{C4n}^D + \vec{a}_{C4t}^D, \text{ где је } a_{C4n}^D = \frac{(v_{C4}^D)^2}{C_4D} = 22,15 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{C4n}^D \parallel \overline{C_4D} \text{ и}$$

$$\vec{a}_{C4t}^D \perp \overline{C_4D}.$$

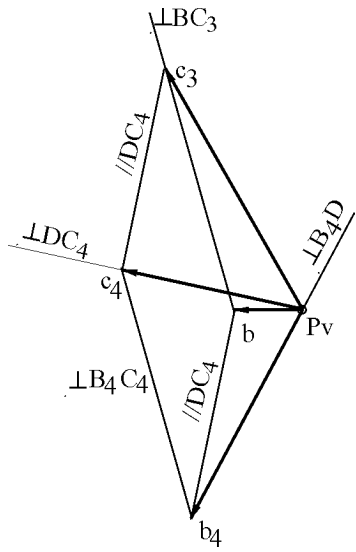
$$12. \quad \vec{a}_{C4} = \vec{a}_{B4} + \vec{a}_{C4n}^{B4} + \vec{a}_{C4t}^{B4}, \text{ где је } a_{C4n}^{B4} = \frac{(v_{C4}^{B4})^2}{C_4B_4} = 32,11 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{C4n}^{B4} \parallel \overline{C_4B_4} \text{ и}$$

$$\vec{a}_{C4t}^{B4} \perp \overline{C_4B_4}.$$

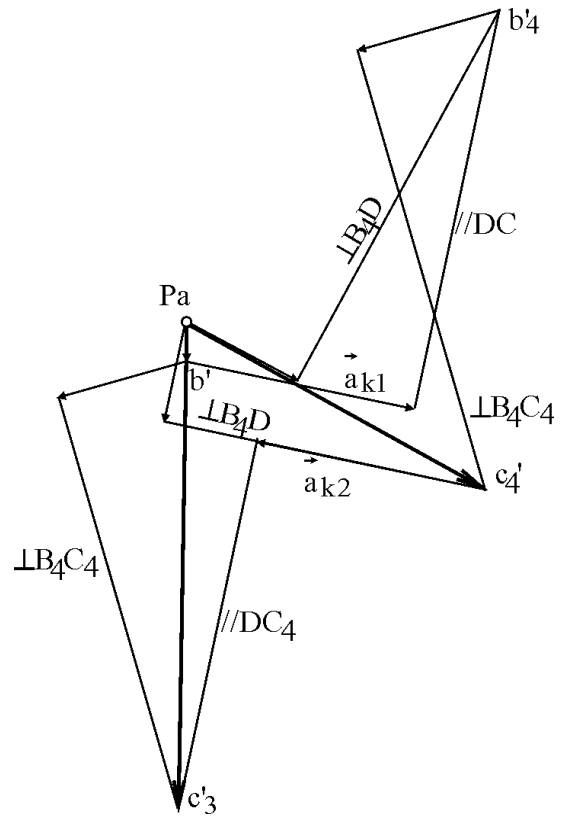
$$13. \quad \vec{a}_{C3} = \vec{a}_{C4} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_{C3}^{C4}, \text{ где је } a_{k2} = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{C3}^{C4} = 52,60 \text{ m/s}^2 \text{ и } \vec{a}_{C3}^{C4} \parallel \overline{DC_4}$$

$$14. \quad \vec{a}_{C3} = \vec{a}_B + \vec{a}_{C3n}^B + \vec{a}_{C3t}^B, \text{ где је } a_{C3n}^B = \frac{(v_{C3}^B)^2}{C_3B} = 32,11 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{C3n}^B \parallel \overline{C_3B} \text{ и } \vec{a}_{C3t}^B \perp \overline{C_3B}.$$

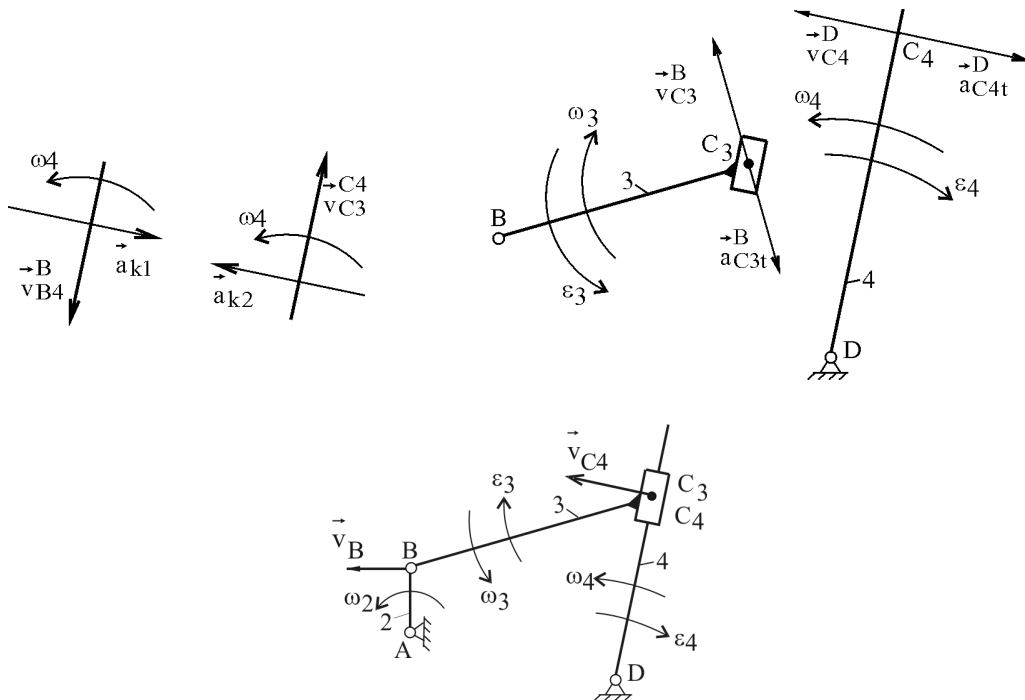
На основу добијених решења брзина и убрзања може се констатовати да се чланови 3 и 4 у задатом тренутку креће успорено (сл. 7.15, доле).



Сл. 7.13: План брзина (задаћак 7.2)



Сл. 7.14: План убрзања (задаћак 7.2)

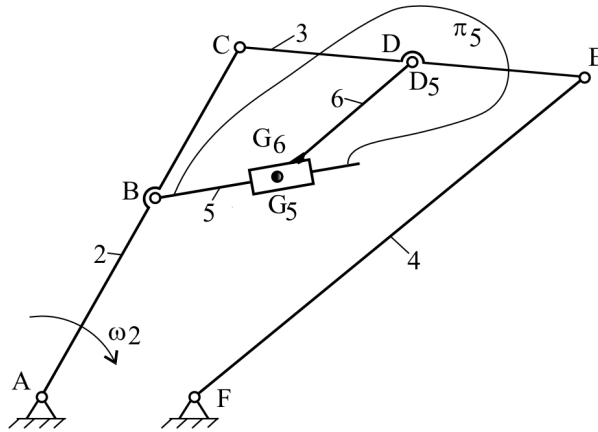


Сл. 7.15: Кориолисова убрзања и смерови игаоних брзина и убрзања (задаћак 7.2)

Задатак 7.3: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака и чланова механизма. Геометријски подаци су дати на сл. 7.16 размером $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$. Остали подаци су: $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

Једначине за брзине су:

1. $v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 3 \text{ m/s}$, где је брзина $\vec{v}_B \perp \overline{AB}$,
2. $v_C = \overline{AC} \cdot \omega_2 = 5,3 \text{ m/s}$, где је брзина $\vec{v}_C \perp \overline{AC}$,
3. $\vec{v}_E = \vec{v}_C + \vec{v}_{EC}^C$, $\vec{v}_{EC}^C \perp \overline{EC}$,
4. $\vec{v}_E = \vec{v}_F + \vec{v}_{EF}^F$, $\vec{v}_{EF}^F \perp \overline{EF}$,
5. $\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{cd}{ce} \Rightarrow cd = 2 \text{ cm}$.



Сл. 7. 16: Кинематичка шема (задаћак 7.3)

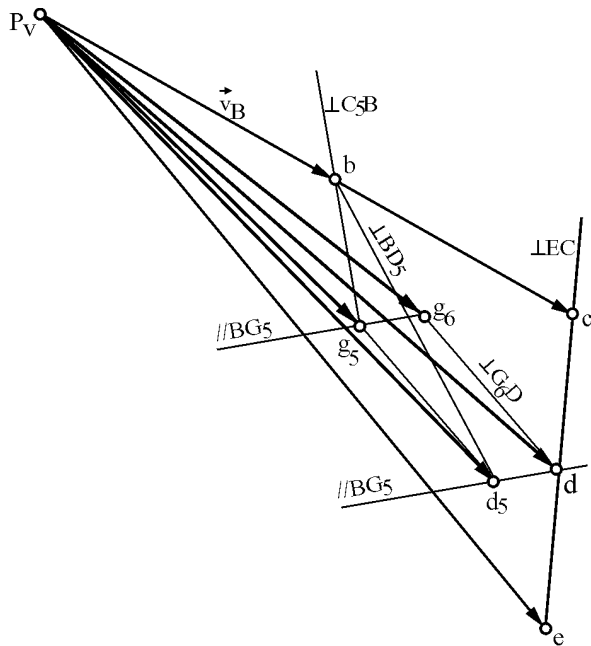
Да би се добила још по једна једначина за тачке G_5 и G_6 прошири се члан 5 на 6 са равни π_5 и додаје се тачка D_5 чије се брзине одређују преко тачака D и B.

6. $\vec{v}_{D5} = \vec{v}_D + \vec{v}_{DD5}^D$, $\vec{v}_{DD5}^D \parallel \overline{BD}$,
7. $\vec{v}_{D5} = \vec{v}_B + \vec{v}_{BD5}^B$, $\vec{v}_{BD5}^B \perp \overline{BD}$.

Брзине осталих тачака једнаке су:

8. $\vec{v}_{G5} = \vec{v}_{D5} + \vec{v}_{G5D5}^{D5}$, $\vec{v}_{G5D5}^{D5} \perp \overline{G5D5}$,
9. $\vec{v}_{G5} = \vec{v}_B + \vec{v}_{BG5}^B$, $\vec{v}_{BG5}^B \perp \overline{BG5}$.
10. $\vec{v}_{G6} = \vec{v}_{G5} + \vec{v}_{G6G5}^{G5}$, $\vec{v}_{G6G5}^{G5} \parallel \overline{BG5}$ и
11. $\vec{v}_{G6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{DG6}^D$, $\vec{v}_{DG6}^D \perp \overline{GD}$.

План брзина (сл. 7.17) нацртан је у размери $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1,5 \text{ cm}}$. Угаоне брзине су по интензитету: $\omega_3 = \frac{v_E^C}{EC} = 6,22 \text{ s}^{-1}$, $\omega_4 = \frac{v_E^F}{EF} = 10,80 \text{ s}^{-1}$, $\omega_5 = \frac{v_{G5}^B}{G_5B} = 7,99 \text{ s}^{-1}$ и $\omega_6 = \frac{v_{G6}^D}{G_6D} = 7,99 \text{ s}^{-1} = \omega_5$, а смерови одређени на скици (сл. 7.19).



Сл. 7.17: План брзина (задаћак 7.3)

Једначине за убрзања су:

12. $a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 30 \text{ m/s}^2$, где је убрзање $\vec{a}_B \parallel \overline{BA}$ усмерено ка тачки А.

13. $a_C = \overline{AC} \cdot \omega_2^2 = 53 \text{ m/s}^2$.

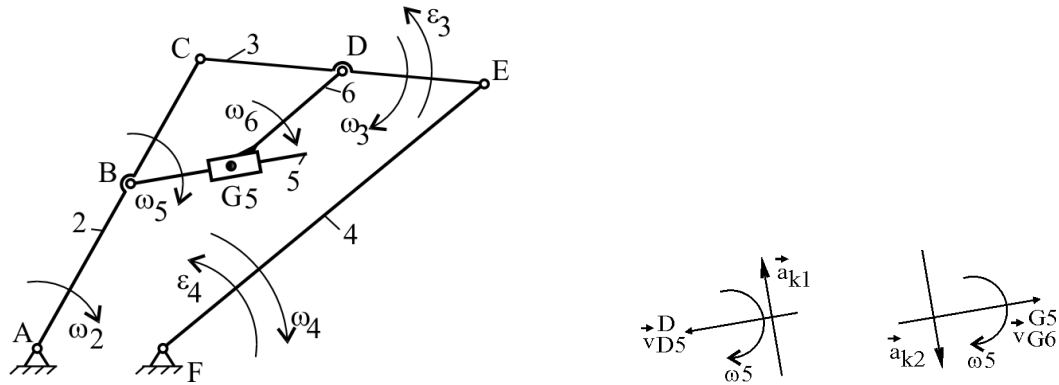
План убрзања (сл. 7.18) нацртан је у размери $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1,5 \text{ cm}}$.

14. $\vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{En}^C + \vec{a}_{Et}^C$, где је $a_{En}^C = \frac{(v_E^C)^2}{EC} = 17,42 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{En}^C \parallel \overline{EC}$ у смеру ка тачки С и $\vec{a}_{Et}^C \perp \overline{EC}$.

15. $\vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F$, где је $\vec{a}_{En}^F \parallel \overline{EF}$ у смеру ка тачки F ($a_{En}^F = \frac{(v_E^F)^2}{EF} = 77,02 \text{ m/s}^2$), а $\vec{a}_{Et}^F \perp \overline{EF}$.

16. $\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{c'd'}}{\overline{c'e'}} \Rightarrow c'd' = 2,05 \text{ cm}$.

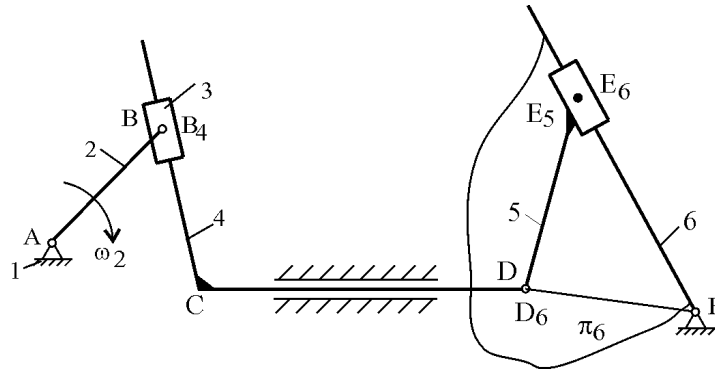
17. $\vec{a}_{D5} = \vec{a}_D + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{D5}^D$, где је $a_{k1} = 2 \cdot \omega_5 \cdot v_{D5}^D = 9,40 \text{ m/s}^2$, а смер је одређен на слици 7.19.



Сл. 7.19: Смерови угаоних брзина, убрзања и кориолисових убрзања (задаћак 7.3)

Задатак 7.4: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака и чланова механизма.

Геометријски подаци су дати на сл. 7.20 размером $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$. Остали подаци су: $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$ (сл. 7.20).



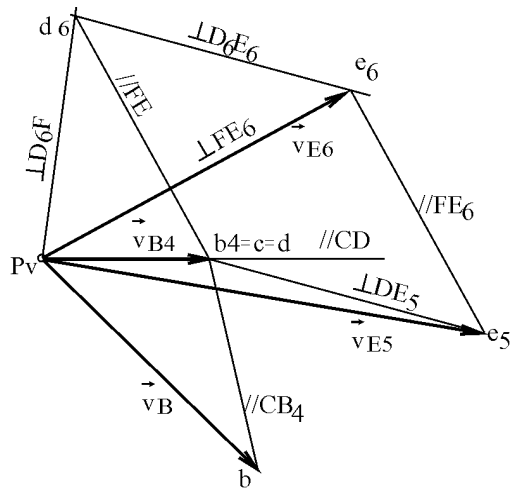
Сл. 7. 20: Кинематичка шема (задаћак 7.4)

Једначине за брзине су:

1. $\vec{v}_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 4 \text{ m/s}$, где је брзина $\vec{v}_B \perp \overline{AB}$,
2. $\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B$, $\vec{v}_{B4}^B \parallel \overline{CB_4}$,
3. $\vec{v}_{B4} \parallel \overline{CD}$,
4. $\vec{v}_C = \vec{v}_D = \vec{v}_{B4}$ (члан 4 се креће транслаторно).

За тачке E_5 и E_6 могу се написати само по једна једначина преко тачака чије су брзине познате, за тачку E_5 преко тачке D , а за тачку E_6 преко тачке F . Пошто се тачке E_5 и E_6 налазе на члановима клизног пара, могу се проширити и тако добити још по једна потребна једначина. Прошири се члан 6 на 5 (раван π_6) и добија тачка D_6 . Брзина тачке D_6 се одређује преко тачака D и F :

5. $\vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D$, $\vec{v}_{D6}^D \parallel \overline{FE_6}$
6. $\vec{v}_{D6} = \vec{v}_F + \vec{v}_{D6}^F$, $\vec{v}_{D6}^F \perp \overline{D_6F}$.
7. $\vec{v}_{E6} = \vec{v}_F + \vec{v}_{E6}^F$, $\vec{v}_{E6}^F \perp \overline{E_6F}$
8. $\vec{v}_{E6} = \vec{v}_{D6} + \vec{v}_{E6}^{D6}$, $\vec{v}_{E6}^{D6} \perp \overline{E_6D_6}$,
9. $\vec{v}_{E5} = \vec{v}_{E6} + \vec{v}_{E5}^{E6}$, $\vec{v}_{E5}^{E6} \parallel \overline{FE_6}$
10. $\vec{v}_{E5} = \vec{v}_D + \vec{v}_{E5}^D$, $\vec{v}_{E5}^D \perp \overline{E_5D}$.



План брзина (сл. 7.21) нацртан је у размери $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$ из којег су одређени интензитети брзина и сви остали параметри.

Сл. 7.21: План брзина (задајак 7.4)

Једначине за убрзања пишу се истим редом као и за брзине.

11. $a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 80 \text{ m/s}^2$, где је убрзање $\vec{a}_B // \overline{BA}$ са смером ка тачки А ($U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$).

12. $\vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_{B4}^B$, где је $\vec{a}_{B4}^B // \overline{B_4C}$.

Између тачака B_4 и B нема кориолисовог убрзања јер члан 4 нема угаону брзину (креће се транслаторно).

13. $\vec{a}_{B4} // \overline{CD}$

14. $\vec{a}_C = \vec{a}_D = \vec{a}_{B4}$

15. $\vec{a}_{D6} = \vec{a}_D + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{D6}^D$, где је $a_{k1} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{D6}^D = 117,16 \text{ m/s}^2$, $\omega_6 = \frac{v_{E6}}{E_6F} = 15,83 \text{ s}^{-1}$,

$\vec{a}_{D6}^D // \overline{FE_6}$.

16. $\vec{a}_{D6} = \vec{a}_F + \vec{a}_{D6n}^F + \vec{a}_{D6t}^F$, где је $\vec{a}_{D6n}^F // \overline{D_6F}$ у смеру ка тачки F ,

$(a_{D6n}^F = \frac{(v_{D6}^F)^2}{D_6F} = 50,29 \text{ m/s}^2)$, $\vec{a}_{D6n}^F \perp \overline{D_6F}$

17. $\vec{a}_{E6} = \vec{a}_F + \vec{a}_{E6n}^F + \vec{a}_{E6t}^F$, где је $\vec{a}_{E6n}^F // \overline{E_6F}$ у смеру ка тачки F ,

$(a_{E6n}^F = \frac{(v_{E6}^F)^2}{E_6F} = 75,20 \text{ m/s}^2)$, $\vec{a}_{E6n}^F \perp \overline{E_6F}$

18. $\vec{a}_{E6} = \vec{a}_{D6} + \vec{a}_{E6n}^{D6} + \vec{a}_{E6t}^{D6}$, $\vec{a}_{E6n}^{D6} // \overline{E_6D_6}$ у смеру ка тачки D_6 ,

$(a_{E6n}^{D6} = \frac{(v_{E6}^{D6})^2}{E_6D_6} = 60,16 \text{ m/s}^2)$, $\vec{a}_{E6t}^{D6} \perp \overline{E_6D_6}$

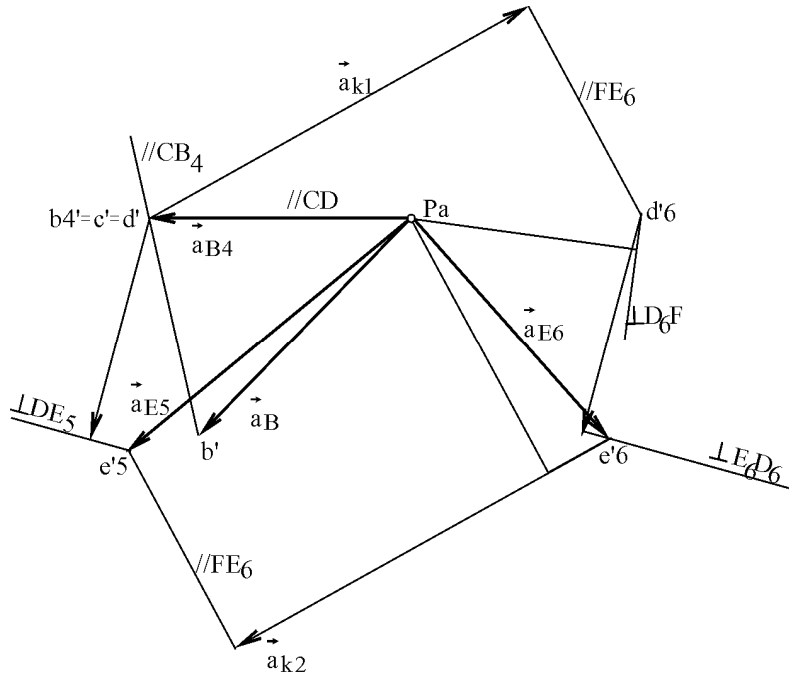
19. $\vec{a}_{E5} = \vec{a}_{E6} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_{E5}^{E6}$, где је $a_{k2} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{E5}^{E6} = 117,16 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{E5}^{E6} // \overline{FE_6}$.

Смерови кориолисових убрзања одређени су према слици 7.23.

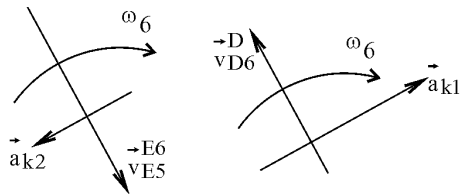
20. $\vec{a}_{E5} = \vec{a}_D + \vec{a}_{E5n}^D + \vec{a}_{E5t}^D$,

$\vec{a}_{E5n}^D \parallel \overline{E_5D}$ у смеру ка тачки D, $a_{E5n}^D = \frac{(v_{E5}^D)^2}{E_5D} = 60,16 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{E5t}^D \perp \overline{E_5D}$.

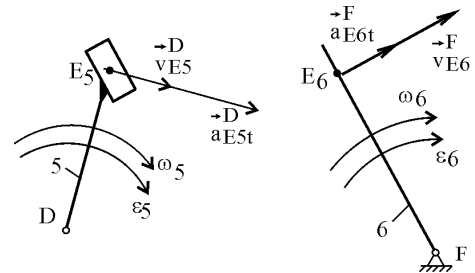
На основу плана брзина (сл. 7.21) и плана убрзања (сл. 7.22) могу се одредити интензитети брзина и убрзања и смерови угаоних брзина и убрзања (сл. 7.24).



Сл. 7.22: План убрзања (задаћак 7.4)



Сл. 7.23: Одређивање смерова кориолисовог убрзања (задаћак 7.4)

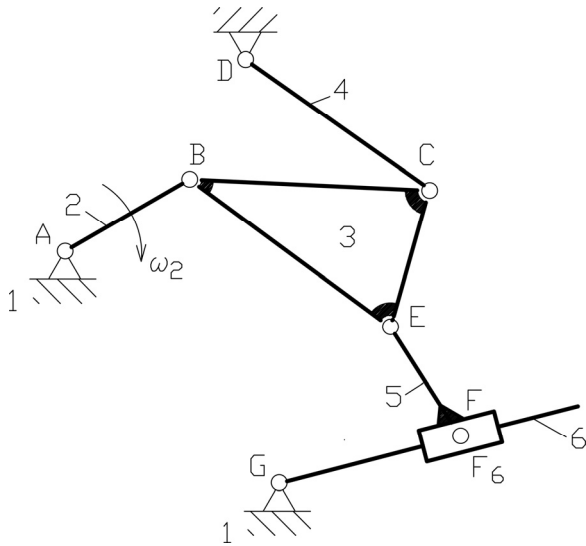


Сл. 7.24: Одређивање смерова угаоних брзина и убрзања (задаћак 7.4)

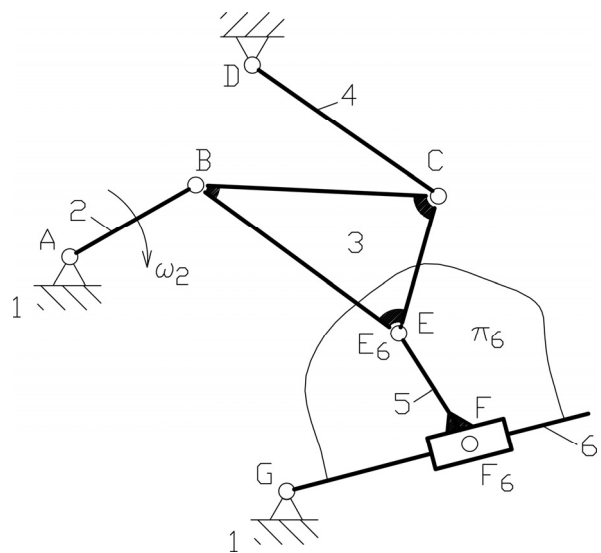
Задатак 7.5: Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми која нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}}$ (сл. 7.25). Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 5 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаоне

брзине и угаона убрзања чланова 3 и 6. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{1 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}}$.

Да би се задатак решио потребно је проширити члан 5 на 6, или члан 6 на 5, како би се одредиле кинематичке величине члана 6 (сл. 7.26).



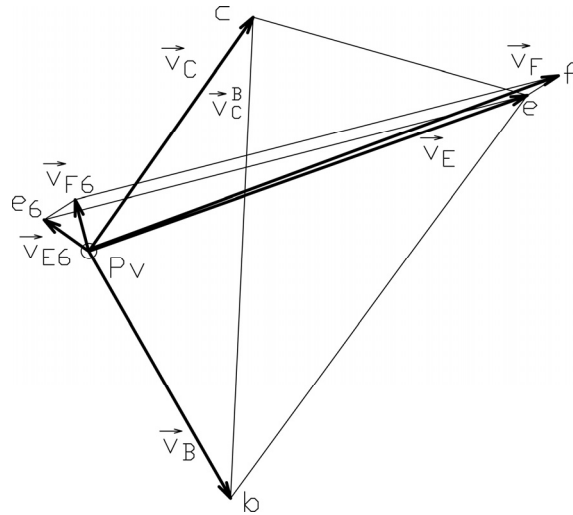
Сл. 7. 25: Кинематичка шема (задаћак 7.5)



Сл. 7. 26: Начин проширења (задаћак 7.5)

Једначине за брзине

1. $v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,36 \cdot 5 = 1,8 \text{ m/s}$, $\vec{v}_B \perp \overline{BA}$, $AB = \overline{AB} \cdot U_L = 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 36 \text{ cm}$,
2. $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B$, $\vec{v}_C^B \perp \overline{BC}$,
3. $\vec{v}_C \perp \overline{CD}$,
4. $\vec{v}_E = \vec{v}_B + \vec{v}_E^B$, $\vec{v}_E^B \perp \overline{EB}$,
5. $\vec{v}_E = \vec{v}_C + \vec{v}_E^C$, $\vec{v}_E^C \perp \overline{EC}$,
6. $\vec{v}_{E6} = \vec{v}_G + \vec{v}_{E6}^G$, $\vec{v}_{E6}^G \perp \overline{E_6G}$,
7. $\vec{v}_{E6} = \vec{v}_E + \vec{v}_{E6}^E$, $\vec{v}_{E6}^E \parallel \overline{GF_6}$,
8. $\vec{v}_{F6} = \vec{v}_G + \vec{v}_{F6}^G$, $\vec{v}_{F6}^G \perp \overline{F_6G}$,
9. $\vec{v}_{F6} = \vec{v}_{E6} + \vec{v}_{F6}^{E6}$, $\vec{v}_{F6}^{E6} \perp \overline{F_6E_6}$,
10. $\vec{v}_F = \vec{v}_E + \vec{v}_F^E$, $\vec{v}_F^E \perp \overline{FE}$,
11. $\vec{v}_F = \vec{v}_{F6} + \vec{v}_F^{F6}$, $\vec{v}_F^{F6} \parallel \overline{GF_6}$.



Сл. 7.27: План брзина (задаћак 7.5)

Интензитети брзина

$$\begin{aligned}
 v_C &= \overline{P_v c} \cdot U_v = 3,63 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,81 \text{ m/s}, & v_E &= \overline{P_v e} \cdot U_v = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 2,95 \text{ m/s}, \\
 v_C^B &= \overline{cb} \cdot U_v = 6,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,05 \text{ m/s}, & v_C^D &= \overline{cd} \cdot U_v = 3,63 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,81 \text{ m/s}, \\
 v_E^B &= \overline{eb} \cdot U_v = 6,33 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,16 \text{ m/s}, & v_E^C &= \overline{ec} \cdot U_v = 3,60 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,8 \text{ m/s}, \\
 v_F^E &= \overline{fe} \cdot U_v = 1,70 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,85 \text{ m/s}, & v_{E6}^G &= \overline{e_6 g} \cdot U_v = 0,693 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,345 \text{ m/s}, \\
 v_{E6}^E &= \overline{e_6 e} \cdot U_v = 6,32 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,16 \text{ m/s}, & v_{F6}^{E6} &= \overline{f_6 e_6} \cdot U_v = 0,47 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,235 \text{ m/s}, \\
 v_{F6} &= \overline{P_v f_6} \cdot U_v = 0,675 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,337 \text{ m/s}.
 \end{aligned}$$

Угаоне брзине

$$\omega_3 = \frac{v_C^B}{CB} = \frac{3,05}{0,6} = 5,08 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_6 = \frac{v_{F6}}{GF_6} = \frac{0,337}{0,48} = 0,70 \text{ s}^{-1} \text{ а смерови су на слици 7. 30.}$$

Једначине за убрзања

$$12. a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,36 \cdot 5^2 = 9 \text{ m/s}^2, \text{ где је: } \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А.}$$

$$13. \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \quad a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{3,05^2}{0,6} = 15,5 \text{ m/s}^2,$$

$$14. \vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D, \quad a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{CD} = \frac{1,81^2}{0,54} = 6,1 \text{ m/s}^2,$$

$$15. \vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{En}^B + \vec{a}_{Et}^B, \quad a_{En}^B = \frac{(v_E^B)^2}{EB} = \frac{3,16^2}{0,624} = 16,00 \text{ m/s}^2,$$

$$16. \vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{En}^C + \vec{a}_{Et}^C, \quad a_{En}^B = \frac{(v_E^C)^2}{EC} = \frac{1,8^2}{0,356} = 9,1 \text{ m/s}^2,$$

$$17. \vec{a}_{E6} = \vec{a}_G + \vec{a}_{E6n}^G + \vec{a}_{E6t}^G, \quad a_{E6n}^G = \frac{(v_{E6}^G)^2}{E_6G} = \frac{0,345^2}{0,48} = 0,25 \text{ m/s}^2,$$

$$18. \vec{a}_{E6} = \vec{a}_E + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{E6}^E, \quad a_{k1} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{E6}^E = 2 \cdot 0,7 \cdot 3,16 = 4,42 \text{ m/s}^2 \text{ (сл. 7.28)},$$

$$19. \vec{a}_{F6} = \vec{a}_G + \vec{a}_{F6n}^G + \vec{a}_{F6t}^G, \quad a_{F6n}^G = \frac{(v_{F6}^G)^2}{F_6G} = \frac{0,337^2}{0,46} = 0,25 \text{ m/s}^2,$$

$$20. \vec{a}_{F6} = \vec{a}_{E6} + \vec{a}_{F6n}^{E6} + \vec{a}_{F6t}^{E6}, \quad a_{F6n}^{E6} = \frac{(v_{F6}^{E6})^2}{F_6E_6} = \frac{0,235^2}{0,30} = 0,184 \text{ m/s}^2 \text{ (сл. 7.29)},$$

$$21. \vec{a}_F = \vec{a}_E + \vec{a}_{Fn}^E + \vec{a}_{Ft}^E, \quad a_{Fn}^E = \frac{(v_F^E)^2}{FE} = \frac{0,85^2}{0,3} = 2,4 \text{ m/s}^2,$$

$$22. \vec{a}_F = \vec{a}_{F6} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_F^{F6}, \quad a_{k2} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_F^{F6} = 2 \cdot 0,7 \cdot 3,16 = 4,42 \text{ m/s}^2 \text{ (сл. 7.28)}.$$



Сл. 7.28: Одређивање смерова кориолисовог убрзања

Угаона убрзања:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{CB} = \frac{20,16}{0,6} = 33,6 \text{ s}^{-2},$$

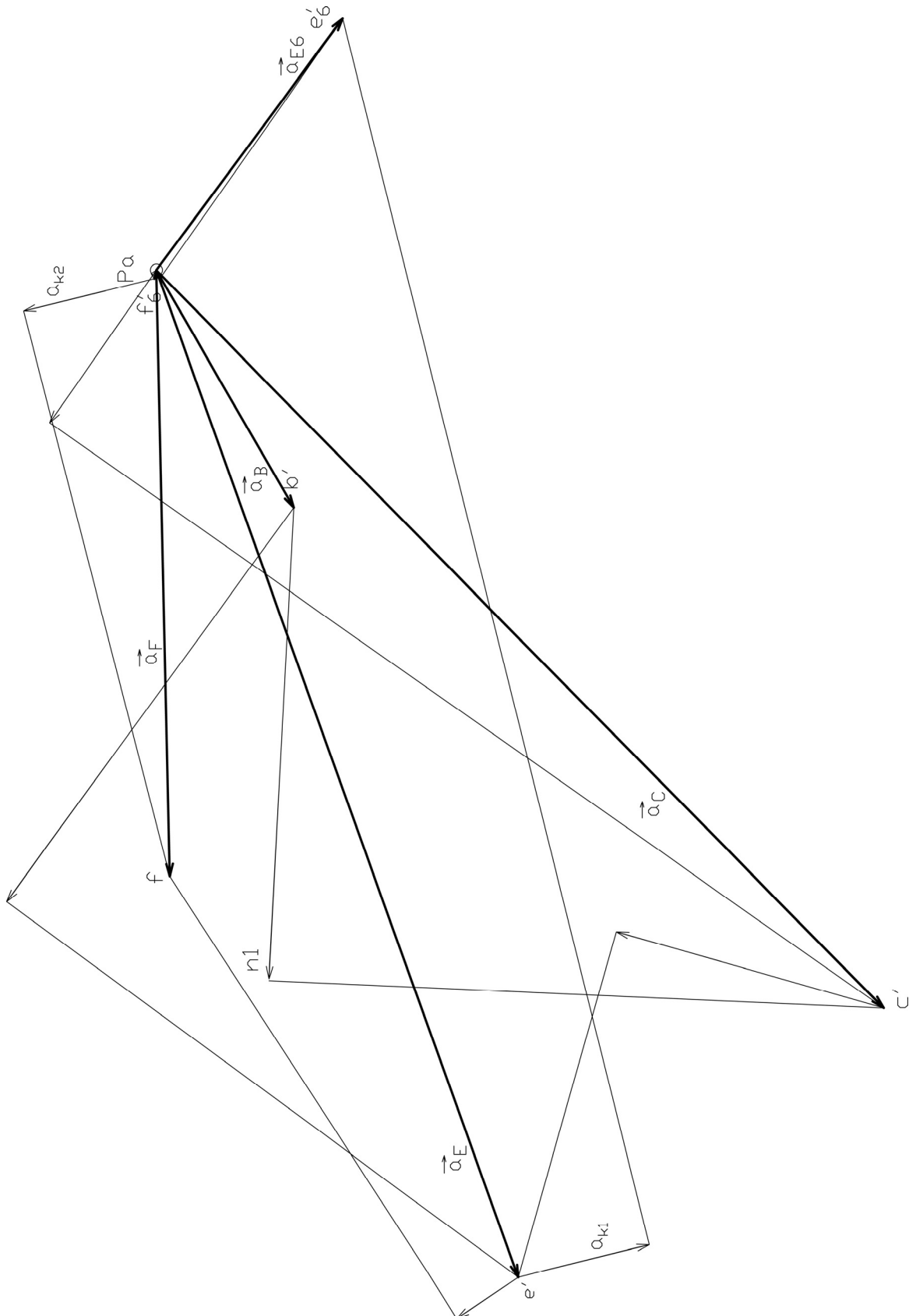
$$a_{Ct}^B = \overline{n_1 \dot{c}} \cdot U_a = 10,08 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}^2}{0,5 \text{ cm}} = 20,16 \text{ m/s}^2,$$

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{F6t}^G}{F_6G} = \frac{0,12}{0,46} = 0,26 \text{ s}^{-2}, \text{ а смерови су дати на слици 7. 30.}$$

Смерови брзина и убрзања механизма из задатка 7.5 дати су на сл. 7.31.

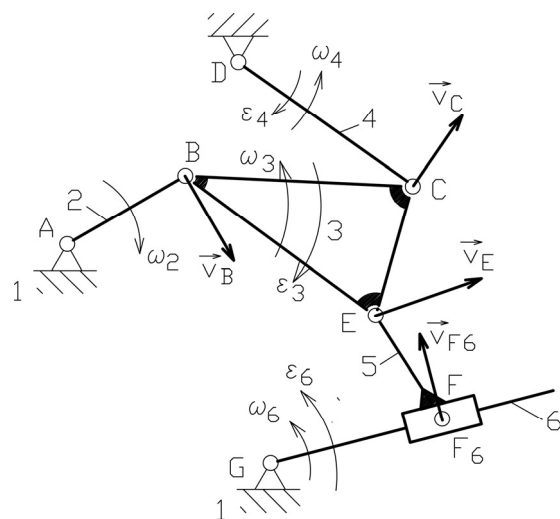


Сл. 7.30: Одређивање смерова угаоних брзина и убрзања (задаћак 7.5)



Сл. 7.29: План убрзања (задаћак 7.5)

Напомена: Због мале величине формира књиџе план убрзања је окренути за 90° у супротном смеру од обртања казаљке на саџу у односу на свој стварни положај.



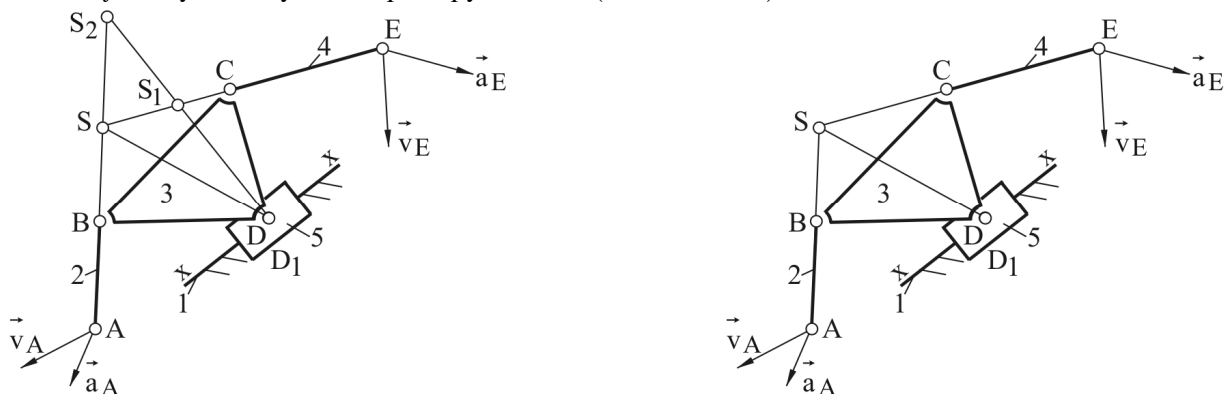
Сл. 7.31: Смерови брзина и убрзања (задаћак 7.5)

8. МЕТОДА АСУРЕ

Метода Асуре се користи за кинематичку групу III класе, када није кинематички одређена, односно када три тачке на истом члану имају само по једну познату једначину за одређивање брзина и убрзања (сл. 8.1). Метода Асуре се састоји у проширењу тог члана (3) који има три кинематичке везе са три тачке В, С и D чије су брзине непознате.

Нека су познате брзине и убрзања тачака А и Е. Брзина тачке В могла би се одредити преко А и преко тачака С и D, међутим њихове су брзине непознате. То исто важи и за тачку С чија се брзина може одредити преко Е, али не може преко В или D јер су непознате. Брзина тачка D се може одредити преко D₁, док преко В или С не може јер су за сада њихове брзине непознате. Значи, када имамо три тачке, у овом примеру В, С и D за које се може написати само по једна позната једначина за брзине, а налазе се на једном члану (3) користи се метода Асуре.

Кинематички непознат члан (3) се проширује с тачком S (тачка Асуре) која се добија у пресеку праваца везних чланова, ако су полужни, а када су клизни у пресеку правца клизања окренутог за 90°. На тај начин се увек добијају три тачке S, S₁ и S₂, а изабере се само једна, било која могућност, у овом примеру тачка S (сл. 8.1 десно).



Сл. 8.1: Кинематичка група шреће класе (Метода Асуре)

Тачка S припада члану 3, те се могу писати једначине за брзине и убрзања између тачака В, С, D и S јер су све на истом члану. Брзина тачке S се одређује из једначине:

$\vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_S^B$, пошто је брзина тачке В непозната њена вредност се изрази преко тачке А, те је: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A$ и ово се уврсти у претходну једначину те је:

$$1. \quad \vec{v}_S = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A + \vec{v}_S^B,$$

где обе релативне обимне брзине тачака В у односу на А и S у односу на В имају исте правце, тј. $\vec{v}_B^A, \vec{v}_S^B \perp \overline{AS}$.

Брзина тачке S се одређује и преко С те је: $\vec{v}_S = \vec{v}_C + \vec{v}_S^C$, а брзина тачке С је $\vec{v}_C = \vec{v}_E + \vec{v}_C^E$ и када се овај израз унесе у претходни добија се:

$$2. \vec{v}_S = \vec{v}_E + \vec{v}_C^E + \vec{v}_S^C,$$

где обе релативне обимне брзине имају исти правац $\vec{v}_C^E, \vec{v}_S^C \perp \overline{SE}$.

У пресеку једначине (1) и (2) на плану брзина (сл. 8.2) добија се брзина тачке S. Сада се може преко тачке S одредити брзина тачке D (она тачка преко које се није добила тачка Асуре S) на основу израза:

$$3. \vec{v}_D = \vec{v}_S + \vec{v}_D^S, \text{ где је и } \vec{v}_D^S \perp \overline{DS},$$

$$4. \vec{v}_D \parallel \overline{x-x}.$$

На основу тачке D може се одредити брзина тачке B или C, све једно, те је:

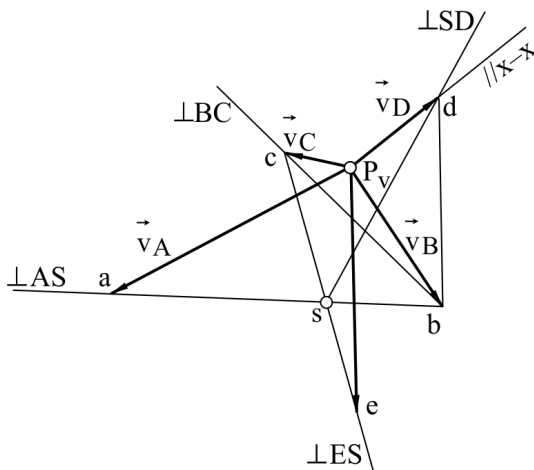
$$5. \vec{v}_B = \vec{v}_D + \vec{v}_B^D, \text{ где је } \vec{v}_B^D \perp \overline{BD} \text{ и}$$

$$6. \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A \text{ (ова једначина је на плану брзина већ представљена).}$$

На крају се одређује брзина тачке C те је:

$$7. \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \text{ где је } \vec{v}_C^B \perp \overline{CB}$$

$$8. \vec{v}_C = \vec{v}_E + \vec{v}_C^E \text{ (овај израз је већ представљен на плану брзина).}$$



Сл. 8.2: План брзина (метода Асуре)

На исти начин као и брзине одређују се и убрзања. Први израз за убрзање тачке S одређује се из: $\vec{a}_S = \vec{a}_B + \vec{a}_{Sn}^B + \vec{a}_{St}^B$, где је $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$, те се заменом добија:

$$9. \vec{a}_S = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Sn}^B + \vec{a}_{Bt}^A + \vec{a}_{St}^B.$$

Релативна нормална и тангенцијална убрзања имају између себе исте правце: $\vec{a}_{Bn}^A, \vec{a}_{Sn}^B \parallel \overline{SA}$ и $\vec{a}_{Bt}^A, \vec{a}_{St}^B \perp \overline{SA}$.

Интензитети оба нормална убрзања се могу одредити на основу вредности из плана

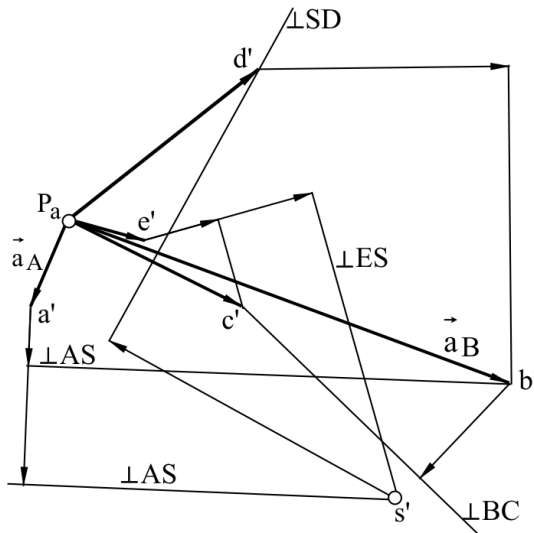
$$\text{брзина } a_{Bn}^A = \frac{(v_B^A)^2}{BA} \text{ и } a_{Sn}^B = \frac{(v_S^B)^2}{SB}.$$

Други израз за убрзање тачке S је: $\vec{a}_S = \vec{a}_C + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{St}^C$, где је $\vec{a}_C = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E$ и заменом у претходни израз добија се:

$$10. \vec{a}_S = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{Ct}^E + \vec{a}_{St}^C, \text{ где је } \vec{a}_{Cn}^E, \vec{a}_{Sn}^C \parallel \overline{SE} \text{ и } \vec{a}_{Ct}^E, \vec{a}_{St}^C \perp \overline{SE}.$$

У пресеку једначина (9) и (10) добија се на плану убрзања (сл. 8.3) убрзање тачке S. Убрзање тачке D одређује се из једначина:

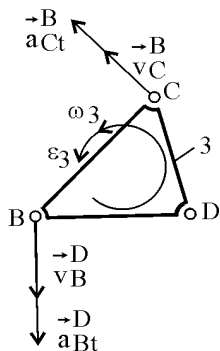
11. $\vec{a}_D = \vec{a}_S + \vec{a}_{Dn}^S + \vec{a}_{Dt}^S$, где је $\vec{a}_{Dn}^S // \overline{DS}$, $a_{Dn}^S = \frac{(v_D^S)^2}{DS}$, $\vec{a}_{Dt}^S \perp \overline{DS}$,
12. $\vec{a}_D = \vec{a}_{D1} + \vec{a}_D^{D1}$, где је $\vec{a}_{D1} = 0$, $\vec{a}_D^{D1} // \overline{x-x'}$.
13. $\vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{Bn}^D + \vec{a}_{Bt}^D$, где је $a_{Bn}^D = \frac{(v_B^D)^2}{BD}$, $\vec{a}_{Bn}^D // \overline{BD}$, $\vec{a}_{Bt}^D \perp \overline{BD}$ и
14. $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$.
15. $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B$, где је $a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB}$, $\vec{a}_{Cn}^B // \overline{CB}$, $\vec{a}_{Ct}^B \perp \overline{CB}$
16. $\vec{a}_C = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E$, где је $a_{Cn}^E = \frac{(v_C^E)^2}{CE}$, $\vec{a}_{Cn}^E // \overline{CE}$, $\vec{a}_{Ct}^E \perp \overline{CE}$.



Сл. 8.3: План убрзања (метода Асуре)

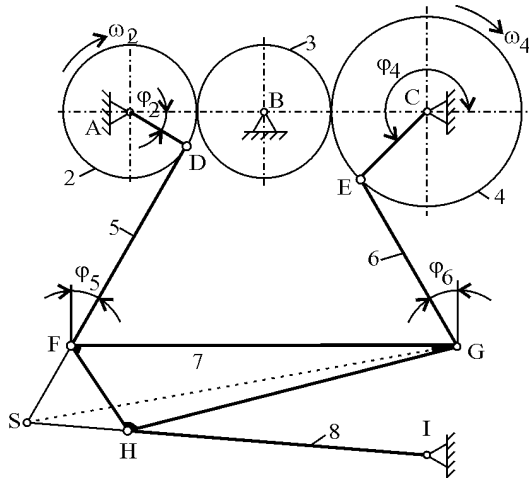
Угаона брзина и угаоно убрзање члана 3 добија се на основу једначина:

$$\omega_3 = \frac{v_B^D}{BD} = \frac{v_C^B}{CB} \text{ и } \varepsilon_3 = \frac{a_{Bt}^D}{BD} = \frac{a_{Ct}^B}{CB}, \text{ а смер према скици (сл. 8.4).}$$



Сл. 8.4: Одређивање смера угаоне брзине и убрзања члана 3

Задатак 8.1: Одредити кинематичке параметре механизма тресача. Познати су подаци: $\overline{AD} = 0,09 \text{ m}$, $\overline{CE} = 0,13 \text{ m}$, $\overline{DF} = 0,30 \text{ m}$, $\overline{EG} = 0,25 \text{ m}$, $\overline{FG} = 0,52 \text{ m}$, $\overline{HG} = 0,45 \text{ m}$, $\overline{FH} = 0,13 \text{ m}$, $\overline{HI} = 0,40 \text{ m}$, $\overline{AI} = 0,46 \text{ m}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1} = \text{const}$, $\varphi_2 = 30^\circ$, $\varphi_4 = 225^\circ$ и $\varphi_5 = 30^\circ$ (сл. 8.5).



Сл. 8.5: Кинематичка шема механизма тресача (задача 8.1)

Једначине за брзине тачке D и E су:

$$1. \ v_D = \overline{AD} \cdot \omega_2 = 0,9 \text{ m/s}, \ \vec{v}_D \perp \overline{AD} \text{ и} \quad 2. \ v_E = v_D = 0,9 \text{ m/s}, \ \vec{v}_E \perp \overline{CE}.$$

Брзина тачке F се одређује преко тачке D (њена брзина је позната) и може преко тачака G и H али су њихове брзине непознате. Брзина тачке G се одређује преко E и може преко F и H, али су њихове брзине непознате. Такође, и брзина тачке H има једну познату једначину (преко тачке I), а може и преко тачака G и F али су њихове брзине, за сада, непознате. Пошто су три тачке F, G и H на једном члану (7) за које има по једна позната једначина, користи се метода Асуре. Тачке Асуре се добијају у пресеку праваца чланова 5, 6 и 8. Усвојена је тачка S добијена у пресеку члана 5 и 8. Једначине за брзине су:

$$\begin{aligned} 3. \ \vec{v}_S &= \vec{v}_D + \vec{v}_F + \vec{v}_S, \quad \text{где је } \vec{v}_F, \vec{v}_S \perp \overline{SD}, & 4. \ \vec{v}_S &= \vec{v}_I + \vec{v}_H + \vec{v}_S, \quad \text{где је } \vec{v}_H, \vec{v}_S \perp \overline{SI}, \\ 5. \ \vec{v}_G &= \vec{v}_S + \vec{v}_G, \quad \text{где је } \vec{v}_G \perp \overline{SG}, & 6. \ \vec{v}_G &= \vec{v}_E + \vec{v}_G, \quad \text{где је } \vec{v}_G \perp \overline{GE}, \\ 7. \ \vec{v}_H &= \vec{v}_G + \vec{v}_H, \quad \text{где је } \vec{v}_H \perp \overline{HG}, & 8. \ \vec{v}_H &= \vec{v}_I + \vec{v}_H, \quad \text{где је } \vec{v}_H \perp \overline{HI}, \\ 9. \ \vec{v}_F &= \vec{v}_H + \vec{v}_F, \quad \text{где је } \vec{v}_F \perp \overline{FH} \text{ и} & 10. \ \vec{v}_F &= \vec{v}_D + \vec{v}_F, \quad \text{где је } \vec{v}_F \perp \overline{FD}. \end{aligned}$$

Из плана брзина (сл. 8.6) где је размера $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{6 \text{ cm}}$ одређују се интензитети брзина и

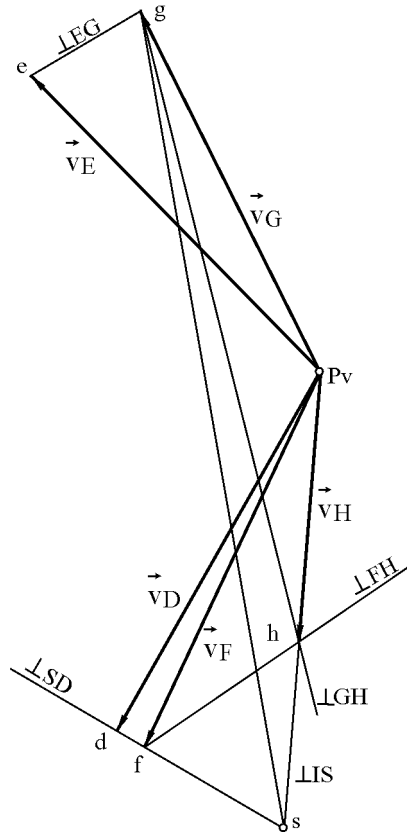
угаоних брзина. Интензитети угаоних брзина су: $\omega_5 = \frac{v_F^D}{\overline{FD}} = \frac{0,066}{0,3} = 0,22 \text{ s}^{-1}$;

$$\omega_7 = \frac{v_H^G}{\overline{HG}} = \frac{1,44}{0,45} = 3,11 \text{ s}^{-1}; \quad \omega_6 = \frac{v_G^E}{\overline{GE}} = \frac{0,266}{0,25} = 1,064 \text{ s}^{-1}; \quad \omega_8 = \frac{v_H^I}{\overline{HI}} = \frac{0,583}{0,4} = 1,457 \text{ s}^{-1}.$$

брзина члана 4 добија се из релације за преносни однос $\frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{AE}}{\overline{CD}}$, те је:

$$\omega_4 = \frac{\omega_2 \cdot \overline{CD}}{\overline{AE}} = \frac{10 \cdot 0,09}{0,13} = 6,92 \text{ s}^{-1}.$$

Одређивање смерова угаоних брзина показано је на слици (сл. 8.8).



Сл. 8.6: План брзина (задаћак 8.1)

Убрзања се добијају из плана убрзања (сл. 8.7) који је нацртан у размери $U_a = \frac{1 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}$.

Једначине за убрзања су:

$$11. a_D = \overline{AD} \cdot \omega_2^2 = 0,09 \cdot 10^2 = 9 \text{ m/s}^2, \text{ где је } \vec{a}_D // \overline{AD} \text{ у смеру ка тачки А.}$$

$$12. a_E = \overline{CE} \cdot \omega_4^2 = 0,13 \cdot 6,92^2 = 6,22 \text{ m/s}^2, \text{ где је } \vec{a}_E // \overline{CE} \text{ у смеру ка тачки С.}$$

$$13. \vec{a}_S = \vec{a}_D + \vec{a}_{Fn}^D + \vec{a}_{Sn}^F + \vec{a}_{Ft}^D + \vec{a}_{St}^F, \vec{a}_{Fn}^D, \vec{a}_{Sn}^F // \overline{SD} \text{ у смеру ка тачкама D и F, интензитети}$$

$$\text{нормалних убрзања су: } a_{Fn}^D = \frac{(v_F^D)^2}{FD} = 0,0147 \text{ m/s}^2, a_{Sn}^F = \frac{(v_S^F)^2}{SF} = 1,217 \text{ m/s}^2; \vec{a}_{Ft}^D, \vec{a}_{St}^F \perp \overline{SD}$$

$$14. \vec{a}_S = \vec{a}_I + \vec{a}_{Hn}^I + \vec{a}_{Sn}^H + \vec{a}_{Ht}^I + \vec{a}_{St}^H,$$

где је: $\vec{a}_{Hn}^I, \vec{a}_{Sn}^H // \overline{SI}$ у смеру ка тачкама I и H, интензитети нормалних убрзања су:

$$a_{Hn}^I = \frac{(v_H^I)^2}{HI} = 0,849 \text{ m/s}^2, a_{Sn}^H = \frac{(v_S^H)^2}{SH} = 1,281 \text{ m/s}^2; \vec{a}_{Ht}^I, \vec{a}_{St}^H \perp \overline{SI}.$$

$$15. \vec{a}_G = \vec{a}_S + \vec{a}_{Gn}^S + \vec{a}_{Gt}^S,$$

$$\text{где је: } \vec{a}_{Gn}^S // \overline{GS} \text{ у смеру ка тачки S, } a_{Gn}^S = \frac{(v_G^S)^2}{GS} = 5,586 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{Gt}^S \perp \overline{GS}.$$

$$16. \vec{a}_G = \vec{a}_E + \vec{a}_{Gn}^E + \vec{a}_{Gt}^E,$$

где је: $\vec{a}_{Gn}^E // \overline{GE}$ у смеру ка тачки E, $a_{Gn}^E = \frac{(v_G^E)^2}{GE} = 0,283 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Gt}^E \perp \overline{GE}$.

$$17. \vec{a}_H = \vec{a}_G + \vec{a}_{Hn}^G + \vec{a}_{Ht}^G,$$

где је: $\vec{a}_{Hn}^G // \overline{HG}$ у смеру ка тачки G, $a_{Hn}^G = \frac{(v_H^G)^2}{HG} = 4,355 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Ht}^G \perp \overline{HG}$.

$$18. \vec{a}_H = \vec{a}_I + \vec{a}_{Hn}^I + \vec{a}_{Ht}^I,$$

где је: $\vec{a}_{Hn}^I // \overline{HI}$ у смеру ка тачки I, $\vec{a}_{Ht}^I \perp \overline{HI}$.

$$19. \vec{a}_F = \vec{a}_H + \vec{a}_{Fn}^H + \vec{a}_{Ft}^H,$$

где је: $\vec{a}_{Fn}^H // \overline{FH}$ у смеру ка тачки H, $a_{Fn}^H = \frac{(v_F^H)^2}{FH} = 1,335 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Ft}^H \perp \overline{FH}$.

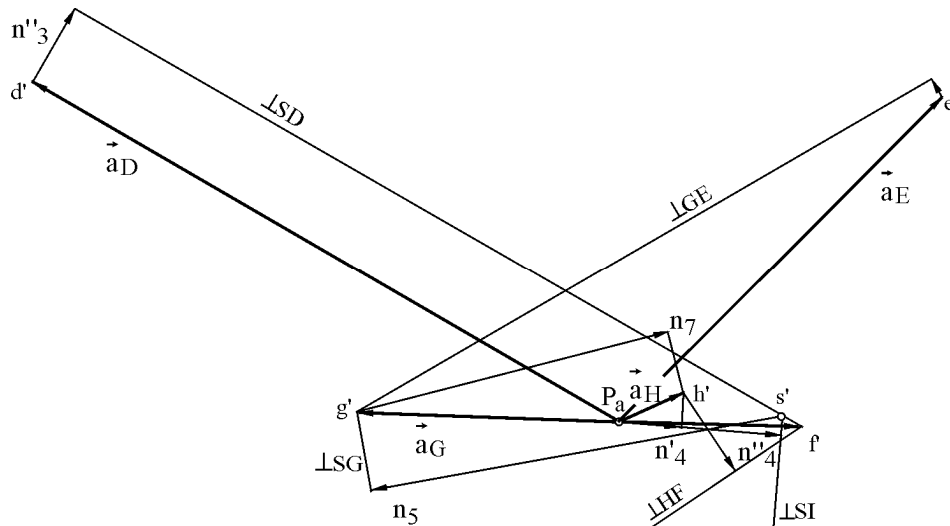
$$20. \vec{a}_F = \vec{a}_D + \vec{a}_{Fn}^D + \vec{a}_{Ft}^D,$$

где је: $\vec{a}_{Fn}^D // \overline{FD}$ у смеру ка тачки D, $\vec{a}_{Ft}^D \perp \overline{FD}$.

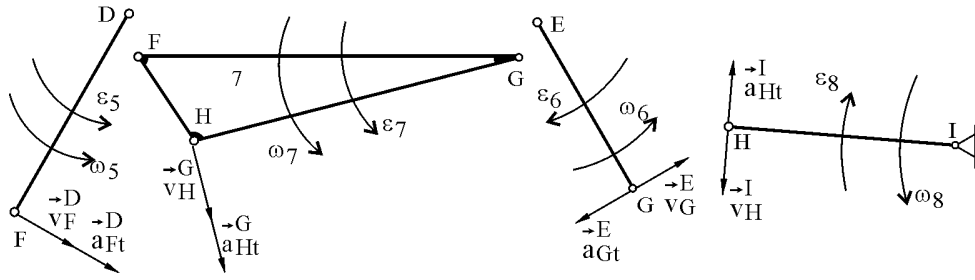
Интензитети угаоних убрзања су:

$$\varepsilon_5 = \frac{a_{Ft}^D}{FD} = \frac{11,3}{0,30} = 37,66 \text{ s}^{-2}, \quad \varepsilon_6 = \frac{a_{Gt}^E}{GE} = \frac{8,8}{0,25} = 35,2 \text{ s}^{-2}, \quad \varepsilon_7 = \frac{a_{Ht}^G}{HG} = \frac{1}{0,45} = 2,22 \text{ s}^{-2},$$

$$\varepsilon_8 = \frac{a_{Ht}^I}{HI} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75 \text{ s}^{-2}, \text{ а смерови су одређени на слици 8.8.}$$



Сл. 8.7: План убрзања (задајак 8.1)



Сл. 8.8: Одређивање смерова угаоних брзина и убрзања (задаћак 8.1)

Задатак 8.2: Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака и чланова механизма (сл. 8.9). Дати су подаци: $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$.

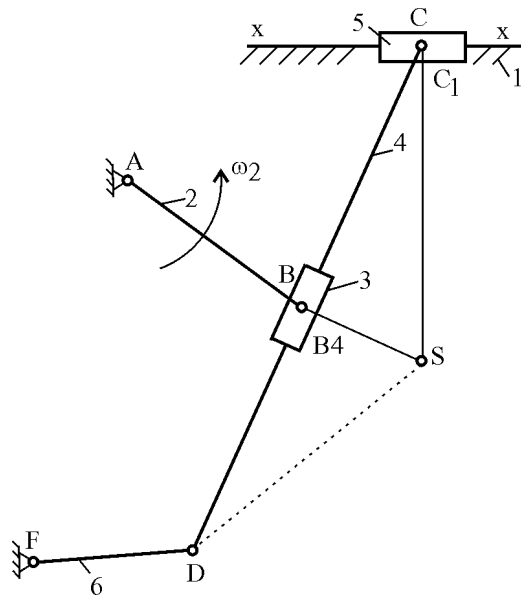
Брзина погонске тачке В је:

$$1. v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 2,8 \text{ m/s}, \vec{v}_B \perp \overline{BA}.$$

Брзина тачке B_4 може се одредити преко тачке В, тачка С преко C_1 и Д преко F. За све три тачке B_4 , С и Д недостаје по једна једначина, које се добијају проширењем члана 4 тачком Асуре S. У пресеку окренутих клизних брзина између тачака С и C_1 , као и између тачака В и B_4 за 90° добија се тачка S. Значи, тачка S је добијена на основу чланова 3 и 5 те је:

$$2. \vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_{B_4} + \vec{v}_S, \text{ где је } \vec{v}_{B_4}, \vec{v}_S \perp \overline{SB_4}.$$

$$3. \vec{v}_S = \vec{v}_{C_1} + \vec{v}_C + \vec{v}_S, \text{ где је } \vec{v}_C, \vec{v}_S \perp \overline{SC}, v_{C_1} = 0.$$



Сл. 8.9: Кинематичка шема механизма (задаћак 8.2)

Брзине осталих тачака су:

$$4. \vec{v}_D = \vec{v}_S + \vec{v}_D, \text{ где је } \vec{v}_D \perp \overline{DS},$$

$$6. \vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C, \text{ где је } \vec{v}_C \perp \overline{CD},$$

$$5. \vec{v}_D = \vec{v}_F + \vec{v}_D, \text{ где је } \vec{v}_D \perp \overline{DF},$$

$$7. \vec{v}_C \parallel \overline{x-x'},$$

$$8. \frac{\overline{DC}}{\overline{DB_4}} = \frac{\overline{dc}}{\overline{db_4}} \Rightarrow \overline{db_4} = 2 \text{ cm}.$$

Размера за план брзина (сл. 8.10) је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина.

Интензитети угаоних брзина су: $\omega_4 = \frac{v_D^C}{\overline{DC}} = 2,697 \text{ s}^{-1}$, $\omega_6 = \frac{v_D^F}{\overline{DF}} = 4,375 \text{ s}^{-1}$, а смерови су дати на слици 8.11.

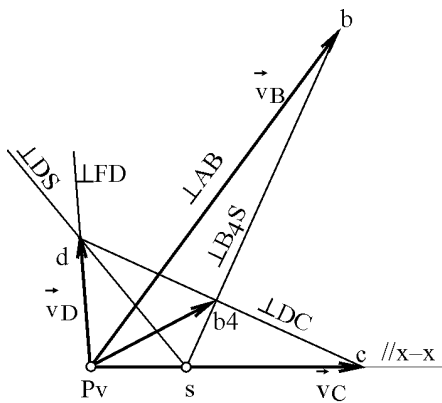
План убрзања (сл. 8.12) се добија на основу једначина за убрзања користећи размеру $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}$.

$$9. \vec{a}_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 28 \text{ m/s}^2, \text{ где је: } \vec{a}_B \parallel \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки A.}$$

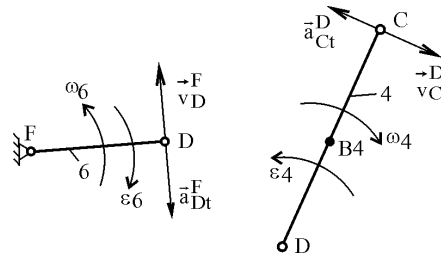
$$10. \vec{a}_S = \vec{a}_B + \vec{a}_k + \vec{a}_{Sn} + \vec{a}_{B4} + \vec{a}_{St}, \text{ где је: } a_k = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 10,51 \text{ m/s}^2, \text{ смер је одређен}$$

на скици (сл. 8.13), $a_{Sn}^{B4} = \frac{(v_S^{B4})^2}{\overline{SB_4}} = 1,4 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Sn}^{B4} \parallel \overline{SB_4}$ у смеру ка тачки B_4 и

$$\vec{a}_{B4}^B, \vec{a}_{St}^{B4} \perp \overline{SB_4}.$$



Сл. 8.10: План брзина (задаћак 8.2)



Сл. 8.11: Одређивање смерова угаоних брзина и убрзања (задаћак 8.2)

$$9. \vec{a}_S = \vec{a}_{C1} + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{C1}^C + \vec{a}_{St}^C,$$

где је $a_{Sn}^C = \frac{(v_S^C)^2}{\overline{SC}} = 3,05 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Sn}^C \parallel \overline{SC}$ у смеру ка тачки C, $\vec{a}_{C1}^C, \vec{a}_{St}^C \perp \overline{SC}$.

$$10. \vec{a}_D = \vec{a}_S + \vec{a}_{Dn}^S + \vec{a}_{Dt}^S,$$

где је: $\vec{a}_{Dn}^S \parallel \overline{DS}$ у смеру ка тачки S, $a_{Dn}^S = \frac{(v_D^S)^2}{\overline{DS}} = 3,02 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Dt}^S \perp \overline{DS}$.

$$11. \vec{a}_D = \vec{a}_F + \vec{a}_{Dn}^F + \vec{a}_{Dt}^F,$$

где је: $\vec{a}_{Dn}^F \parallel \overline{DF}$ у смеру ка тачки F, $a_{Dn}^F = \frac{(v_D^F)^2}{\overline{DF}} = 3,61 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Dt}^F \perp \overline{DF}$.

$$12. \vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D,$$

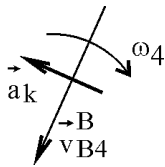
где је: $\vec{a}_{Cn}^D \parallel \overline{CD}$ у смеру ка тачки D, $a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{CD} = 5,52 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Ct}^D \perp \overline{CD}$.

$$13. \vec{a}_C \parallel \overline{x-x'},$$

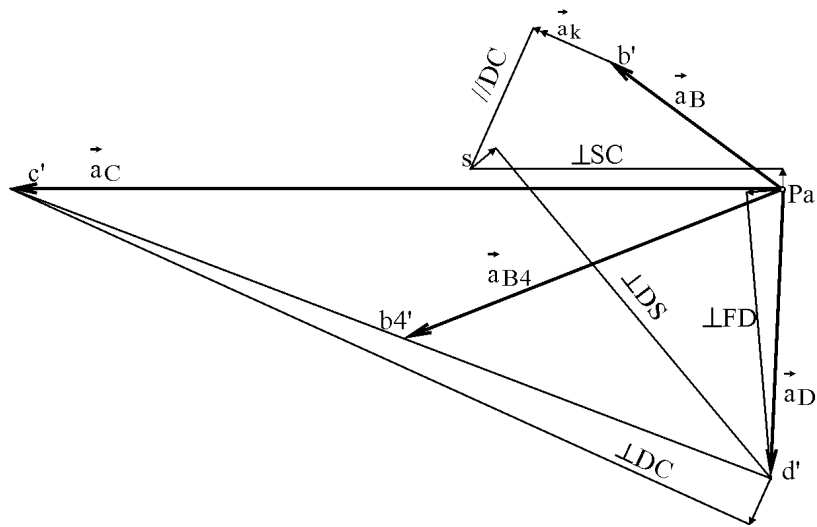
$$14. \frac{\overline{DC}}{DB_4} = \frac{\overline{d'c'}}{d'b'_4} \Rightarrow \overline{d'b'_4} = 4,92 \text{ cm}.$$

Угаона убрзања су: $\varepsilon_4 = \frac{a_{Ct}^D}{CD} = 136,84 \text{ s}^{-2}$, $\varepsilon_6 = \frac{a_{Dt}^F}{DF} = 180 \text{ s}^{-2}$, а смерови си дати на слици

8.11.



Сл. 8.13: Кориолисово убрзање (задачак 8.2)



Сл. 8.12: План убрзања (задачак 8.2)

Задачак 8.3: Одредити кинематичке параметре механизма (сл. 8.14). Дати подаци су:

$$U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}, \omega_2 = 20 \text{ s}^{-1} \text{ и } \varepsilon_2 = 0.$$

Брзина тачке В на погонском члану 2 је:

$$1. v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 2 \text{ m/s}, \vec{v}_B \perp \overline{AB}.$$

Тачка S се добија проширењем везних чланова 3 и 5 те је:

$$2. \vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_C + \vec{v}_S, \text{ где је } \vec{v}_C, \vec{v}_S \perp \overline{SB},$$

$$3. \vec{v}_S = \vec{v}_{D1} + \vec{v}_D + \vec{v}_S, \text{ где је } \vec{v}_{D1}, \vec{v}_S \perp \overline{SD}, v_{D1} = 0.$$

Сада се одређује брзина тачке E (преко које није добијена тачка S) у односу на тачке S и F:

$$4. \vec{v}_E = \vec{v}_S + \vec{v}_E^S, \text{ где је } \vec{v}_E^S \perp \overline{ES},$$

$$5. \vec{v}_E = \vec{v}_F + \vec{v}_E^F, \text{ где је } \vec{v}_E^F \perp \overline{EF}.$$

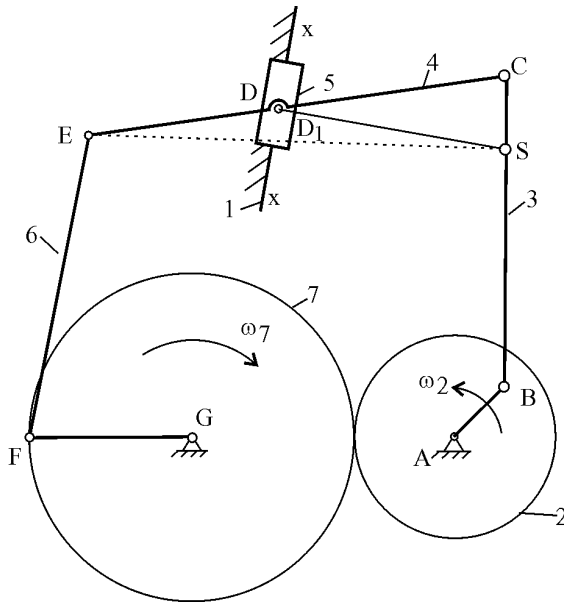
Брзина тачке F се добија из преносног односа чланова 2 и 7: $\frac{\omega_2}{\omega_7} = \frac{R_7}{R_2} \Rightarrow \omega_7 = 12 \text{ s}^{-1}$, те

је $v_F = \overline{GF} \cdot \omega_7 = 2,7 \text{ m/s}$. Брзине осталих тачака су:

6. $\vec{v}_C = \vec{v}_E + \vec{v}_{CE}$, где је $\vec{v}_{CE} \perp \overline{CE}$,

7. $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB}$, где је $\vec{v}_{CB} \perp \overline{CB}$,

8. $\frac{\overline{EC}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{ec}}{\overline{ed}} \Rightarrow \overline{ed} = 1,18 \text{ cm}$.

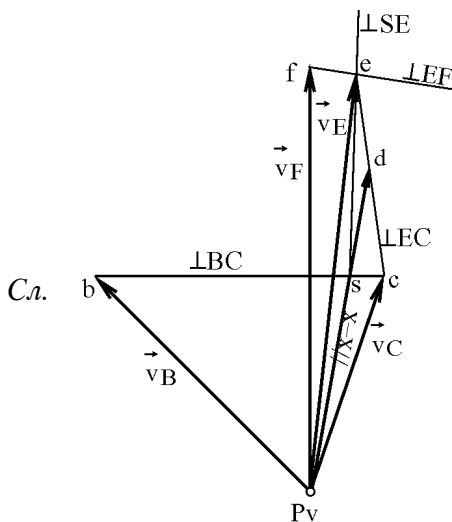


Сл. 8.14: Кинематичка шема механизма (задаћак 8.3)

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређени интензитети (сл. 8.15).

Интензитети угаоних брзина су: $\omega_3 = \frac{v_C^B}{\overline{CB}} = 4,41 \text{ s}^{-1}$, $\omega_4 = \frac{v_C^E}{\overline{CE}} = 2,20 \text{ s}^{-1}$ и

$$\omega_6 = \frac{v_E^F}{\overline{EF}} = 8,69 \text{ s}^{-1}.$$



8.15: План брзина (задаћак 8.3)

9. План убрзања (сл. 8.16) се добија на основу једначина за убрзања која су нацртана у размери $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ cm}}$ од тачке В ка А.

$$10. \vec{a}_S = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{Ct}^B + \vec{a}_{St}^C, \text{ где је: } a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = 8,39 \text{ m/s}^2,$$

$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 40 \text{ m/s}^2$, где је: $\vec{a}_B // \overline{AB}$ у смеру $\vec{a}_{Cn}^B // \overline{CB}$ у смеру од тачке С према В,

$$a_{Sn}^C = \frac{(v_S^C)^2}{SC} = 0,62 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{Sn}^C // \overline{SC} \text{ у смеру од тачке S према C (убрзање } \vec{a}_{Sn}^C \text{ је супротног}$$

смера од убрзања $\vec{a}_{Cn}^B$), $\vec{a}_{Ct}^B$ и $\vec{a}_{St}^C$ су управни на правац BC.

$$11. \vec{a}_S = \vec{a}_{Dl} + \vec{a}_{Sn}^D + \vec{a}_{Dl} + \vec{a}_{St}^D, \text{ где је: } a_{Sn}^D = \frac{(v_S^D)^2}{SD} = 1,48 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{Sn}^D // \overline{SD} \text{ у смеру од тачке}$$

S према D, $\vec{a}_{Dl}$ и $\vec{a}_{St}^D$ су управна на правац SD.

$$12. \vec{a}_E = \vec{a}_S + \vec{a}_{En}^S + \vec{a}_{Et}^S,$$

где је: $a_{En}^S = \frac{(v_E^S)^2}{ES} = 2,91 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{En}^S // \overline{ES}$ у смеру од тачке Е према S и $\vec{a}_{Et}^S \perp \overline{ES}$.

$$13. \vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F,$$

где је: $a_{En}^F = \frac{(v_E^F)^2}{EF} = 0,20 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{En}^F // \overline{EF}$ у смеру од тачке Е према F и $\vec{a}_{Et}^F \perp \overline{EF}$.

$$14. \vec{a}_C = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E,$$

где је: $a_{Cn}^E = \frac{(v_C^E)^2}{CE} = 2,86 \text{ m/s}^2$, $\vec{a}_{Cn}^E // \overline{CE}$ у смеру од тачке С према Е и $\vec{a}_{Ct}^E \perp \overline{CE}$.

$$15. \vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B.$$

Ова једначина је већ нацртана при одређивању тачке S.

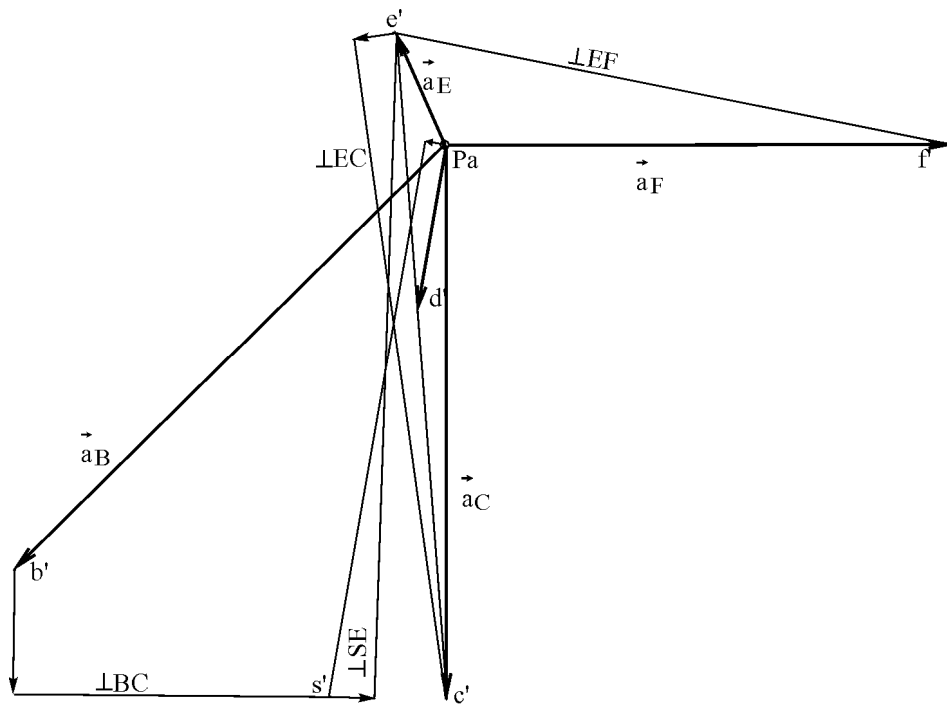
Убрзање тачке D се добија пропорцијом (или преко брзине тачке D_1)

$$16. \frac{\overline{EC}}{\overline{ED}} = \frac{e'c'}{e'd'} \Rightarrow \overline{e'd'} = 2,2 \text{ cm}.$$

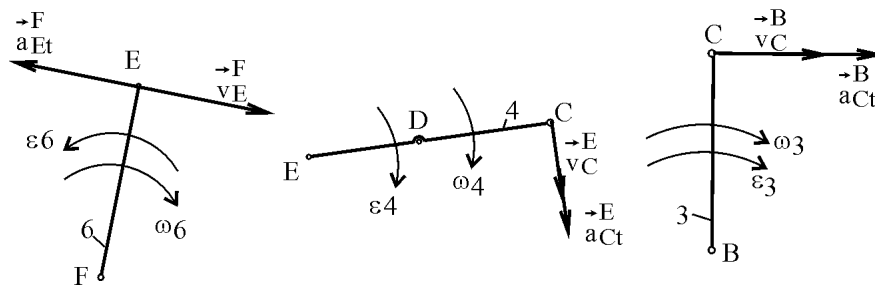
Угаона убрзања су:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{CB} = 18,60 \text{ s}^{-2}, \varepsilon_4 = \frac{a_{Ct}^E}{CE} = 73,72 \text{ s}^{-2} \text{ и } \varepsilon_6 = \frac{a_{Et}^F}{EF} = 86,90 \text{ s}^{-2}, \text{ а смерови су дати на слици сл.}$$

8.17.



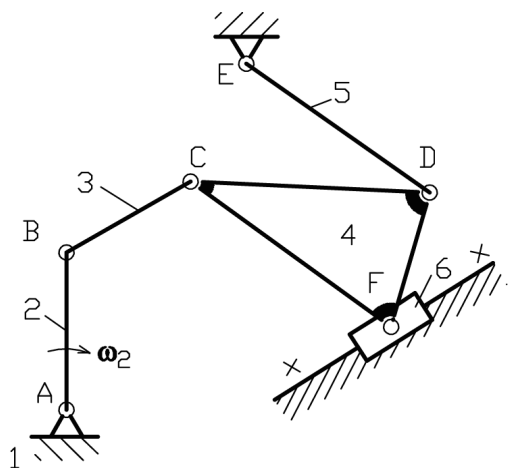
Сл. 8.16: План убрзања (задаћак 8.3)



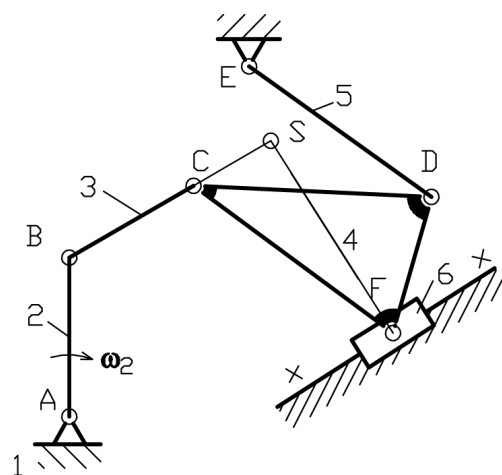
Сл. 8.17: Одређивање смерова угаоних брзина и убрзања (задаћак 8.3)

Задатак 8.4: Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми (сл. 8.18) која нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзине назначних тачака, убрзање тачке D, угаону брзину и угаоно убрзање члана 4. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}$.

За тачке C, D и F могу се написати само по једна једначина на основу које се могу одредити брзине и убрзања. Да би се добиле још по једна једначина, члан 4 треба проширити тачком Асуре S (сл. 8.19).



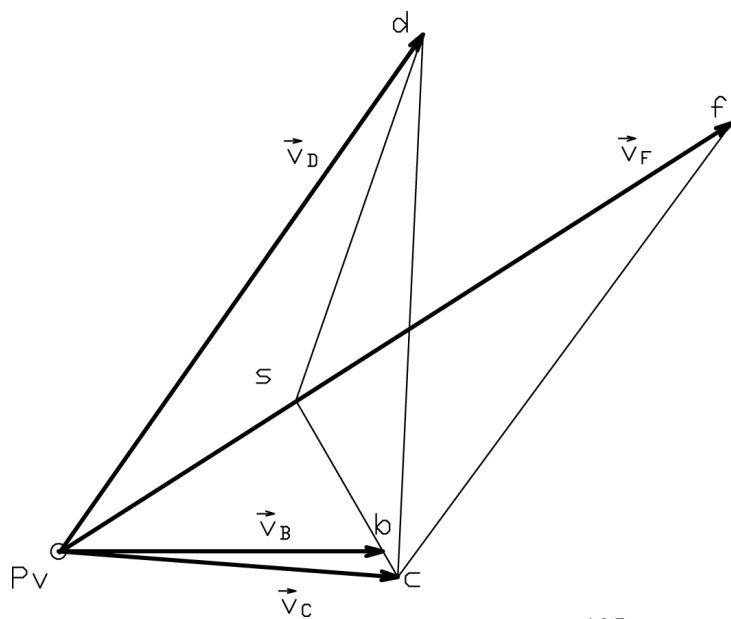
Сл. 8.18: Кинематичка шема механизма
(задаџак 8.4)



Сл. 8.19: Одређивање тачке Асуре
(задаџак 8.4)

Једначине за брзине

1. $v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,20 \cdot 10 = 2 \text{ m/s}$, $\vec{v}_B \perp \overline{BA}$.
2. $\vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B + \vec{v}_S^C$,
3. $\vec{v}_S = \vec{v}_F + \vec{v}_F^S + \vec{v}_S^F$,
4. $\vec{v}_D = \vec{v}_S + \vec{v}_D^S$,
5. $\vec{v}_D = \vec{v}_E + \vec{v}_D^E$,
6. $\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B$, $\vec{v}_C^B \perp \overline{CB}$,
7. $\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D$, $\vec{v}_C^D \perp \overline{CD}$,
8. $\vec{v}_F = \vec{v}_C + \vec{v}_F^C$,
9. $\vec{v}_F \parallel x-x$ (сл. 8.20).



Сл. 8.20: План брзина
(задаџак 8.4)

Интензитети брзина

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 4,2 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 2,1 \text{ m/s},$$

$$v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 7,8 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,9 \text{ m/s},$$

$$v_F = \overline{P_v f} \cdot U_v = 9,85 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 4,92 \text{ m/s},$$

$$v_C^D = \overline{cd} \cdot U_v = 6,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,35 \text{ m/s},$$

$$v_C^B = \overline{cb} \cdot U_v = 0,36 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,18 \text{ m/s},$$

$$v_S^C = \overline{sc} \cdot U_v = 2,414 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,207 \text{ m/s},$$

$$v_S^F = \overline{sf} \cdot U_v = 6,37 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 3,18 \text{ m/s},$$

$$v_D^S = \overline{ds} \cdot U_v = 4,78 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 2,39 \text{ m/s},$$

$$v_D^E = \overline{de} \cdot U_v = 3,9 \text{ m/s}.$$

Угаона брзина

$$\omega_5 = \frac{v_D^E}{DE} = \frac{3,9}{0,27} = 14,44 \text{ s}^{-1}, \text{ а смер је у супротном смеру од обртања казаљке на сату.}$$

Једначине за убрзања

$$10. a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,20 \cdot 10^2 = 20 \text{ m/s}^2, \text{ где је: } \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А.}$$

$$11. \vec{a}_S = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{Ct}^B + \vec{a}_{St}^C,$$

$$a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{0,18^2}{0,18} = 0,18 \text{ m/s}^2, \quad a_{Sn}^C = \frac{(v_S^C)^2}{SC} = \frac{1,207^2}{0,11} = 13,24 \text{ m/s}^2,$$

$$12. \vec{a}_S = \vec{a}_{F1} + \vec{a}_{Sn}^F + \vec{a}_{Ft}^F + \vec{a}_{St}^F, \quad a_{Sn}^F = \frac{(v_S^F)^2}{SF} = \frac{3,18^2}{0,28} = 36,11 \text{ m/s}^2.$$

$$13. \vec{a}_D = \vec{a}_S + \vec{a}_{Dn}^S + \vec{a}_{Dt}^S, \quad a_{Dn}^S = \frac{(v_D^S)^2}{DS} = \frac{2,39^2}{0,21} = 27,2 \text{ m/s}^2,$$

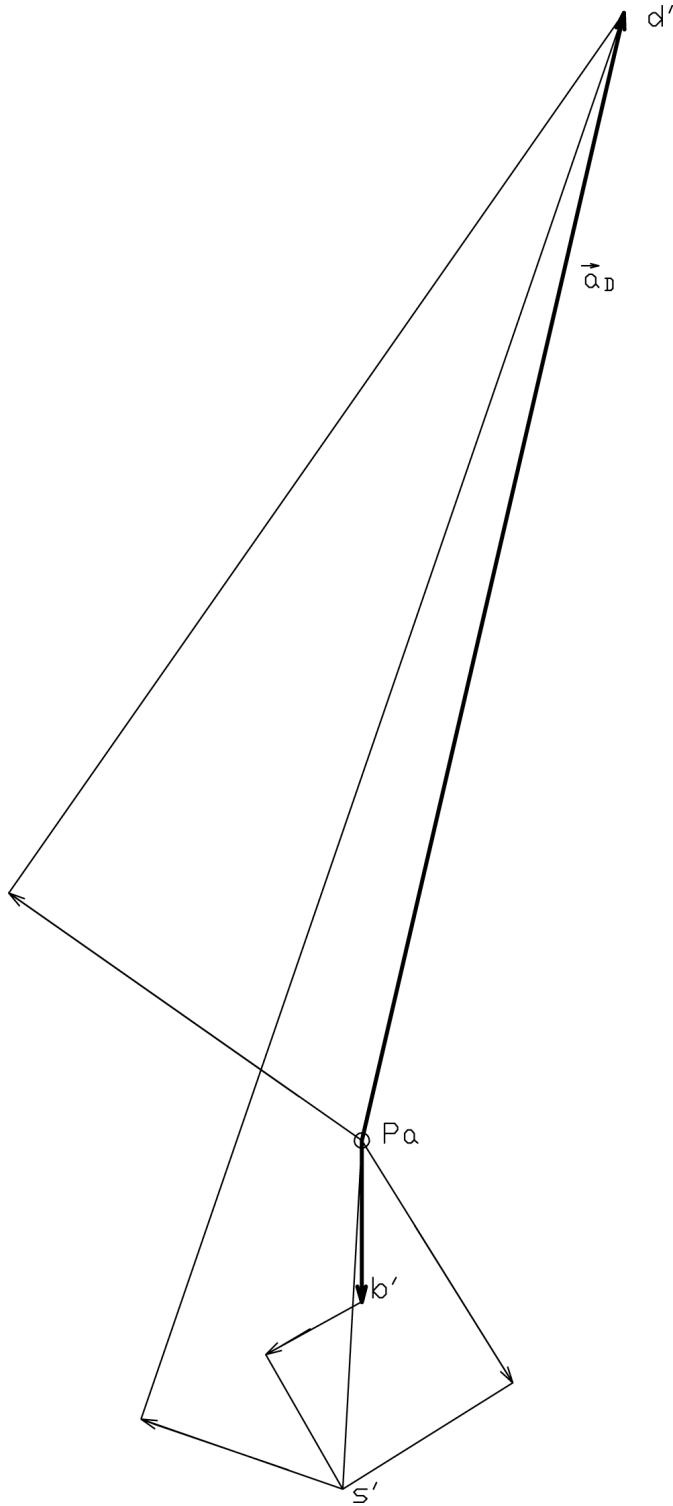
$$14. \vec{a}_D = \vec{a}_E + \vec{a}_{Dn}^E + \vec{a}_{Dt}^E, \quad a_{Dn}^E = \frac{(v_D^E)^2}{DE} = \frac{3,9^2}{0,28} = 54,32 \text{ m/s}^2.$$

Интензитети убрзања

$$a_D = \overline{P_a d} \cdot U_a = 2,72 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}}{3 \text{ cm}} = 9,06 \text{ m/s}^2$$

$$a_{Ct}^E = \overline{P_a f5} \cdot U_a = 2,67 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ m/s}}{3 \text{ cm}} = 8,9 \text{ m/s}^2$$

Угаоно убрзање је $\varepsilon_5 = \frac{a_D^E}{DE} = \frac{136}{0,28} = 485 \text{ s}^{-2}$, а смер је у супротном смеру од смера обртања казаљке на сату.



Сл. 8.16: План убрзања (задаћак 8.4)

9. УВОД У ДИНАМИЧКУ АНАЛИЗУ МЕХАНИЗАМА

Динамичка анализа механизма проучава кретања механизма и узроке тог кретања. Узрок промене стања механизма, било мировања или кретања су силе. Кад кажемо силе, мислимо и на моменте и спрегове сила.

Механизми се крећу под дејством сила и момената (спрегова) сила, те се у динамичкој анализи одређује узајамна зависност сила које делују на механизме и њиховог кретања.

Основни параметри којим се описује динамичко стање механизма су: силе F , моменти сила M , рад A , снага P , енергија E итд. Поред основних параметара динамичко стање се описује и показатељима као што је степен корисности η , динамички коефицијент расподеле оптерећења трактора λ_d итд.

На механизме делују: радне силе, силе тежина чланова механизма, силе трења, инерцијалне силе, силе притисака у кинематичким везама, отпори средине и погонске силе. Силе се могу поделити на спољашње (отпори средине, тежине и погонске силе) и унутрашње (силе трења, инерцијалне силе и силе притисака у кинематичким везама). Према Даламберовом принципу инерцијалне силе се при динамичкој анализи могу сматрати спољашњим силама. Спољашње силе изазивају реакције у механизму, односно изазивају унутрашње силе.

Силе на механизмима можемо поделити на корисне (радна и погонска сила) и некорисне (тежине чланова и отпори средине). Силе трења и инерцијалне силе могу бити и корисне и некорисне, зависно до механизма.

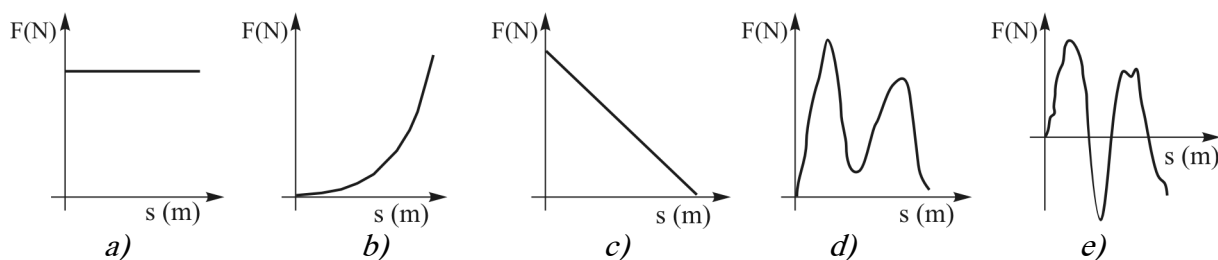
9.1. Радне силе F

Радне или технолошке силе F су оне корисне силе због којих механизми постоје и крећу се. То су отпори које механизам при кретању треба да савлада и да при томе обави неки, нама користан рад. Радне силе могу бити сталне и променљиве зависно од радне улоге механизма (сл. 9.1). Код механизма који су оптерећени непроменљиво (стално), код којих је у току рада механизма радно оптерећење статично, радна сила је константна (под а), ако се занемари период уходавања и заустављања механизма и машине. У периоду уходавања и заустављања оптерећење је увек променљиво, али траје кратко, те се код већине механизма може занемарити.

Механизам пресе за сено на почетку је неоптерећен, а како се накупља биљна маса коју механизам сабија, радни отпор расте, све док се бала не направи, када је отпор максималан и када почиње нови циклус (под б). Подизни механизам са ношеним растурачем минералног ђубрива на почетку рада има највећу радну силу. Избацивањем минералног ђубрива радни отпор се смањује да би на крају био једнак нули (под с). Отпор плуга при орању (под д) је веома променљив због различите структуре и сабијености земљишта, те је променљиво радно оптерећење подизног механизма. Радне силе могу бити променљиве и по смеру деловања, када механизам, на пример нешто гура, а затим вуче (е).

Интензитети радних сила су углавном познати, као и карактер њихове промене. Међутим, код многих механизма пољопривредних машина не могу се увек са сигурношћу предвидети вредности радних отпора, као ни законитости њихове промене. Пољопривредне

машине су у контакту са нехомогеним материјалима: земљиштем, биљном масом, зрнастим производима итд. Земљиште је неуједначене влажности и сабијености на једној истој парцели и у току једног истог прохода. Поред тога, пољопривредне машине у току рада наилазе на непожељна страна тела и примесе (камен, заорани део машине итд.) што изазива променљива ударна оптерећења. Стога можемо сматрати да су механизми пољопривредних машина, углавном оптерећени променљивим радним силама.



Сл. 9.1: Примери промене радних сила у току једног радног циклуса

a) ситиичне, b) променљиве са повећањем, c) променљиве са опадањем, d) једносмерно променљиве, e) наизменично променљиве

9.2. Тежине G

Тежине G су силе које се јављају због маса чланова механизма и утицаја земљине теже. Увек су вертикалне и усмерене ка доле, а интензитети се одређују као производ масе и гравитације: $G = m \cdot g$, где је $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Тежине чланова механизма делују у њиховим средиштима. Тежине су у принципу некорисне силе, које се не могу избећи, већ само смањити. Када је механизам малих габарита, тежине се могу занемарити.

9.3. Силе трења F_t

Силе трења F_t се јављају између делова који се међусобно крећу. У принципу су некорисне силе, које се могу смањити одговарајућим конструктивним обликом делова који се крећу, одговарајућим материјалима и адекватним подмазивањем.

Основне законе о трењу дао је Кулон (Charles Augustin Coulomb, 1736-1806. год.) који гласе:

- отпор трења је колинеаран са брзином али је супротног смера,
- интензитет отпора трења је сразмеран притиску тела на подлогу (управној сили притиска на подлогу) и
- коефицијент трења при клизању μ не зависи од величине додирних површина тела, већ само од врсте материјала, степена храпавости додирних површина и начина подмазивања.

Начин одређивања сила трења зависи од врсте кретања између додирних површина. Када се јавља **трење клизања** (сл. 9.2a) сила трења је једнака:

$$F_t = F_n \cdot \mu, \dots\dots\dots (9.1)$$

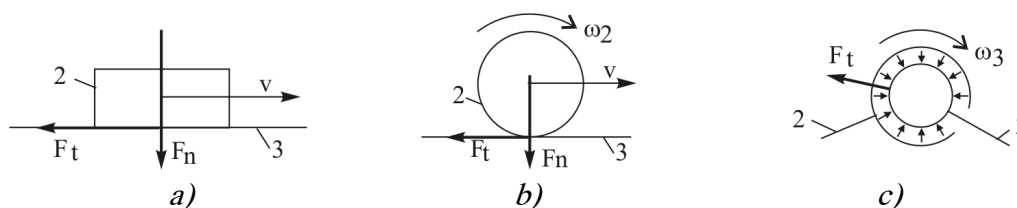
где је $F_n (N)$ – сила која делује нормално (управно) на површину на којој се јавља трење, $\mu (-)$ – коефицијент трења клизања.

Када се јавља **трење котрљања** (сл. 9.2b) сила трења једнака је:

$$F_t = F_n \cdot f, \dots\dots\dots (9.2)$$

где је f (-) – коефицијент трења котрљања, који се одређује експериментално.

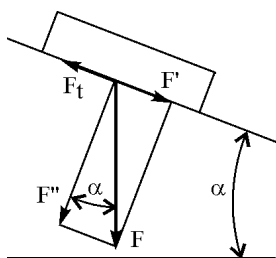
Код кинематичких зглобних парова (сл. 9.2с) јавља се **сложено трење** (клизања и котрљања), а сила трења се одређује експериментално.



Сл. 9.2: Трење клизања

а) клизање, б) котрљање, с) сложено крећање

На вредност коефицијента трења μ утичу многобројни фактори: врста материјала додирних површина, квалитет површинске храповости додирних површина, величина зазора између додирних површина, начин подмазивања, врста мазива и брзина клизања. Вредност коефицијента клизања μ одређује се експериментално на стрмој равни (сл. 9.3).



Сл. 9.3: Коефицијент трења клизања μ

Када је сила трења мања од компоненте F' ($F_t < F'$) тело ће клизити по стрмој равни. За вредност $F_t > F'$ тело ће мировати, а када је $F_t = F'$ тело на стрмој равни ће бити на граници клизања. Према једначини (9.1) имамо да је $F_t = F'' \cdot \mu$, а када је граница клизања ($F_t = F'$) добија се да је $F' = F'' \cdot \mu$, одакле је:

$$\mu = \frac{F'}{F''} = \operatorname{tg} \alpha . \quad (9.3)$$

Значи да коефицијент трења клизања μ представља вредност тангенса угла нагиба стрме равни, када ће тело бити на граници клизања.

При котрљању точка деформише се подлога, те сила трења делује у тачки А (сл. 9.4). Отпор и реакција подлоге је сила F' која делује у тачки А и једнака је спољашњој сили F којом точак делује на подлогу ($F' = F$). Сила трења према једначини (9.2) је $F_t = F'' \cdot f$. Из паралелограма сила, следи да је сила трења $F_t = F' \cdot \sin \alpha$, одакле је:

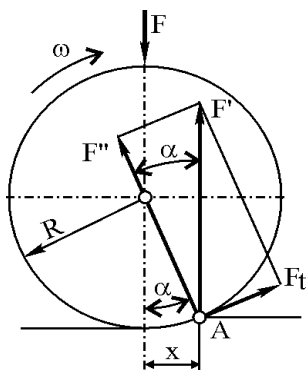
$$f = \frac{F_t}{F''} = \frac{F' \cdot \sin \alpha}{F' \cdot \cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha . \quad (9.4)$$

Вредност параметра x је веома мала у односу на полупречник точка R те се може усвојити да тангенс угла α представља однос параметра x и полупречника R одакле следи да је коефицијент трења котрљања једнак:

$$\operatorname{tg} \alpha = f = \frac{x}{R} . \quad (9.5)$$

Вредност коефицијента трења котрљања је мања од трења клизања ($f < \mu$).

Силе трења су, углавном некорисне и знатан део енергије се користи за њихово савладавање. Међутим, у неким случајевима се намерно изазивају, нпр. код каишних преносника, фриксионих точкова, фриксионих ламеластих спојница итд. где се силом трења преноси обртни момент. Силе трења намерно се изазивају и код кочница где се користе за смањење брзине или заустављање механизма и машине.



Сл. 9.4: Коефицијент трења котрљања f

9.4. Инерцијалне силе F_i

Инерцијалне силе F_i су унутрашње силе које се јављају при појави убрзања. Према Далемберовом принципу могу се сматрати спољашњим силама. При кретању чланова механизма увек се јављају убрзања, па према томе и инерцијалне силе. Према другом Њутновом закону инерцијална сила F_i једнака је производу масе члана и убрзања његовог средишта:

$$\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}, \quad \dots\dots\dots (9.6)$$

где је: m (kg) – маса покретног члана механизма, $\vec{a}(\text{m/s}^2)$ - убрзање средишта покретног члана механизма.

Момент инерцијалне силе је:

$$\vec{M}_i = -J_s \cdot \vec{\varepsilon}, \quad \dots\dots\dots (9.7)$$

где је: J_s ($\text{mm}^2 \cdot \text{kg}$) - аксијални момент инерције средишта покретног члана. $\varepsilon(\text{s}^{-2})$ - угаоно убрзање члана механизма.

Инерцијална сила има исти правац као убрзање средишта, а супротног је смера. Положај нападне тачке инерцијалне силе зависи од тога какво кретање има члан, да ли је: транслаторно, једнолико кружно, променљиво кружно или сложено кретање.

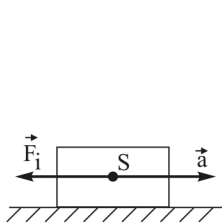
Нападна тачка инерцијалне силе члана са **транслаторним кретањем** је у средишту S (тежишту) члана (сл. 9.5). Правац инерцијалне силе је паралелан са правцем клизања.

Нападна тачка инерцијалне силе члана који има **једнолико кружно кретање** је такође у средишту S члана (сл. 9.6). Овај члан има само нормално убрзање, те је инерцијална сила у правцу члана, а супротног је смера од убрзања средишта.

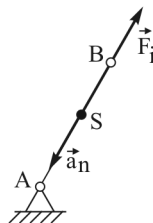
За члан који има **променљиво кружно кретање** (сл. 9.7) нападна тачка се помера из тачке S у тачку K због тангенцијалног убрзања. Из једнакости момената за тачку S добија се:

$$M = F_i \cdot h = J_s \cdot \varepsilon. \quad \dots\dots\dots (9.8)$$

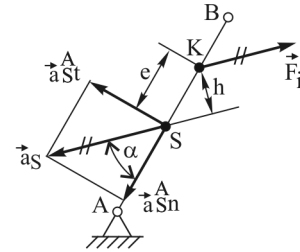
Момент инерције једнак је: $J_S = \rho^2 \cdot m$, где је: ρ (mm) - полупречник момента инерције. Полупречник момента инерције маса ρ зависи само од распореда маса на елементу, а не од његовог кретања, а добија се експерименталним мерењем. Постоји више метода за одређивање полупречника момента инерције, а најједноставнија је метода клатна. Полупречник момента инерције дефинише се у односу на непокретну осу (ослонац A) или у односу на неку од тачака на члану.



Сл. 9.5: Инерцијална сила на клизном члану



Сл. 9.6: Инерцијална сила на члану са једноликим кружним кретањем



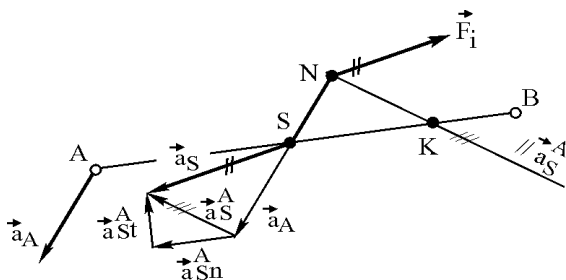
Сл. 9.7: Инерцијална сила на члану са променљивим кружним кретањем

Ако се у једначину (9.8) уведе замена за инерацијалну силу, аксијални момент инерције и угаоно убрзање добија се: $m \cdot a_S \cdot h = \rho^2 \cdot m \cdot \frac{a_{St}^A}{AS}$. Тангенцијално убрзање средишта S се може изразити као: $a_{St}^A = a_S \cdot \sin \alpha$ (сл. 9.7), те претходни израз након сређивања је $h = \frac{\sin \alpha}{AS} \cdot \rho^2$. Растојање e између тачака S и K једнако је: $e = \frac{h}{\sin \alpha}$ које се унесе у претходну једначину и добија да је: $e = \frac{\rho^2}{AS}$. Тада је растојање нападне тачке инерцијалне силе једнако:

$$\overline{AK} = \overline{AS} + \frac{\rho^2}{AS} \quad \dots\dots\dots (9.9)$$

Из једначине (9.9) се може закључити да положај нападне тачке инерцијалне силе (тачке K) не зависи од кретања члана, већ зависи само од распореда маса тога члана. Тачка K се назива Хајгенсовим центром осциловања.

Нападна тачка инерцијалне силе на члану са **сложеним кретањем** (сл. 9.8) је у тачки N која зависи од положаја средишта S, тачке K и убрзања тачака на члану. Тачка N се добија тако што се из средишта члана (тачке S) повуче правац убрзања оне тачке на члану у односу на коју је дефинисан (одређен) полупречник момента инерције ρ . Нека је у овом примеру полупречник момента инерције ρ дефинисан у односу на тачку A.



Сл. 9.8: Инерцијална сила на члану са сложеним кретањем

Из тачке К се повуче правац који спаја врх убрзања тачке А ($\vec{a}_A$) и средишта S (правац убрзања $\vec{a}_S^A$) и где се сече са правцем убрзања тачке А ($\vec{a}_A$) из тачке S добија се нападна тачка (N) инерцијалне силе $\vec{F}_I$. Правац инерцијалне силе је исти као и убрзања средишта $\vec{a}_S$, а супротног смера.

Инерцијалне силе се у току једног радног циклуса мењају по интензитету, правцу и смеру, онако како се мењају убрзања. Углавном су некорисне силе и тежња је да буду што мање. Међутим, понекад се намерно стварају услови да буду веће, јер се користе да обаве наки рад, нпр. за растресање сламе на сламотресу житног комбајна, за сепарацију зрна у тријерима и слично.

9.5. Силе притисака у кинематичким везама $F_{1,2}$

Чланови механизма као и сви други делови у машинама делују једни на друге одређеним притисцима (силама).

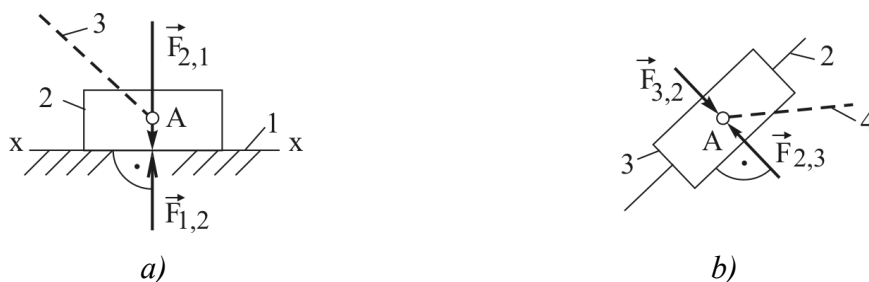
Силе притисака у кинематичким везама $\vec{F}_{1,2}$ зависе од дејства спољашњих сила и врсте кинематичких веза. Према трећем Њутновом закону (закону акције и реакције) спољашње силе изазивају унутрашње, тј. изазивају силе у кинематичким везама. При томе је сила реакције $\vec{F}_2$ иста по нападној тачки, интензитету и нападној линији са силом акције $\vec{F}_1$, а супротног смера од ње, тј. $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Реакције на спољашње силе или силе притисака у кинематичким везама су различите за различите врсте кинематичких веза.

За **транслаторни кинематички пар** који има у тачки А ротациону потенцијалну везу (члан 3) (сл. 9.9а) члан 2 притиска члан 1 са силом $\vec{F}_{2,1}$, а члан 1 делује на члан 2 са силом $\vec{F}_{1,2}$. Ове две силе су управне на правац клизања $\vec{x} - \vec{x}$, делују у средишту члана, у тачки А, исте су по правцу и интензитету, а супротних су смерова, тј.

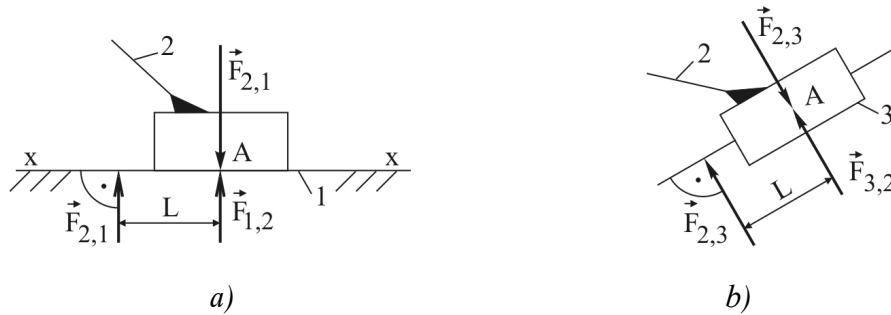
$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}. \quad \dots\dots\dots (9.10)$$

То исто важи и када је члан по коме се клизач клиза покретан (сл. 9.9b). Силе притиска делују у кинематичком зглобу А, управне су на правац клизања и однос је $\vec{F}_{3,2} = -\vec{F}_{2,3}$.



Сл. 9.9: Реакције у *транслаторном кинематичком пару* са *потенцијалном ротационом везом*

За **продужени транслаторни кинематички пар** (сл. 9.10) поред силе притиска у тачки А која је управна на правац клизања $\vec{x} - \vec{x}$, јавља се и момент силе на неком растојању L. Реакција и овој кинематичкој вези изражава се силом $\vec{F}_{2,1} = -\vec{F}_{1,2}$ и моментом силе $M_{2,1} = F_{1,2} \cdot L$. Оваква реакција се јавља и када је члан по коме се врши клизање непокретан (сл. 9.10а) или покретан (сл. 9.10b).



Сл. 9.10: Реакције у продуженом протисном кинематичком пару

За **ротациони равански кинематички пар** (сл. 9.11) сила притиска у кинематичкој тачки В делује у равни, а остали параметри силе зависе од спољашњег оптерећења. Ако се растави овај пар на чланове 2 и 3, тада се добија да је сила у тачки В једнака $\vec{F}_{3,2} = -\vec{F}_{2,3}$. Који правац и смер има сила $\vec{F}_{3,2}$ зависи од спољашњег оптерећења.

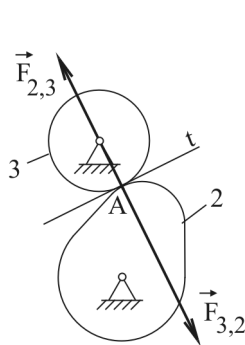


Сл. 9.11: Силе притиска у раванском ротационом кинематичком пару

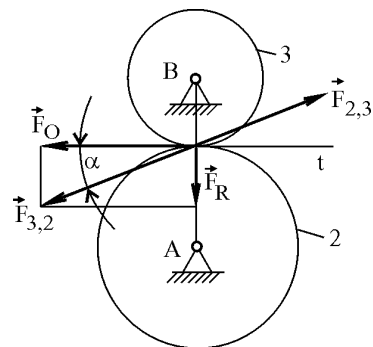
За **брагасти кинематички пар** (сл. 9.12) правац силе притиска је управан на тангенту у додирној тачки између два члана, а силе су једнаке $\vec{F}_{3,2} = -\vec{F}_{2,3}$.

Код цилиндричних зупчаника са правим зупцима резултанта обимне и радијалне силе делује под углом додирнице α у односу на тангенту додирних кружница t , где имамо да је $\vec{F}_{2,3} = -\vec{F}_{3,2}$ (сл. 9.13).

У општем случају, може се рећи када су додирне површине неке криве, силе притисака су управне на тангенте на те површине.



Сл. 9.12: Силе притиска између брагастог кинематичког пара



Сл. 9.13: Силе притисака између зупчастог кинематичког пара

9.6. Отпори средине F_o

Силе услед отпора средине зависе од брзине, облика члана (тела) који се креће и од средине у којој се тело креће. Ако се механизам креће у ваздушном простору силе отпора се

могу занемарити. Међутим, ако се креће у некој средини са флуидом или у сличној средини, тада се силе отпора не могу занемарити. У том случају силе отпора средине одређују се експериментално.

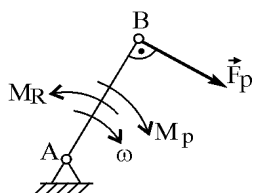
9.7. Погонска сила F_p

Погонска сила F_p је она сила која се доводи на погонски члан и која покреће све остале чланове да обављају неки рад. Погонска сила F_p треба да савлада све остале силе на механизму (радне силе, тежине, силе трења, отпоре средине и инерцијалне силе). Правац погонске силе зависи од тога како се креће погонски члан. Технички је најпогодније да погонски члан буде онај који има једнолико ротационо кретање, затим онај члан који има транслаторно кретање, па тек онда онај члан који има сложено кретање.

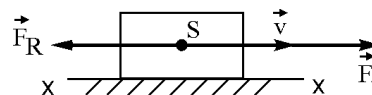
Када погонски члан има једнолико кружно кретање (сл. 9.14), правац погонске силе је управан на погонски члан ($F_p \perp AB$) а смер је у смеру угаоне брзине погонског члана ω . На основу погонске силе одређује се погонски обртни момент $M_p = F_p \cdot AB$ и погонска снага $P_p = M_p \cdot \omega$. Смер погонског обртног момента треба да је супротан од смера радног момента M_R који треба да се савлада (уравнотежи).

У случају да је погонски члан са транслаторним кретањем (клипни механизам мотора SUS) тада је правац погонске силе паралелан са правцем клизања (сл. 9.15). Погонска сила треба да је већа или једнака радној сили ($\vec{F}_p \geq \vec{F}_R$), а погонска снага је $P_p = F_p \cdot v$, где је v брзина кретања клипа.

Погонска сила као и погонска снага могу бити константне вредности (погонско вратило електромотора) или променљиве (клип мотора SUS).



Сл. 9.14: Погонска сила на ротационом погонском члану



Сл. 9.15: Погонска снага на транслаторном погонском члану

9.8. Задаци динамичке анализе механизма

Основни задаци динамичке анализе механизма су:

- Одређивање параметара кретања (брзине, убрзања) ако су познате силе које делују на механизам или дефинисање динамичких једначина кретања механизма;
- Одређивање потребне погонске силе ако су познати параметри кретања (брзине, убрзања) и силе које на њега делују и
- Уравнотежење инерцијалних сила механизма.

10. ПОДИЗНИ МЕХАНИЗАМ ТРАКТОРА (Механизам за прикључивање оруђа на трактор)

У пољопривредној производњи трактор се користи у агрегату с прикључним оруђима и машинама. Спајање трактора са прикључним оруђем обавља се помоћу подизног механизма трактора. Постоје четири различита начина прикључивања оруђа позади на трактор и то у: једној, две, три или у четири тачке. Оруђа која се за трактор прикључују у једној тачки називају се вучена, у две тачке полуношена, у три тачке ношена, а у четири тачке круто прикључена оруђа.

Који ће се начин прикључивања користити зависи од врсте оруђа, вучног отпора, начина регулације режима рада оруђа, масе оруђа итд. Широку примену имају ношена оруђа због низа предности над вученим и полуношеним, као што су: једноставнији транспорт, мања маса оруђа, једноставније конструкције, боље маневарске способности тракторског агрегата, мања потрошња горива, квалитетнија обрада на крајевима загона и брже кретање тракторског агрегата на крајевима загона.

Подизни механизам трактора у кинематичком и динамичком смислу највише захтева треба да испуни када је агрегатиран са ношеним оруђем, те ће се у даљој анализи посматрати у агрегату с ношеним оруђем.

10.1. Структурна анализа и намена

Подизни механизам трактора смештен је позади трактора, међутим може бити испред и са бочних страна трактора. Подизни механизам трактора може бити: механички, електрични, пнеуматски, хидраулички и комбиновани. На тракторима, који се серијски производе, користи се комбиновани хидрауличко механички подизни механизам.

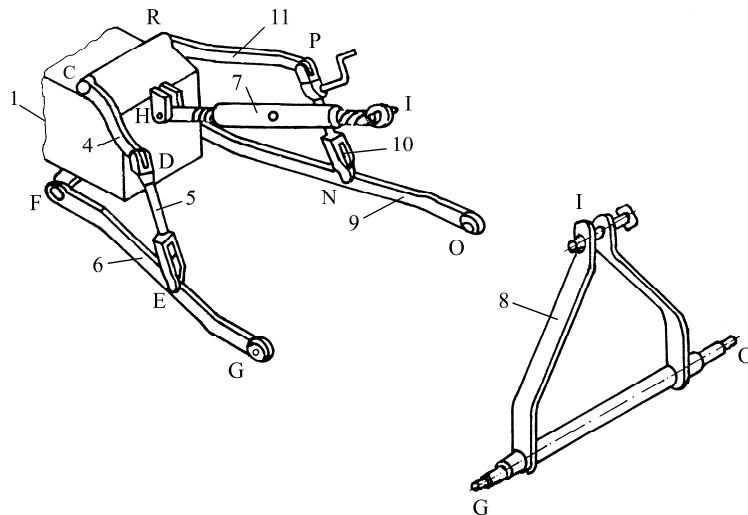
Од начина прикључивања оруђа на трактор зависи рад тракторског агрегата (трактор + оруђе), односно зависе следећи показатељи рада:

- одржавање задатог режима рада оруђа (радне брзине, дубине рада, радног захвата, отпора земљишта итд.);
- квалитет извођења агротехничких операција (квалитет орања, степен заоравања биљне масе, степен уситњености земљишта, уједначеност сетве по дубини, ширини и размаку у реду итд.);
- век трајања трактора и прикључног оруђа;
- поузданост тракторског агрегата;
- укупан степен корисности трактора;
- економичност извођења агротехничких операција;
- могућност прикључивања са оруђима различитих произвођача;
- једноставност и комфорност при прикључивању оруђа на трактор итд.

Велики део енергије мотора трактора користи се преко подизног механизма. Према општим проценама то је и до 50%, а када се користе и хидраулички изводи за спољашње

потрошаче, онда је тај проценат и већи. Из наведеног се види колико је важно правилно прикључити оруђе на трактор.

Подизни механизам трактора је саставни део хидрауличног система за прикључивање оруђа на трактор (сл. 10.1). Подизни механизам се састоји из два иста четворополужна механизма: први образују чланови 1, 4, 5 и 6, а други 1, 9, 10 и 11. Када је на трактор прикључено оруђе, тј. када је подизни механизам у функцији, прикључни троугао оруђа је спољашњи члан 8 и он је у структурном, кинематичком и динамичком смислу саставни део подизног механизма трактора. Прикључни троугао 8 спаја се са члановима 6, 7 и 9.



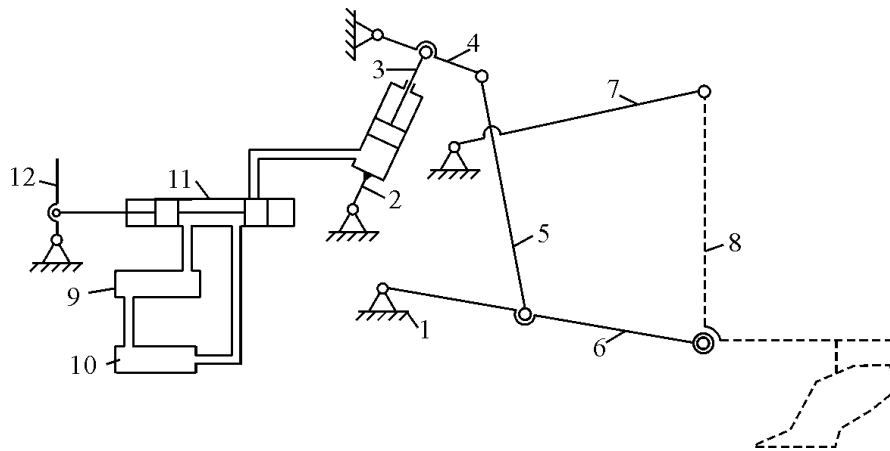
Сл. 10.1: Скица подизног механизма трактора

Погонски чланови подизног механизма су хидраулички цилиндар 2 и клип 3 (сл. 10.2). Подизни механизам трактора функционише тако што се командном ручицом (12) помера клип разводника (11) у положај да уље под притиском од пумпе (10) пролази до цилиндра (2), помера клип (3) на горе, услед чега се подиже раме (4) на горе и тако подиже прикључно оруђе. Када се помоћу ручице (12) помери клип разводника у крајњи леви положај, уље из пумпе се враћа назад у резервоар (9), а раме (4) заједно са прикључним оруђем услед сопствене тежине спушта се доле. При томе се уље из цилиндра (2) потискује у разводник и резервоар.

Подизни систем има задатак да аутоматски регулише задату дубину обраде, (задати положај), задати отпор прикључне машине или истовремено и задату дубину (положај) и задати отпор. На сл. 10.3 показан је хидраулички систем за прикључивање оруђа за трактор, код којег се истовремено може регулисати положај и сила отпора прикључног оруђа.

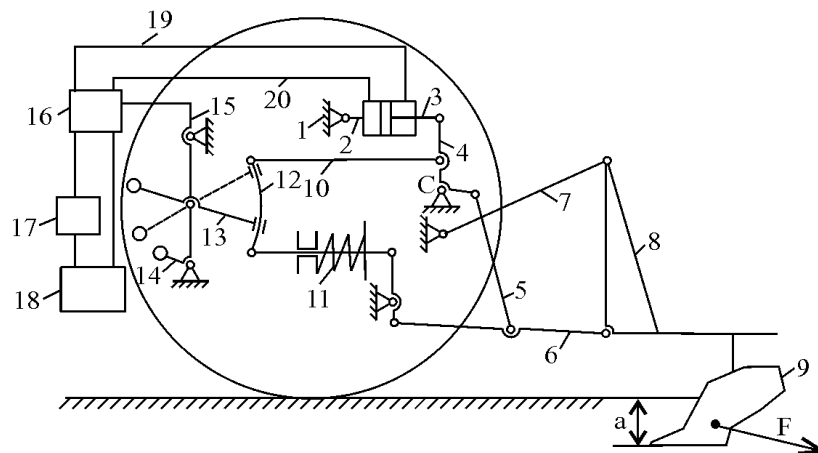
Померањем селектора (13) на доле или на горе одређује се процентуално учешће даваца у систему аутоматске регулације. Ако се селектор (13) налази у положају датом испрекиданом линијом, аутоматски ће се регулисати само положај (дубина) орања, док ће сила отпора бити променљива зависно од сабијености земљишта. Ако се селектор (13) налази у положају датом пуном линијом, аутоматски ће се регулисати само сила отпора, док ће дубина бити променљива. Свака промена, било положаја било отпора, утиче на сабијање или растерећење опруге (давача 11), што изазива померање полуга (15), (10) и (4) и до померања клипа (3), што све заједно доводи до подизања или спуштања полуга на којима се налази прикључна машина. У случају да дође до повећаног отпора (силе F) опруга (11) ће се сабити, полуга (10) заротирати, а полуга (4) померити у леву страну. На тај начин ће се полуга (4)

заротирати око ослоња С у леву страну и доћи ће до подизања полуа (6), (7) и (8) и до издизања плуга, а тиме и до смањења отпора земљишта.



Сл. 10.2: Функционална шема подизног система трактора

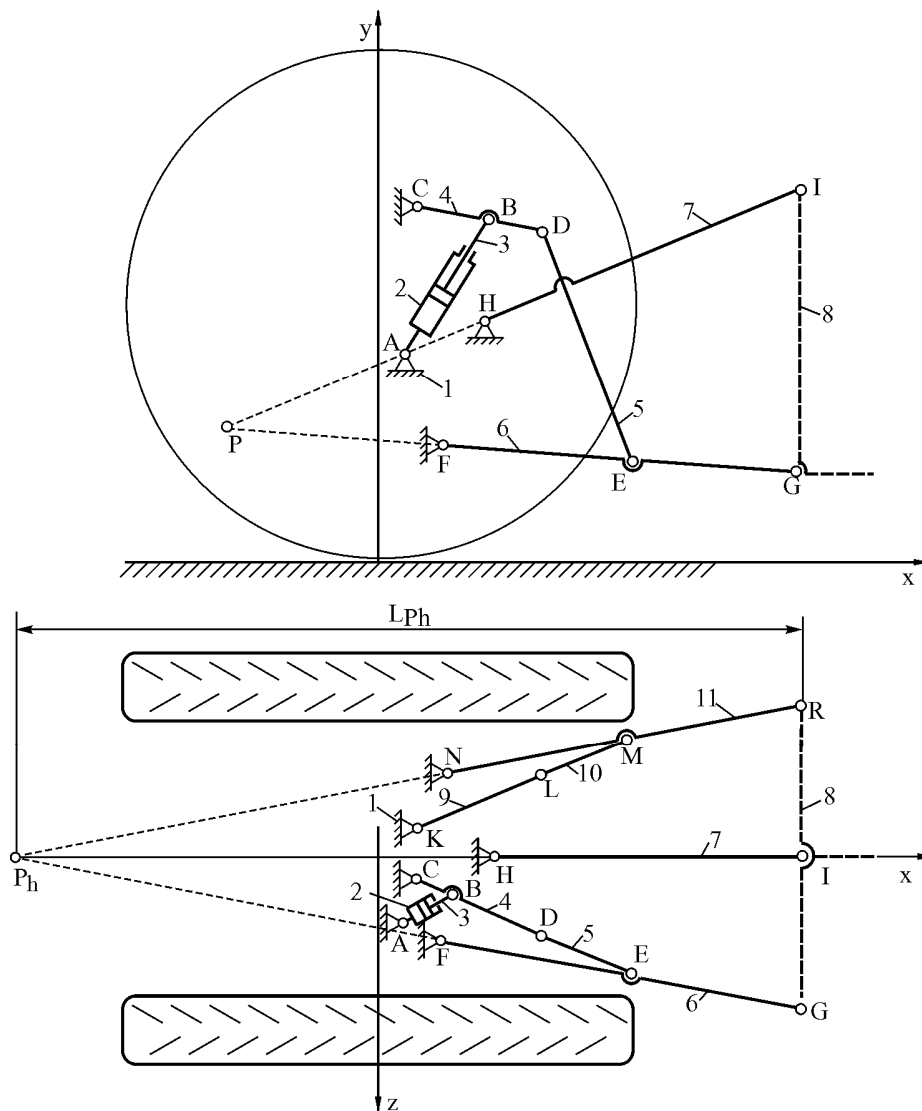
1. релативно непокретан члан, 2. хидраулички цилиндар, 3. клиј, 4. раме, 5. подизна полуа, 6. доња полуа, 7. горња полуа, 8. спољашњи члан (прикључни проуао оруа), 9. резервоар уља, 10. пумпа, 11. разводник, 12. командна ручица¹



Сл. 10.3: Кинематичка шема хидрауличног система за прикључивање оруа на трактор

1. релативно непокретни члан, 2. хидраулички цилиндар, 3. хидраулички клиј, 4. раме, 5. подизна полуа, 6. доња полуа, 7. горња полуа, 8. прикључни проуао полуа, 9. плужно тело, 10. регулациона полуа, 11. Оруа - давач регулације силе оштора, 12. селекторска полуа, 13. селектор, 14. командна ручица за аутоматску регулацију, 15. полуа, 16. разводник, 17. пумпа, 18. резервоар уља, 19, 20. хидраулички водови

¹ Термини су дефинисани стандардом SRPS.M.11.012 (Уређај за прикључивање оруа на трактор). У литератури, као и у пракси користе се и други термини.



Сл. 10.5: Кинематичка шема подизног механизма трактора – просторни механизам

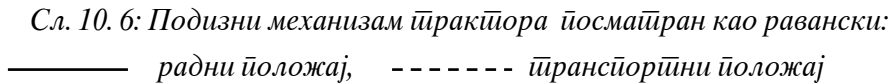
10.2. Степен слободе кретања

Када се подизни механизам трактора посматра као равански, има укупно 8 чланова (7 чланова на трактору и један спољашњи на прикључној машини). Састоји се из укупно 10 кинематичких парова (1,2; 2,3; 3,4; 4,1; 4,5; 5,6; 6,1; 6,8; 8,7; 7,1). Од тога су сви кинематички парови ротациони изузев пара 2 и 3 који је транслаторни.

Сви кинематички парови имају један степен слободе кретања (првог су реда), а степен слободе кретања механизма једнак је:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(8-1) - 2 \cdot 10 - 0 = 1.$$

Значи, да овај механизам треба да има један погонски члан, па да се сви остали чланови крећу по унапред одређеној законитости која зависи од геометријских величина и од кретања погонског пара 2 и 3. Детаљнија анализа степена слободе кретања подизног механизма трактора дата је у поглављу 3.


$$\begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = \vec{c}; \quad \overrightarrow{CD} = \vec{d}; \quad \overrightarrow{CB} = \vec{e}; \quad \overrightarrow{BD} = \vec{f}; \quad \overrightarrow{AC} = \vec{g}; \quad \overrightarrow{DE} = \vec{i}; \quad \overrightarrow{FG} = \vec{j}; \quad \overrightarrow{FE} = \vec{k}; \quad \overrightarrow{EG} = \vec{n}; \quad \overrightarrow{FH} = \vec{r}; \\ \overrightarrow{GI} = \vec{s}; \quad \overrightarrow{HI} = \vec{u}; \quad \overrightarrow{GL} = \vec{v}; \quad \overrightarrow{GJ} = \vec{q}; \quad \overrightarrow{LJ} = \vec{w} \text{ i } \overrightarrow{GH} = \vec{z}. \end{array}$$

Погонска група састоји се из планова 1, 2, 3 и 4 (сл. 10.7). Усваја се да су познате

$\rightarrow$ $\rightarrow$ $\rightarrow$

$$\beta = \arcsin \frac{c^2 - g^2 - e^2}{2 \cdot g \cdot e} \dots\dots\dots (10.1)$$

121

$$x_D = x_C + d \cdot \cos \beta, \quad y_D = y_C \mp d \cdot \sin \beta \quad \text{и}$$

$$x_B = x_C + e \cdot \cos \beta, \quad y_B = y_C \mp e \cdot \sin \beta \quad \dots\dots\dots (10.2)$$

Предзнак $\mp$ користи се зависно до тога да ли је члан 4 усмерен на доле или на горе.

Подизна кинематичка група

Подизна група се састоји из подизне и доње полуге (чланова 5 и 6), слика 10.8. Положај ослоне тачке доње полуге (тачке F) је одређен категоријом трактора и углавном је непроменљив, а тачка D је већ дефинисана у погонској групи. Доњи гранични положај доње полуге (члана 6) одређен је максималном дужином обраде а (сл. 10.6), а горњи гранични положај одређен је висином дизања. Положај члана 6 дефинисан је углом γ који се усваја. Кинематичке тачке ове групе дефинисане су једначинама:

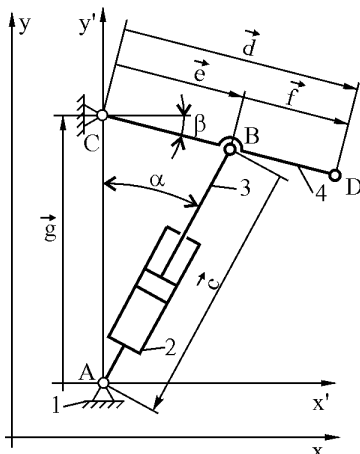
$$\begin{aligned} x_G &= x_F + j \cdot \cos \gamma, & y_G &= y_F \mp j \cdot \sin \gamma \quad \text{и} \\ x_E &= x_F + k \cdot \cos \gamma, & y_E &= y_F \mp k \cdot \sin \gamma \quad \dots\dots\dots (10.3) \end{aligned}$$

Потребна дужина подизног члана 5 и његов положај одређује се према:

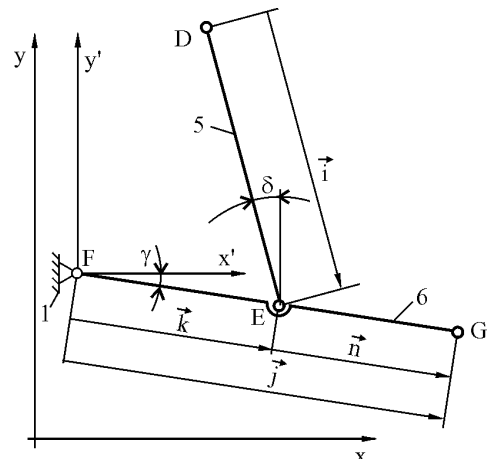
$$i = \sqrt{(x_E - x_D)^2 + (y_D - y_E)^2} \quad \text{и} \quad \delta = \arctg \frac{x_E - x_D}{y_D - y_E} \quad \dots\dots\dots (10.4)$$

Прикључна кинематичка група

Прикључна кинематичка група састоји се из чланова 1, 6, 7 и 8 и дефинисана је параметрима са сл. 10.9. Координате ослоне тачке горње полуге 7 (тачке H) и висина прикључног троугла (параметар s) одређене су категоријом трактора и прикључног оруђа. Када је подизни механизам у доњем радном положају прикључни троугао 8 треба да је у вертикалном положају. Дужине чланова, њихов положај и остали параметри одређени су једначинама:



Сл. 10.7: Погонска кинематичка група



Сл. 10.8: Подизна кинематичка група

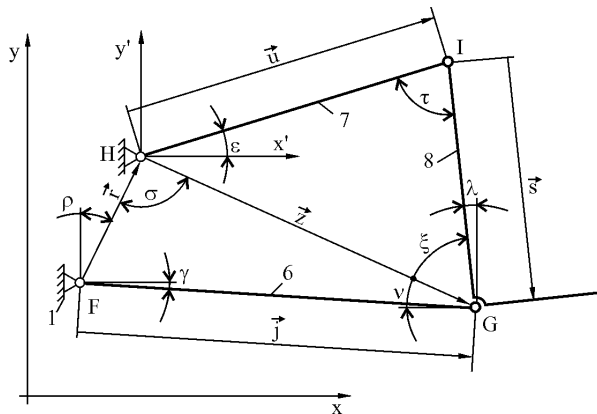
$$r = \sqrt{(x_H - x_F)^2 + (y_H - y_F)^2}, \quad \rho = \arctg \frac{x_H - x_F}{y_H - y_F} \quad \dots\dots\dots (10.5)$$

$$z = \sqrt{(x_G - x_H)^2 + (y_H - y_G)^2}, \quad \sigma = \arccos \frac{r^2 + z^2 - j^2}{2 \cdot r \cdot z} \quad \dots\dots\dots (10.6)$$

$$v = \arccos \frac{z^2 + j^2 - r^2}{2 \cdot z \cdot j}, \quad x_I = x_G, \quad y_I = y_G + s \quad (\text{у раду члан 8 је вертикалан}), \dots (10.7)$$

$$\varepsilon = \arctg \frac{y_I - y_H}{x_I - x_H}, \quad u = \sqrt{(x_I - x_H)^2 + (y_I - y_H)^2}, \dots (10.8)$$

$$\tau = \arcsin \frac{z \sin(90^\circ - \sigma + \rho + \varepsilon)}{s}, \quad \xi = 90^\circ + \sigma - \tau - \rho - \varepsilon. \dots (10.9)$$



Сл. 10.9: Прикључна кинематичка група

Координате центра отпора, тачке J у доњем радном положају одређују се зависно од центра отпора који зависи од величине и врсте оруђа, те је:

$$x_J = x_G + v \quad \text{и} \quad y_J = y_G - w. \dots (10.10)$$

Поред наведених услова подизни механизам трактора треба да има коефицијент структуре θ већи од један:

$$\theta = \frac{y_I - y_G}{y_H - y_F} > 1. \dots (10.11)$$

Напред наведене једначине потпуно и једнозначно дефинишу подизни механизам трактора у доњем радном положају.

При кретању механизма из доњег радног у горњи транспортни положај координате ослоних тачака A, C, F и H остају константне као и дужине чланова 4, 5, 6, 7 и 8, док је независно променљива дужина члана 3, односно параметар s. Из тог разлога координате тачака E, G и I, као и одговарајући углови положаја чланова 5, 6, 7 и 8 у току подизања, одређују се на основу истих релација, а према оспегу вредности: хода клипа (параметра s), висине дизања доње полуге 6, (параметра γ), висине прикључног троугла (параметра s) и положаја ослоне тачке горње полуге (параметра y_H).

10.4. Показатељи рада подизног механизма

Кинематички и динамички показатељи рада подизног механизма, којим се описује рад механизма, функција у склопу тракторског агрегата и квалитет рада су:

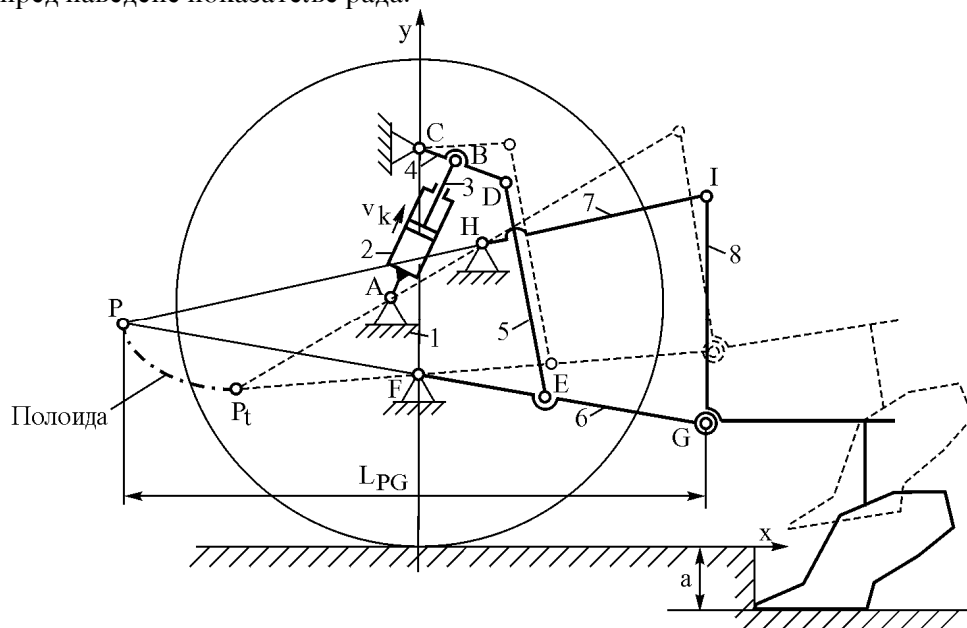
- тренутни пол обртања,
- брзине прикључних тачака при промени положаја механизма по висини,
- преносни однос подизног механизма,

- уздушна стабилност тракторског агрегата,
- момент понирања,
- сила дизања,
- способност понирања радних органа у земљиште и
- стабилност одржавања задате дубине рада.

10.5. Тренутни пол обртања

Тренутни пол обртања представља тачку око које ротирају чланови подизне кинематичке групе (чланови 6, 11 и 7, сл. 10.5 и 10.10) и тачку око које ротира прикључна машина (члан 8) при промени положаја подизног механизма по висини. Тренутни пол обртања је одређен положајем у вертикалној (тачка Р) и хоризонталној равни (тачка Р_h, сл. 10.5).

Тренутни пол обртања у вертикалној равни добија се у пресеку окренутих брзина доње и горње прикључне тачке (G и I) за 90°, односно у пресеку праваца доње и горње полуге. У току рада подизни механизам мења свој положај по висини, те се мења и положај тренутног пола обртања, односно тачке Р. Геометријско место тачака тренутног пола у току једног радног циклуса назива се полоида. Положај тренутног пола, односно положај полоиде утиче на све напред наведене показатеље рада.



Сл. 10.10: Параметри подизног механизма и тракторског агрегата

Координате тренутног пола добијају се из две једначине праве кроз три тачке Р, Н, I и кроз тачке Р, F, G тј. на основу следећих једначина:

$$\frac{x_P - x_F}{x_G - x_F} = \frac{y_P - y_F}{y_G - y_F} \quad \text{и} \quad \frac{x_P - x_H}{x_I - x_H} = \frac{y_P - y_H}{y_I - y_H} \quad (10.12)$$

Решењем једначина (10.12) по x_P и y_P добија се:

$$x_P = \frac{(x_I - x_H)(y_F \cdot x_G - y_G \cdot x_F - y_H(x_G - x_F)) + x_H(y_I - y_H)(x_G - x_F)}{(y_I - y_H)(x_G - x_F) - (y_G - y_F)(x_I - x_H)},$$

$$y_P = \frac{x_P(y_G - y_F) + y_F \cdot x_G - x_F \cdot y_G}{x_G - x_F} \quad (10.13)$$

О утицају положаја тренутног пола обртања у вертикалној и хоризонталној равни на показатеље рада прикључне машине и тракторског агрегата биће речи у даљем тексту.

10.6. Кинематички параметри подизног механизма

Аналитичка метода

За аналитичко одређивање брзина тачака и угаоних брзина чланова подизног механизма погодна је векторска анализа, обзиром да је геометријске параметре најједноставније дефинисати координатама кинематичких тачака.

Из услова да је брзина ослоне тачке рамена (тачке С) (сл. 10.11) једнака:

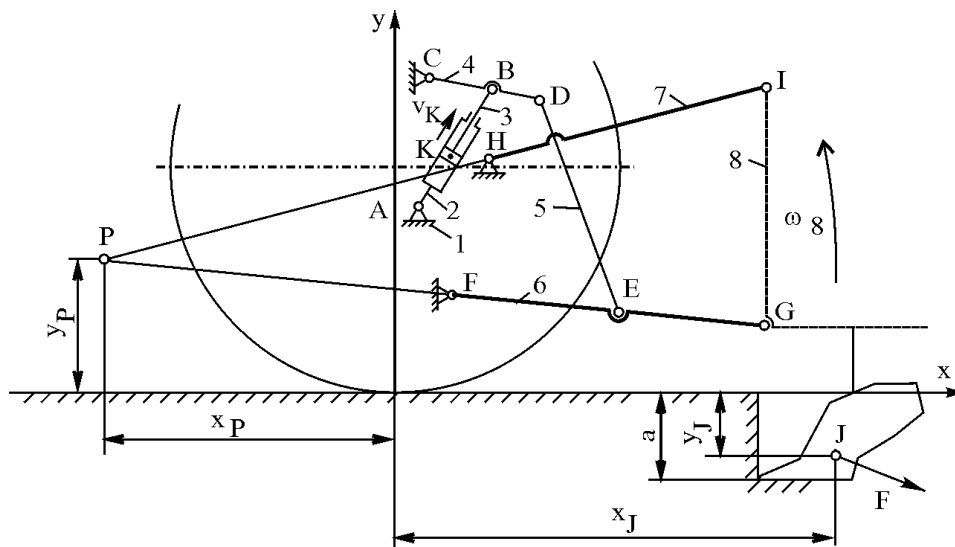
$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_C^B; \text{ како је } \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A + \vec{V}_K, \text{ а } \vec{V}_A = 0 \text{ и } \vec{V}_C = 0 \text{ следи да је}$$

$$\vec{V}_B^A + \vec{V}_K + \vec{V}_C^B = 0. \quad (10.14)$$

Интензитет брзине $\vec{V}_B^A$ је $V_B^A = \omega_2 \cdot \overline{BA}$, правац је управан на правац $\overline{AB}$, а смер у смеру угаоне брзине ω_2 . Интензитет брзине $\vec{V}_C^B$ је $V_C^B = \omega_4 \cdot \overline{CB}$, правац је управан на правац $\overline{CB}$, а смер у смеру угаоне брзине ω_4 . Заменом ових релација у једначину (10.14) добија се:

$$\omega_2 \cdot \overline{AB}^* + \vec{V}_K + \omega_4 \cdot \overline{CB}^* = 0, \quad (10.15)$$

где је: v_K - брзина кретања клипа у односу на цилиндар и ова вредност је позната ($v_K = \frac{d\overline{AB}}{dt}$). Звезда у експоненту значи да је дати вектор управан на истоимену дуж, односно $\overline{AB}^* \perp \overline{AB}$, $\overline{CB}^* \perp \overline{CB}$ итд.



Сл. 10.11: Одређивање брзина кинематичких тачака

Ако се једначина (10.15) скаларно помножи са вектором $\overrightarrow{BC}$, а брзина $\vec{V}_K$ представи као $\vec{V}_K = \frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{\overline{AB}}{AB}$, добија се:

$$\omega_2 \cdot (\overline{AB}^* \cdot \overrightarrow{BC}) + \frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{1}{AB} \overline{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \omega_4 \cdot (\overline{CB}^* \cdot \overrightarrow{BC}) = 0. \quad (10.16)$$

Како је $\overline{CB}^* \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ из претходне једначине следи да је:

$$\omega_2 = \frac{-\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{1}{AB} \overline{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{\overline{AB}^* \cdot \overrightarrow{BC}} \quad \text{или изражено преко координата}$$

$$\omega_2 = -\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{1}{AB} \cdot \frac{(x_B - x_A)(x_C - x_B) + (y_B - y_A)(y_C - y_B)}{(x_B - x_A)(y_C - y_B) - (y_B - y_A)(x_C - x_B)}. \quad (10.17)$$

Угаоне брзине чланова 3 и 2 су исте, односно, $\omega_3 = \omega_2$. На сличан начин добија се и угаона брзина члана 4, ако се једначина (10.15) помножи скаларно са вектором $\overrightarrow{AB}$, како би се елиминисала ω_2 .

$$\omega_4 = \frac{-\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{1}{AB} \overline{AB} \cdot \overrightarrow{AB}}{\overline{CB}^* \cdot \overrightarrow{AB}} \quad \text{или изражено преко координата}$$

$$\omega_4 = -\frac{d\overline{AB}}{dt} \cdot \frac{\overline{AB}}{(x_C - x_B)(y_B - y_A) - (y_C - y_B)(x_B - x_A)}. \quad (10.18)$$

Аналогно овом поступку добијају се једначине за угаоне брзине и за остале чланове подизног механизма (сл.10.11):

$$\omega_5 = -\omega_4 \frac{(x_D - x_C)(y_E - y_F) - (y_D - y_C)(x_E - x_F)}{(x_E - x_D)(y_E - y_F) - (y_E - y_D)(x_E - x_F)}, \quad (10.19)$$

$$\omega_6 = -\omega_4 \frac{(x_D - x_C)(y_E - y_D) - (y_D - y_C)(x_E - x_D)}{(x_E - x_F)(y_E - y_D) - (y_E - y_F)(x_E - x_D)}, \quad (10.20)$$

$$\omega_7 = -\omega_6 \frac{(x_G - x_F)(y_I - y_G) - (y_G - y_F)(x_I - x_G)}{(x_I - x_H)(y_I - y_G) - (y_I - y_H)(x_I - x_G)}, \quad (10.21)$$

$$\omega_8 = -\omega_6 \frac{(x_G - x_F)(y_I - y_H) - (y_G - y_F)(x_I - x_H)}{(x_I - x_G)(y_I - y_H) - (y_I - y_G)(x_I - x_H)}. \quad (10.22)$$

Обимне брзине тачака G и J су:

$\vec{V}_G = \omega_8 \cdot \overrightarrow{PG}^*$ и $\vec{V}_J = \omega_8 \cdot \overrightarrow{PJ}^*$, а њихове пројекције на осу Усу:

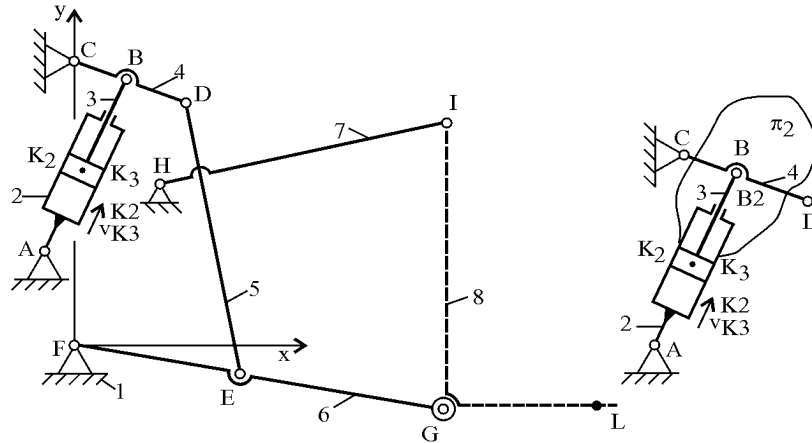
$$V_{Gy} = \omega_8 \cdot PG_x = \omega_8 \cdot (x_G + |x_P|), \quad (10.23)$$

$$V_{Jy} = \omega_8 \cdot PJ_x = \omega_8 \cdot (x_J + |x_P|). \quad (10.24)$$

Графоаналитичка метода

Задатак 10.1: Геометријске вредности параметара подизног механизма (сл. 10.11) су: $\overline{AB} = 0,5 \text{ m}$, $\overline{CB} = 0,16 \text{ m}$, $\overline{CD} = 0,32 \text{ m}$, $y_A = 0,24 \text{ m}$, $x_A = -0,1 \text{ m}$, $y_B = 0,76 \text{ m}$, $y_H = 0,42 \text{ m}$,

$x_H = 0,23 \text{ m}$, $\overline{DE} = 0,74 \text{ m}$, $\overline{FE} = 0,45 \text{ m}$, $\overline{FG} = 1 \text{ m}$, $\overline{IH} = 0,78 \text{ m}$, $\overline{IG} = 0,76 \text{ m}$, $\overline{GL} = 0,4 \text{ m}$,
 $\overline{LI} = 0,84 \text{ m}$, $v_{K3}^{K2} = 0,1 \text{ m/s}$ и $a_{K3}^{K2} = 0 \text{ m/s}^2$. Потребно је одредити брзине и убрзања
 назначених тачака и чланова. Кинематичка шема је нацртана у размери $U_1 = \frac{1 \text{ m}}{5 \text{ cm}}$.



Сл. 10.12: Кинематичка шема подизног механизма трактора (задаћак 10.1)

За одређивање брзина и убрзања подизног механизма погодна је метода плана брзина и убрзања. Да би се одредила брзина тачке В треба проширити члан 2 на 3 (с равни π_2). Тако се добија тачка B_2 (сл. 10.12 десно) која клиза по В као што клиза тачка K_3 по K_2 .

Сада је брзина тачке В једнака:

1. $\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_B^C$, где је $\vec{v}_B^C \perp \overline{BC}$ и $v_C = 0$.
2. $\vec{v}_B = \vec{v}_{B2} + \vec{v}_B^{B2}$, где је $\vec{v}_B^{B2} = \vec{v}_{K3}^{K2} = 0,1 \text{ m/s}$, $\vec{v}_B^{B2} \parallel \overline{AB}$.

Међутим, брзина тачке B_2 је непозната али се може изразити преко тачке А:

3. $\vec{v}_{B2} = \vec{v}_A + \vec{v}_{B2}^A$, где је $\vec{v}_{B2}^A \perp \overline{B_2A}$ и $v_A = 0$.

Једначине број 2 и 3 се графички представе на плану брзина (сл. 10.13) и претпостави се нека вредност за брзину тачке B_2 (тачка b_{2p}). Из претпостављене вредности за брзину тачке B_2 (b_{2p}) графички се представи (нацрта се) једначина број 2. Паралелно самој себи помери се брзина $\vec{v}_{K3}^{K2}$ и у пресеку са једначином број 1 добија се брзина тачке В (тачка b), као и стварни положај тачке b_2 .

Пропорцијом се одреди брзина тачке D:

$$4. \frac{\overline{CD}}{\overline{CB}} = \frac{P_{vd}}{P_{vb}} \Rightarrow \overline{P_{vd}} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{P_{vb}}}{\overline{CB}} = \frac{0,32 \cdot 2}{0,16} = 4 \text{ cm}.$$

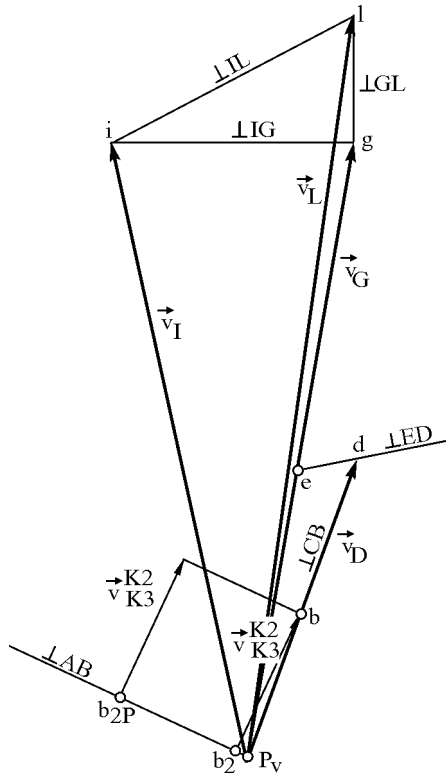
Брзине осталих тачака се одређују према следећим једначинама:

5. $\vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{v}_E^D$, где је $\vec{v}_E^D \perp \overline{ED}$,
6. $\vec{v}_E = \vec{v}_F + \vec{v}_E^F$, где је $\vec{v}_E^F \perp \overline{EF}$,
7. $\frac{\overline{FG}}{\overline{FE}} = \frac{P_{vg}}{P_{ve}} \Rightarrow \overline{P_{vg}} = \frac{\overline{FG} \cdot \overline{P_{ve}}}{\overline{FE}} = \frac{1 \cdot 3,8}{0,45} = 8,44 \text{ cm},$
8. $\vec{v}_I = \vec{v}_G + \vec{v}_I^G$, где је $\vec{v}_I^G \perp \overline{IG}$,
9. $\vec{v}_I = \vec{v}_H + \vec{v}_I^H$, где је $\vec{v}_I^H \perp \overline{IH}$,

$$10. \vec{v}_L = \vec{v}_I + \vec{v}_L^I, \text{ где је } \vec{v}_L^I \perp \overline{LI}, \quad 11. \vec{v}_L = \vec{v}_G + \vec{v}_L^G, \text{ где је } \vec{v}_L^G \perp \overline{LG}.$$

На основу плана брзина (сл. 10.13) који је нацртан у размери $U_v = \frac{0,1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ добијају се интензитети брзина као и угаоне брзине:

$$\begin{aligned} v_B &= 0,1 \text{ m/s}, \quad v_D = 0,21 \text{ m/s}, \quad v_E = 0,2 \text{ m/s}, \quad v_G = 0,42 \text{ m/s}, \quad v_I = 0,42 \text{ m/s}, \quad v_L = 0,5 \text{ m/s}, \\ \omega_2 &= \frac{v_{B_2}}{AB_2} = 0,019 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_4 = \frac{v_D}{CD} = 0,65 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_6 = \frac{v_G}{FG} = 0,42 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_7 = \frac{v_I}{HI} = 0,53 \text{ s}^{-1} \quad \text{и} \\ \omega_8 &= \frac{v_L^G}{IG} = 0,21 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$



Сл. 10.13: План брзина подизног механизма (задајак 10.1)

Убрзања се добијају на сличан начин као и брзине.

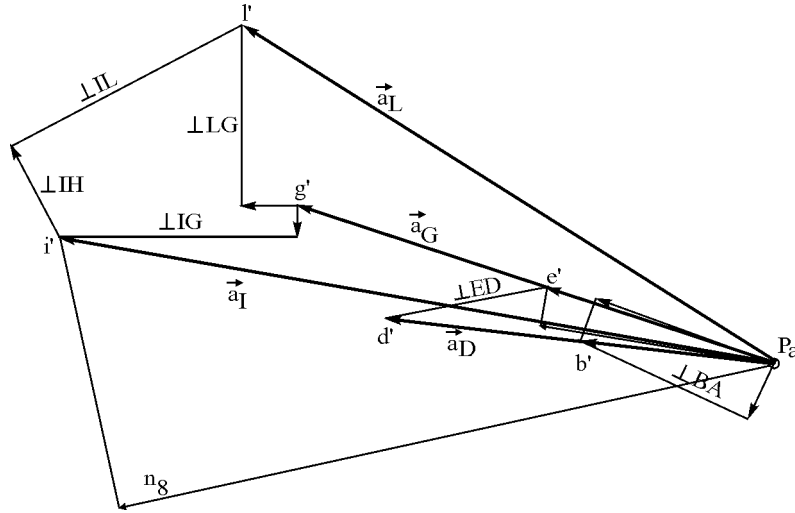
$$12. \vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C, \text{ где је } a_{Bn}^C = \frac{(v_B^C)^2}{BC} = \frac{(0,1)^2}{0,14} = 0,062 \text{ m/s}^2, \quad \vec{a}_{Bn}^C \parallel \overline{BC} \text{ у смеру ка}$$

тачки C, $\vec{a}_{Bt}^C \perp \overline{BC}$.

Како је угаона брзина члана 2 мала, може се занемарити те је убрзање тачке B у односу на A једнако:

$$13. \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{K_3}^{K_2} + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A, \text{ где је } a_{Bn}^A = \frac{(v_B^A)^2}{BA} = 0,02 \text{ m/s}^2, \quad a_A = 0, \quad a_{K_3}^{K_2} = 0 \text{ (сл. 10.14,}$$

$$U_a = \frac{1 \text{ m/s}^2}{4 \text{ cm}}).$$



Сл. 10.14: План убрзања подизног механизма трактора (задаџак 10.1)

Убрзања осталих тачака су:

$$13. \frac{\overline{CD}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{P_a d'}}{\overline{P_a b'}} \Rightarrow \overline{P_a d'} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{P_a b'}}{\overline{CB}} = 5,3 \text{ cm}.$$

$$14. \vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D, \text{ где је } a_{En}^D = \frac{(v_E^D)^2}{\overline{ED}} = 0,0021 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{En}^D // \overline{ED} \text{ у смеру ка тачки D, } \vec{a}_{Et}^D \perp \overline{ED}.$$

$$15. \vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F, \text{ где је } a_{En}^F = \frac{(v_E^F)^2}{\overline{EF}} = 0,08 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{En}^F // \overline{EF} \text{ у смеру ка тачки F, } \vec{a}_{Et}^F \perp \overline{EF}.$$

$$16. \frac{\overline{FE}}{\overline{FG}} = \frac{\overline{P_a e'}}{\overline{P_a g'}} \Rightarrow \overline{P_a g'} = \frac{\overline{FG} \cdot \overline{P_a e'}}{\overline{FE}} = 6,66 \text{ cm}.$$

$$17. \vec{a}_I = \vec{a}_G + \vec{a}_{In}^G + \vec{a}_{It}^G, \text{ где је } a_{In}^G = \frac{(v_I^G)^2}{\overline{IG}} = 0,033 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{In}^G // \overline{IG} \text{ у смеру ка тачки G, } \vec{a}_{It}^G \perp \overline{IG}.$$

$$18. \vec{a}_I = \vec{a}_H + \vec{a}_{In}^H + \vec{a}_{It}^H, \text{ где је } a_{In}^H = \frac{(v_I^H)^2}{\overline{IH}} = 0,226 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{In}^H // \overline{IH} \text{ у смеру ка тачки H, } \vec{a}_{It}^H \perp \overline{IH}.$$

$$19. \vec{a}_L = \vec{a}_G + \vec{a}_{Ln}^G + \vec{a}_{Lt}^G, a_{Ln}^G = \frac{(v_L^G)^2}{\overline{LG}} = 0,019 \text{ m/s}^2 \text{ и}$$

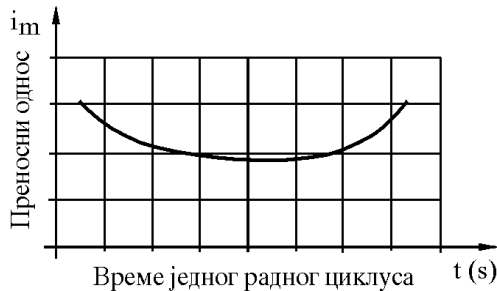
$$20. \vec{a}_L = \vec{a}_I + \vec{a}_{Ln}^I + \vec{a}_{Lt}^I, a_{Ln}^I = \frac{(v_L^I)^2}{\overline{LI}} = 0,038 \text{ m/s}^2.$$

10.7. Преносни однос подизног механизма трактора i_m

Преносни однос подизног механизма i_m представља однос вертикалне компоненте брзине прикључне тачке G и брзине клипа, тј. одређује се према изразу:

$$i_m = \frac{v_{Gy}}{v_K} \quad (10.25)$$

Вредност преносног односа је променљива у току једног радног циклуса (сл. 10.15). Што су мање промене преносног односа, мање су вредности убрзања и успорења, односно мање су вредности инерцијалних сила.



Сл. 10.15: Промена преносног односа у току једног радног циклуса

10.8. Уздужна стабилност тракторског агрегата (динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_d)

Као критеријум за оцену уздужне стабилности тракторског агрегата усваја се динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_d који се на основу дефиниције одређује према једначини:

$$\lambda_d = \frac{Y_{pd}}{Y_{zd}} \quad (10.26)$$

где је: Y_{pd} - динамичко оптерећење на предњим точковима трактора, Y_{zd} - динамичко оптерећење на задњим точковима трактора.

На основу Методе редукције (методе Жуковског) може се написати да је збир момената свих сила за тренутни пол обртања подизног механизма једнак нули (сл. 10.16).

$$\sum M_P = -y_{pd} \cdot (L - |x_P|) + G_P \cdot (L - |x_P|) + (y_{zd} - G_Z)(|x_P|) - F \cdot b - G_M(x_J + |x_P|) = 0.$$

Из једначине (10.26) добија се да је $y_{pd} = \lambda_d \cdot y_{zd}$ и заменом у претходну једначину добија се израз из којег је динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_d :

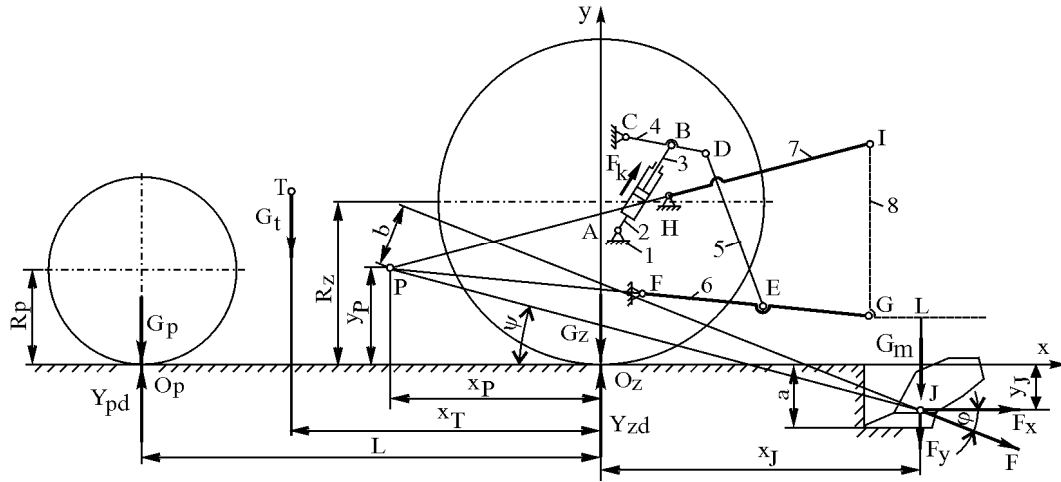
$$\lambda_d = \frac{G_P(L - |x_P|) + Y_{zd} \cdot |x_P| - G_Z \cdot |x_P| - F \cdot b - G_M(x_J + |x_P|)}{Y_{zd}(L - |x_P|)} \quad (10.27)$$

где је: G_P - тежина на предњим точковима трактора, G_Z - тежина на задњим точковима трактора, G_m - тежина прикључне машине, F - отпор прикључне машине (плуга).

Динамичка оптерећења предњих и задњих точкова трактора добијају се из моментног услова равнотеже за тачку O_P или O_Z (сл. 10.16).

Из услова равнотеже за тачку O_P ($\sum M_{OP} = 0$) следи да је динамичко оптерећење на задњим точковима једнако:

$$Y_{zd} = \frac{G_z \cdot L + F_y \cdot (L + x_J) + G_m \cdot (L + x_J) - F_x \cdot y_J}{L}$$



Сл. 10.16: Одређивање уздужне стабилности практичног агрегата

Динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_d зависи од многобројних фактора и треба да има одговарајућу вредност, зависно од категорије трактора, броја погонских точкова, агротехничке операције која се изводи итд. Да би управљање било одговарајуће треба да је $\lambda_d \geq 0,2$, а ако су и предњи точкови погонски треба да је $\lambda_d \geq 0,6$. Ако је за тракторе без предње вуче (4x2)S, коефицијент $\lambda_d < 0,2$, теже је управљање и маневрисање. У том случају постоји опасност и од пропињања трактора. Ако је за тракторе са свим погонским точковима (4x4)S динамички коефицијент мањи од 0,6, $\lambda_d < 0,6$ неће се искористити предња вуча због недовољне тежине на предњим точковима.

Са повећањем растојања b (сл. 10.16) смањује се коефицијент λ_d . Најбоље је да нападна линија силе отпора F пролази кроз тренутни пол P , јер је тада $b=0$, а максимална је вредност коефицијента λ_d .

Ако се усвоји вредност динамичког коефицијента расподеле оптерећења, може се из претходне једначине одредити гранична вредност дозвољене силе отпора земљишта F_λ према следећој једначини:

$$F_\lambda = \frac{G_p \cdot L - G_m \cdot x_J (\lambda_d + L) - \lambda_d \cdot L (G_z + G_m)}{b(\lambda_d + L)} \quad (10.28)$$

Динамички коефицијент расподеле оптерећења λ_{dh} , када се ношени плуг налази изнад површине земљишта у транспортном положају, добија се када се у једначину (10.27) уврсти да је сила отпора $F=0$.

$$\lambda_{dh} = \frac{G_p \cdot L - G_m \cdot x_J}{G_z \cdot L + G_m (x_J + L)} \quad (10.29)$$

10.9. Сила дизања на доњим прикључним тачкама F_G

Вредност силе дизања, као и законитост промене силе дизања у току радног циклуса је важан динамички показатељ подизног механизма трактора од кога у првом реду зависи избор прикључне машине.

Сила дизања на доњим прикључним тачкама F_G (сл. 10.17) одређује се из једнакости рада, односно једнакости снаге на клипу и снаге за дизање прикључне машине:

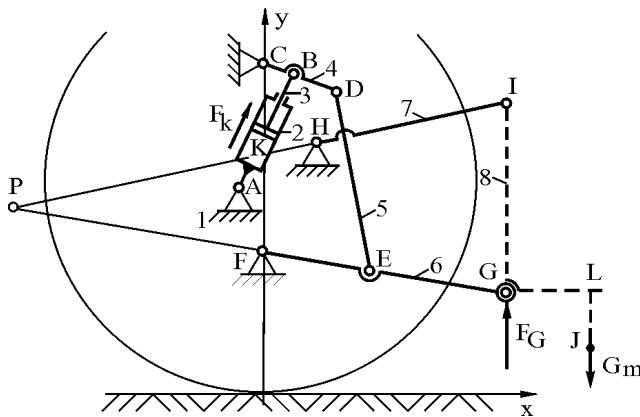
$$F_G = \frac{F_K \cdot \eta}{i_m}, \quad \dots\dots\dots (10.30)$$

где је: F_K - погонска сила на клипу, η - степен корисности подизног механизма трактора.

Декларисана вредност силе дизања која се даје у техничкој документацији произвођача треба да се односи на тачку која се налази на растојању од 610 mm од доње прикључне тачке (од тачке G). Међутим, како су тежишта прикључних машина на различитим растојањима од наведеног (и мањем и већем) декларисана вредност силе дизања није довољан и поуздан податак за адекватан избор прикључне машине.

Стога је битно да се одреде сила дизања на растојању до тежишта прикључне машине. Сила дизања на неком растојању од доњих прикључних тачака одређује се из једнакости момента за тренутни пол обртања на основу једначине:

$$F_J = \frac{F_G \cdot (x_G - x_P)}{x_J - x_P}. \quad \dots\dots\dots (10.31)$$



Сл. 10.17: Сила дизања подизног механизма трактора

Динамички услов агрегатирања је да тежина ношене прикључне машине буде мања од силе дизања, односно: $G_m \leq F_G$.

Тежина ношене машине и положај њеног тежишта непосредно утичу на вучни коефицијент корисности трактора, уздужну стабилност тракторског агрегата, маневарску способност трактора, клизање погонских тачкова трактора и оптерећеност делова подизног система трактора.

Ако се усвоји потребна вредност динамичког коефицијента расподеле оптерећења λ_{dh} , дозвољена, гранична вредност силе (тежине) прикључне машине одређује се из једначине:

$$G_{m\lambda} = \frac{G_P \cdot L - \lambda_{dh} \cdot G_Z \cdot L}{\lambda_{dh} \cdot (L + x_J) + x_J}. \quad \dots\dots\dots (10.32)$$

10.10. Способност понирања радних органа прикључне машине у земљиште

Да би радни органи прикључне машине имали тенденцију понирања (улажења) у земљиште, без притиска хидрауличног клипа, мора постојати позитиван момент понирања (у смеру обртања казальке на сату), све док се не постигне жељена дубина рада.

Момент понирања је по дефиницији:

$$M_p = F \cdot b \geq 0. \quad (10.33)$$

Да би дошло до понирања радних органа прикључне машине у земљиште, вредност момента понирања мора бити већа од нуле, све док се не постигне задата радна дубина a . То се може остварити ако је испуњен услов да је крак момента понирања већи од нуле, $b \geq 0$.

Крак момента понирања добија се из једначине за најкраће растојање између праве на којој лежи отпор плуга F и тренутног пола обртања P (сл. 10.16)

$$b \geq \frac{\operatorname{tg}(\varphi + \lambda)x_p - y_p + x_J(y_J - \operatorname{tg}(\varphi + \lambda))}{\sqrt{\operatorname{tg}^2(\varphi + \lambda) + 1}}. \quad (10.34)$$

Сила отпора плуга F , може се одредити на основу скраћене једначине Горјачкина:

$$F = k_A \cdot a \cdot B \cdot \sqrt{V_T}, \quad (10.35)$$

где је: k_A (N/cm^2) - коефицијент вучног отпора, a (cm) - дубина обраде, B (cm) - укупна радна ширина обраде, v_T (m/s) - радна брзина трактора.

Други критеријум за оцену способности понирања радних органа прикључне машине у земљиште, могу бити вредности углова: φ , ψ (сл. 10.16) и угла λ (сл. 10.9). Од тренутка уласка радних органа прикључне машине у земљиште, па до постизања радне дубине a треба да буду испуњени следећи услови:

$$\varphi \geq \psi, \quad \lambda \leq 0.$$

Вредност угла φ зависи од многобројних фактора, у првом реду од отпора земљишта и облика радних органа оруђа, а добија се испитивањем (мерењем). Угао положаја центра отпора плуга у односу на тренутни пол обртања ψ , (сл. 10.16) одређује се из једначине:

$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{y_p - y_J}{x_J - x_p}. \quad (10.36)$$

10.11. Стабилност одржавања задате дубине обраде

Да би стабилност одржавања дубине обраде била задовољавајућа, као основни, почетни услов је да угаона брзина прикључног троугла буде једнака нули ($\omega_g = 0$) или што ближе тој вредности за доњи радни положај подизног механизма трактора (сл.10.16), односно за положај док је плуг у земљишту:

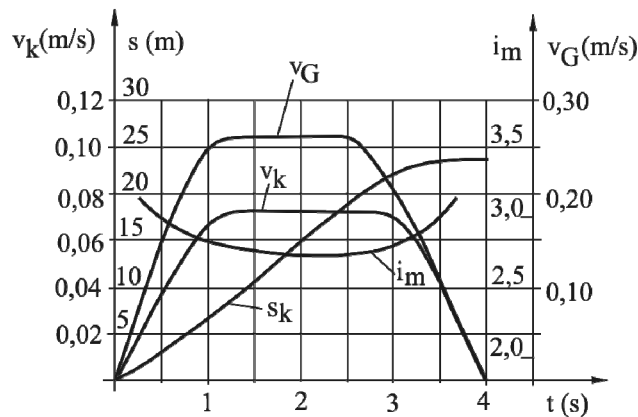
$$\omega_g = 0. \quad (10.37)$$

Систем аутоматске регулације одржава задате параметре рада (дубину, отпор или положај). Међутим, ако подизни механизам трактора није одговарајуће подешен и нису параметри и показатељи рада према напред датим препорукама, систем аутоматске регулације ће морати често да реагује и може доћи до грејања уља у хидрауличком систему и до честих кварова и отказа.

10.12. Анализа међусобних зависности показатеља рада подизног механизма трактора

У циљу анализе међусобних зависности показатеља рада подизног механизма трактора, за усвојени трактор (задатак 10.1) за један радни циклус, према претходним једначинама графички је приказана брзина прикључне тачке доњих полуга v_G и преносног односа i_m у функцији брзине клипа v_k и хода клипа s_k (сл.10.18). Ход клипа s_k представља разлику између максималне и минималне вредности параметра s (сл. 10.7).

Брзина прикључне тачке G , (v_G) је већа од брзине клипа v_k . Вредност преносног односа i_m на почетку дизања подизног механизма опада, а на крају дизања расте. На већем делу пута промена преносног односа i_m се незнатно мења, што је добро, јер су мања убрзања и мање су инерцијалне силе.



Сл. 10.18: Промена кинематичких показатеља рада подизног механизма трактора за један радни циклус (задатак 10.1)

Анализом претходних једначина за показатеље рада подизног механизма трактора може се закључити да на њихову вредност утиче положај тренутног пола обртања. На положај тренутног пола обртања може се утицати пре почетка рада, односно може се механизам оптимизирати у функцији прикључне машине и агротехничких операција.

Користећи програм за рачунар симулиран је утицај појединачних геометријских параметара механизма на тренутни пол обртања P . Ова анализа показује да на положај тренутног пола обртања утичу параметри: S , x_H , u_H , x_F , u_F и j (сл. 10.19).

Повећањем параметра s , тренутни пол је ближи задњим точковима што је потребно за тракторе без предње вуче (2×4)S. Када је тренутни пол P ближи задњим точковима трактора растеређују се предњи, а више оптерећују задњи точкови трактора.

Повећањем параметра u_H , тренутни пол је ближи предњим точковима трактора, (сл. 10.20) што је битно за тракторе са предњом вучом (4×4)S. Када је тренутни пол ближи предњим точковима трактора они су оптерећенији, те је адхезиона сила на њима већа и може се користити предња вуча.

На тракторима у току рада могу се мењати параметри s и u_H , док углавном не могу x_H , x_F , u_F и j .

Да би прикључна машина била правилно агрегатирана са трактором, према стандарду SRPS ISO 730–1 од 1995. год. положај тренутног пола обртања у вертикалној равни (растојање L_{PG} , сл.10.10) не треба да буде мање од 0,9 размака осовина трактора.

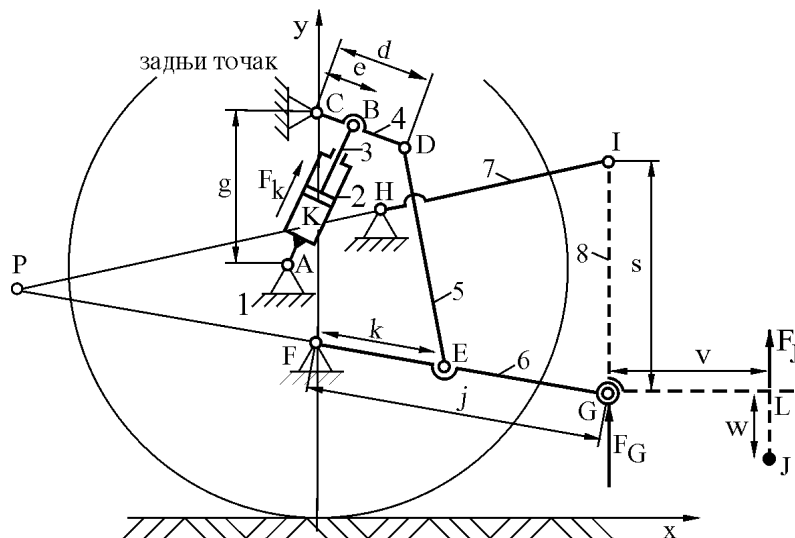
Положај тренутног пола обртања у хоризонталној равни (тачка P_h , сл.10.5) треба да је на симетралној линији трактора, у супротном долази до косе вуче и појаве бочног обртног момента који неуравнотежава тракторски агрегат. Препоручене вредности положаја тренутног пола обртања у хоризонталној равни (растојање L_{Ph} , сл. 10.5) према наведеном стандарду, зависно од категорије подизног механизма трактора, треба да су као у табели 10.1.

Табела 10.1: Вредности хоризонталног положаја тренутног пола обртања (према стандарду SRPS ISO 730–1 од 1995. год)

Хоризонтални положај тренутног пола обртања L_{Ph} (mm)	Категорија подизног механизма трактора			
	1	2	3	4
	1700-2400	1800-2400	1900-2700	1900-2800

Ако је растојање L_{Ph} превелико, бочна стабилност вођења правца оруђа опада. При орању бразда је неравна и кривудава. Ако је ово растојање премало, прикључно оруђе може да заузме асиметричан положај у односу на трактор те квалитет рада опада нарочито ако су оруђа већих димензија.

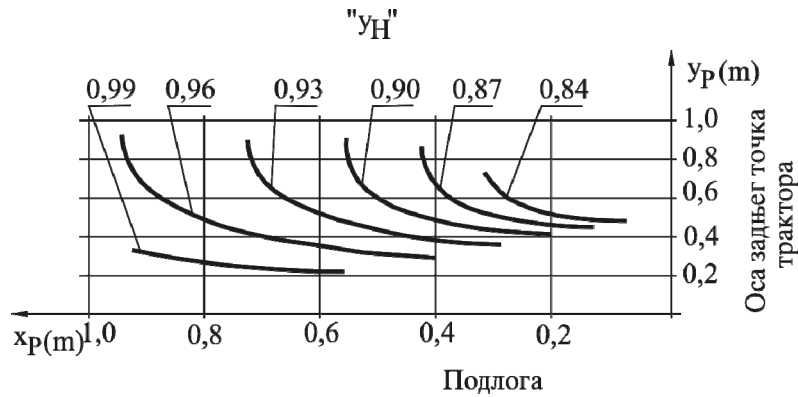
На силу дизања F_G не утиче положај доње ослоне тачке (координате x_F , y_F), незнатно утичу хоризонталне координате тачака А и С, док сви остали параметри утичу. Поред наведених геометријских параметара на силу дизања утиче: степен корисности подизног уређаја η , брзина кретања клипа v_K и погонска сила на клипу F_K .



Сл. 10.19: Геометријски показатељи подизног механизма трактора

Утицај параметара, k и e приказан је на сл. 10.21 и 10.22, где се види да се са повећањем њихових вредности, повећава и сила дизања.

За једну те исту вредност силе на клипу F_K , при повећању параметара: e , g , k , y_C , η и v_K , а смањењу параметара: j , d и y_A , повећава се вредност силе дизања F_G и F_J .



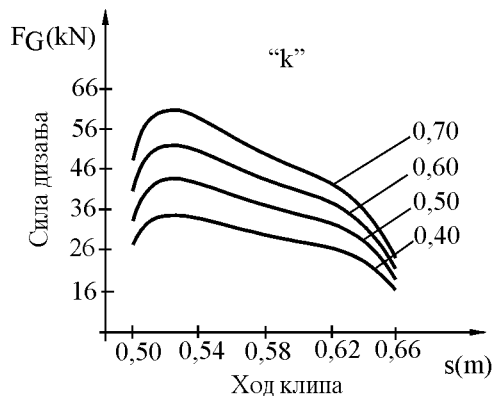
Сл. 10.20: Ујшцај u_H на промену пренујног пола обрћања

Било би врло непрактично и компликовано да се на тракторима у току рада мења растојање $\overline{AC}$ (координате y_C и y_A), као и да се смањује дужина j , јер је лимитирана неопходно великим точковима трактора.

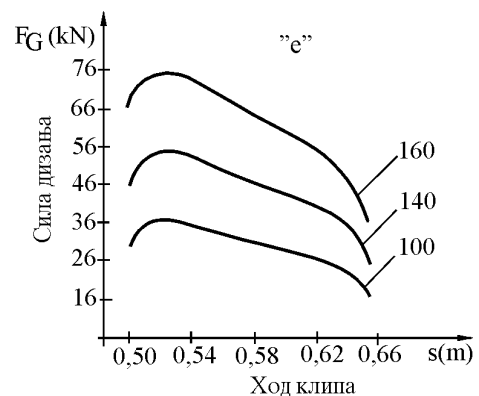
На већини стандардних трактора постоји могућност, да се од свих напред наведених параметара мења само дужина параметра k и то на једноставан начин, што треба користити при агрегатирању са ношеном прикључном машином. Још бољи ефекат би се остварио смањењем параметра d , а повећењем e , што је само на малом броју трактора делимично конструктивно тако решено да је то могуће и остварити и то само параметар d .

Истраживања указују управо на то да би било добро, са аспекта веће силе дизања, да се на тракторима могу мењати параметри d и e .

При повећању параметра k повећава се сила дизања, али се смањује висина дизања и постоји могућност да се при дужем раду прегрева уље у хидрауличном систему.



Сл. 10.21: Ујшцај промене параметра k на силу дизања



Сл. 10.22: Ујшцај промене параметра e на силу дизања

11. ПЛАНЕТАРНИ ПРЕНОСНИЦИ СНАГЕ (МЕХАНИЗМИ)

Планетарни преносници снаге су такви преносници код којих бар један преносник има покретну геометријску осу (сл. 11.1, оса В). Планетарне преноснике, углавном сачињавају цилиндрични зупчаници са спољашњим и унутрашњим зупчањем, као и конични зупчаници.

Планетарни преносник снаге се састоји из централног зупчаника 1, који може бити непокретан или покретан, зупчаника 2 са покретном геометријском осом који се зове зупчаник сателит и носача 3 који се обрће и носи сателит око спрегнутог централног зупчаника 1 (сл. 11.1). Централни зупчаник 1 назива се и сунчани зупчаник јер зупчаник сателит кружи око њега. Планетарни преносник снаге може да има више централних зупчаника, више сателита и више носача.

Зависно од тога да ли је централни зупчаник непокретан или покретан, планетарни преносници снаге се деле на епицикличне и диференцијалне преноснике.

11.1. Епициклични планетарни преносници снаге

Епициклични планетарни преносници снаге су такви преносници код којих бар један централни зупчаник мирује. Епициклични планетарни преносници снаге имају један степен слободе кретања

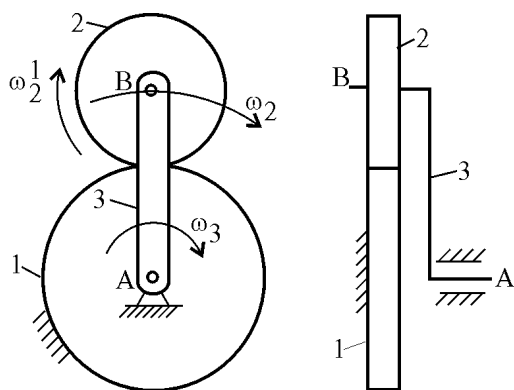
(SSK=1): $SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1$, где је: $n = 3$, $P_1 = 2$ (2,3; 3,1) и $P_2 = 0$.

Централни зупчаник 1 епицикличног планетарног преносника снаге је непокретан (сл. 11.1). Са овим зупчаником је спрегнут зупчаник сателит 2, који се обрће око своје осе (тачке В) која је покретна. Носач 3 се обрће око своје непокретне осе (тачке А) и носи сателит, који заједно са носачем 3 ротира ("трчи") око централног зупчаника 1. Носач 3 ротира угаоном брзином ω_3 у једном или другом смеру.

Сателит 2 има сложено кретање које има две компоненте угаоне брзине:

- Релативну угаону брзину у односу на спрегнути зупчаник 1, ω_2^1 . Како је зупчаник 1 непокретан, вредност ове угаоне брзине једнака је нули ($\omega_2^1 = 0$) и
- Преносну угаону брзину у односу на тачку А око које сателит, заједно са носачем 3 ротира (ω_3).

Апсолутна угаона брзина ω_2 је резултанта две претходне угаоне брзине.



Како је централни зупчаник 1 непокретан, смерови преносне брзине ω_3 и апсолутне брзине сателита ω_2 су исти.

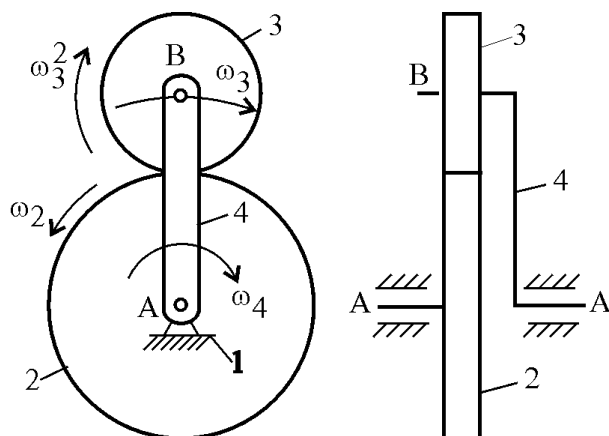
Сл. 11.1: Епициклични планетарни преносник снаге

11.2. Диференцијални планетарни преносници снаге

Диференцијални планетарни преносници снаге су такви преносници код којих су сви централни зупчаници покретни. Диференцијални планетарни преносници снаге имају два степена слободе кретања ($SSK=2$).

Централни зупчаник 2 је покретан и обрће се око своје непокретне геометријске осе А са угаоном брзином ω_2 (сл. 11.2). Носач 4 обрће се око своје непокретне геометријске осе (А) угаоном брзином ω_4 и носи сателит 3 који се обрће око своје покретне осе (В) и око централног зупчаника 2. Сателит 3 има три угаоне брзине:

- Релативну угаону брзину у односу на спрегнути зупчаник 2, ω_3^2 . На ову брзину не утиче кретање носача 4, већ зависи од угаоне брзине зупчаника 2 и величине спрегнутих зупчаника 2 и 3.
- Преносну угаону брзину у односу на тачку А са којом, заједно са носачем 4 ротира (ω_4) и
- Апсолутну угаону брзину ω_3 , у односу на носач 4 и централни зупчаник 2 око којег се обрће.



Сл. 11.2: Диференцијални планетарни преносник снаге

За исте назначене смерове угаоних брзина ω_2 и ω_3^2 , смер угаоне брзине носача 4, ω_4 може бити у смеру казаљке на сату или у супротном, при чему се добијају различите вредности угаоне брзине сателита 3, ω_3 .

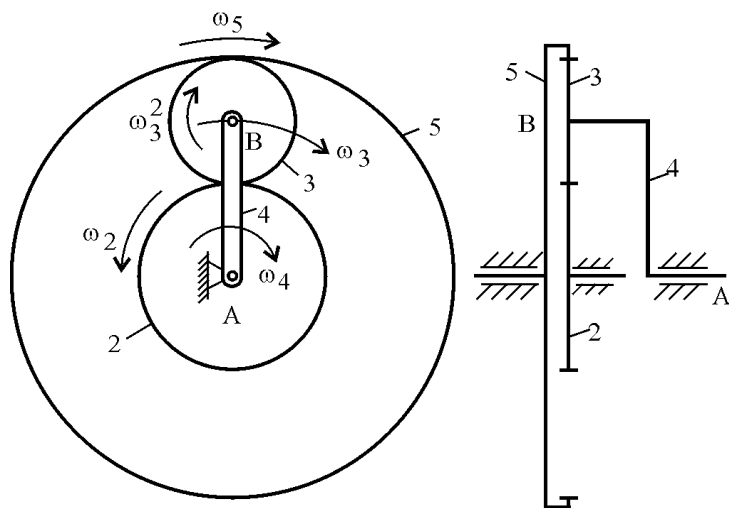
Да би се диференцијални планетарни преносник снаге једнозначно кретао, треба да има два погонска члана ($SSK=2$). Најчешће је то кретање централног зупчаника 2 и носача 4.

Диференцијални планетарни преносник снаге са цилиндричним зупчаником са унутрашњим зупчањем приказан је на сл. 11.3. Централни зупчаник 5 и сателит 3 су са унутрашњим зупчањем, а централни зупчаник 2 и сателит 3 су са спољашњим. Овај диференцијални планетарни преносник снаге, да би се једнозначно кретао треба да има два погонска члана ($SSK=2$). Погонски члан је најчешће носач 4 и један од централних зупчаника.

Носач 4 ротира око своје осе (А) угаоном брзином ω_4 у једном или другом смеру. Носач 4 носи сателит 3 који “трчи” око зупчаника 2 и унутар зупчаника 5. Зупчаници 2 и 5 обрћу се око својих непомичних оса А угаоним брзинама ω_2 и ω_5 .

Сателит 3 има три угаоне брзине: релативну угаону брзину у односу на спрегнути зупчаник 2, ω_3^2 , преносну брзину заједно са носачем 4, ω_4 и апсолутну брзину ω_3 . Смерови релативне угаоне брзине ω_3^2 и угаоне брзине централног зупчаника 5, ω_5 су исти (сл. 11.3).

Смер апсолутне угаоне брзине сателита ω_3 зависи од смера обртања носача 4 и смера и вредности брзине зупчаника 2, ω_2 и може бити у једном или другом смеру.

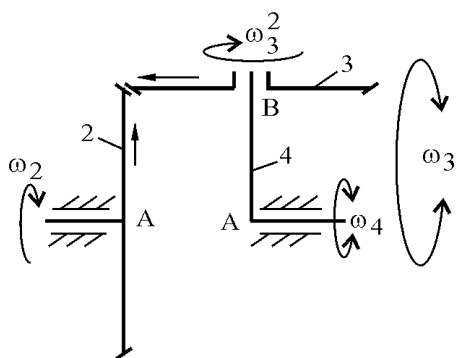


Сл. 11.3: Планетарни диференцијални преносник снаге са унутрашњим зупчањем

Планетарни преносници снаге с коничним зупчаницима користе се, када треба пренети обртно кретање са једног вратила на друго која се секу (сл. 11.4).

Сателит 3 обрће се: око своје покретне осе (В) релативном угаоном брзином ω_3^2 ; преносном угаоном брзином око тачке А заједно са носачем 4, ω_4 и апсолутном угаоном брзином ω_3 . Смер обртања сателита 3 зависи од смерова обртања централног зупчаника 2 и носача 4. За исти смер обртања зупчаника 2, смер обртања сателита 3 (ω_3) може бити у једном или другом смеру, као и смер обртања носача 4.

Преносници и други чланови планетарних преносника снаге обрћу се, углавном једнолико, изузимајући период уходавања (постизања радног режима) и заустављања.



Сл. 11.4: Планетарни диференцијални преносник снаге с конусним зупчаницима

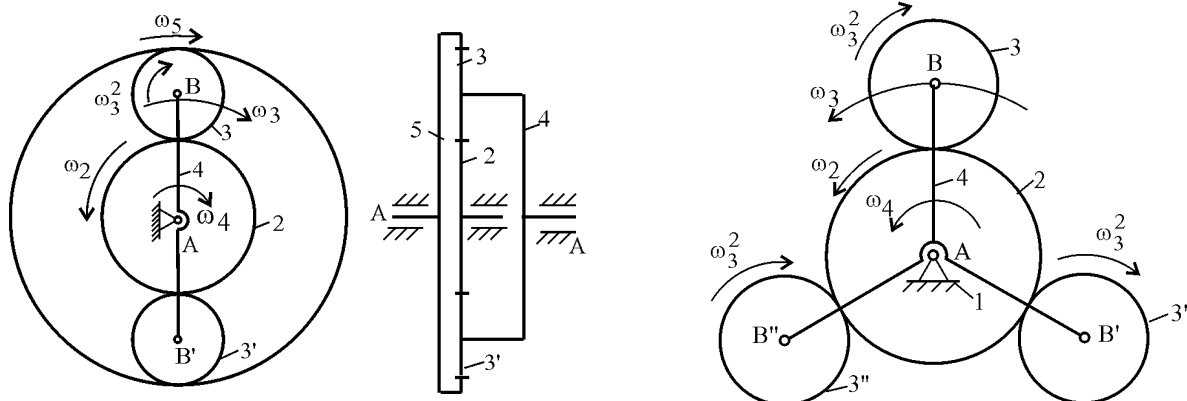
11.3. Предности планетарних преносника снаге

Планетарни преносници снаге имају широку примену у пољопривредној техници, посебно на тракторима и другим возилима, због низа предности у односу на преноснике са непокретним осама (класично спрегнуте преноснике). Предности планетарних преносника снаге у односу на преноснике са непокретним геометријским осама су:

- равномернија расподела оптерећења по зупцима,
- могућност преношења већег обртног момента,
- могућност већег преносног односа за исти број зупчаника,
- један те исти планетарни преносник снаге може бити редуктор, мултипликатор или класично спрегнути преносник,
- мање габаритне димензије и компактнија конструкција итд.

Основна предност планетарних преносника снаге је у томе што омогућавају већи степен спрезања (више зубаца у спреси) јер могу имати већи број сателита, два, три и више (сл. 11.5), а да се у кинематичком смислу ништа не мења. Већи степен спрезања омогућава равномернију расподелу оптерећења и могућност преношења већих обртних момената.

Носач 4 носи више сателита 3, 3', 3'', ... и више, зависно од обртног момента који треба да се преноси. На тај начин оптерећење се преноси на више зубаца који су истовремено у спреси, те обртни моменти и оптерећења могу бити већа.



Сл. 11.5: Планетарни преносници снаге са више сателита на једном носачу

11.4. Геометријски услови функционисања

Да би планетарни механизми функционисали треба да се испуне различити геометријски услови, зависно од структуре механизма. Анализираће се услови функционисања епицикличног планетарног преносника снаге са три зупчаника сателита (сл. 11.6).

Први услов функционисања планетарног преносника снаге је узајамна зависност полупречника спрегнутих зупчаника:

$$R_1 = R_2 + 2R_3. \quad (11.1)$$

Из овог услова следи закључак, да уздужне осе вратила централног сунчаног зупчаника и вратила носача сателита, око којег се носач обрће, треба да су саосне (да се поклапају).

Модули m свих спрегнутих зупчаника су исти: $m_1 = m_2 = m_3$. Из односа да је средњи пречник зупчаника једнак производу модула и броја зубаца ($D = m \cdot z$) добија се услов удаљености оса вратила (услов коаксијалности) или да је број зубаца сателита (3) једнак:

$$z_3 = \frac{z_1 - z_2}{2}. \quad (11.2)$$

Зупчаници сателита су истих величина, а њихов број зависи од обртног момента који треба да се преноси. Број сателита (3, 3', 3'', ...) је ограничен и добија се из услова да је растојање између оса суседних сателита једнако:

$$\overline{BB'} > 2 \cdot R_3 \text{ или } 2\overline{BE} > D_3. \quad (11.3)$$

Ако усвојимо да су сателити 3 и 3' симетрично распоређени у односу на осу ($\overline{BB'} = \overline{BE} + \overline{EB'} = 2 \cdot \overline{BE}$), тада се из правоуглог троугла АЕВ добија:

$$BE = AB \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = (R_2 + R_3) \cdot \sin \frac{2\pi}{2 \cdot n_S} = \frac{m}{2} (z_2 + z_3) \cdot \sin \frac{\pi}{n_S}. \text{ Угао } \alpha \text{ одређује се из услова да је}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{n_S}, \text{ где је } n_S \text{ - број сателита.}$$

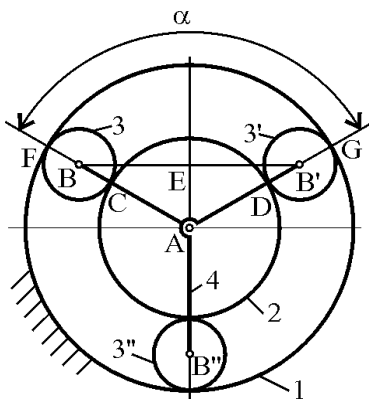
Ако се усвоји да су зупчаници некориговани, код којих је висина теменог дела зупца једнака модулу зупчаника, пречник сателита 3 једнак је:

$$D_3 = 2 \cdot R_3 = m \cdot z_3 + 2 \cdot m = m(z_3 + 2). \quad (11.4)$$

На основу претходних једначина добија се:

$$(z_2 + z_3) \cdot \sin \frac{\pi}{n_S} > (z_3 + 2). \quad (11.5)$$

Услов дефинисан једначином (11.5) назива се условом удаљености вратила суседних сателита.



Сл. 11.6: Услов броја сателита

Да би сателит 3 био истовремено спрегнут са зупчаницама 1 и 2, мора бити испуњен услов да су дужине лукова CD и FG одређене једначинама:

$$CD = \frac{t \cdot z_2}{n_S} \text{ и } FG = \frac{t \cdot z_1}{n_S}. \quad (11.6)$$

где је: t - корак зупчаника по луку.

Из збира лукова $CD + FG$ добија се једначина: $CD + FG = \frac{t \cdot z_2}{n_S} + \frac{t \cdot z_1}{n_S}$ чијим сређивањем се добија услов монтаже:

$$\frac{z_2 + z_1}{n_S} = \text{цео број}. \quad (11.7)$$

11.5. Кинематички параметри планетарних преносника снаге

За одређивање обимних и угаоних брзина чланова планетарних преносника снаге и преносног односа између њих, користе се различите графоаналитичке и аналитичке методе:

- метода плана обимних и угаоних брзина (графоаналитичка метода),
- метода угаоних брзина (аналитичка),
- метода заустављања (Вилисова аналитичка метода) итд.

Која ће се метода користити зависи од планетарног механизма, постављеног задатка и жељене тачности.

11.6. Метода плана обимних и угаоних брзина

Метода плана обимних и угаоних брзина састоји се у цртању велоцида чланова планетарног преносника снаге. Велоцида представља линију која спаја врхове брзина тачака на истом члану. Добија се спајањем врхова брзина две тачке или једне тачке и тренутног пола обртања. Тренутни пол обртања је тачка која мирује (брзина тренутног пола је једнака нули) око које се у том положају обрћу остале тачке на члану. Ова метода се користи за све преноснике: са непомичним и помичним геометријским осама.

Преносници са непомичним геометријским осама (класично спрегнути)

Одређивања кинематичких параметара методом плана обимних и угаоних брзина показује се на класично спрегнутим преносницима (сл. 11.7). Три цилиндрична зупчаника 2, 3 и 4 са спољашњим зупчањем су редно спрегнути и обрћу се око својих непокретних геометријских оса А, С и Е. Погонски преносник је зупчаник 2. Нека је позната геометрија преносника и угаона брзина погонског зупчаника 2 ($R_2 = 0,08 \text{ m}$, $R_3 = 0,135 \text{ m}$, $R_4 = 0,100 \text{ m}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$).

Прво се нацрта кинематичка шема према усвојеној размери, нпр. $U_1 = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.

Нацрта се линија спрезања АФ, због прегледности са једне или друге стране кинематичке шеме. Ова линија спрезања представља линију плана обимних брзина и на њој се пренесу и означе кинематичке тачке А, В, С, D, Е и F са кинематичке шеме (сл. 11.7).

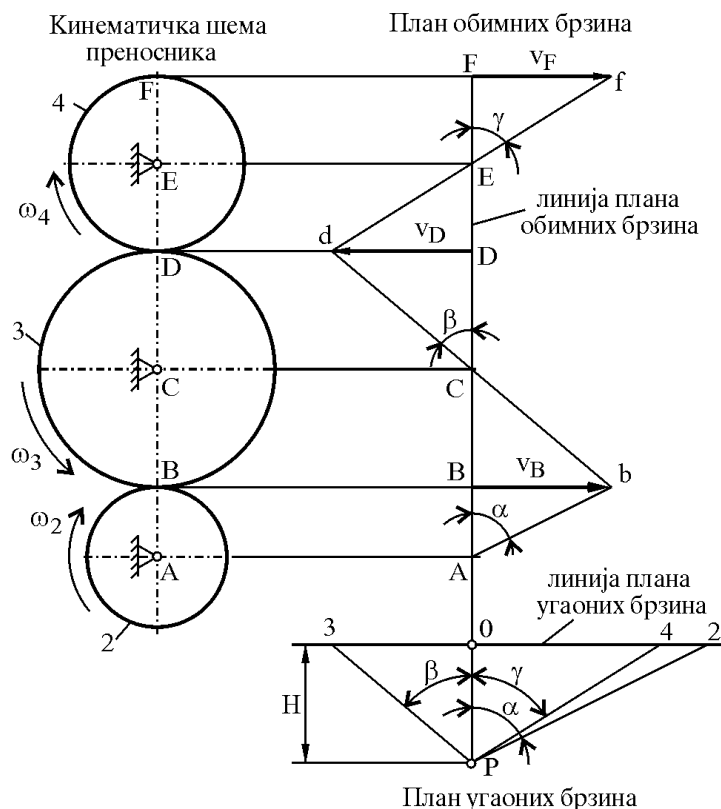
Одреди се обимна брзина тачке В на погонском зупчанику 2, јер је његово кретање задато: $v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,08 \cdot 10 = 0,8 \text{ m/s}$. Ова брзина је управна на радијус обртања АВ у смеру ω_2 . Усвоји се размера за брзину $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$ и нацрта дуж $\overline{Bb}$, која у размери представља брзину v_B :

$$(v_B = \overline{Bb} \cdot U_v = 1,6 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 0,8 \text{ m/s}).$$

Споје се тачке Ab и добија велоцида зупчаника 2 (под углом α) јер је тачка А тренутни пол овог зупчаника. Тачка В се истовремено налази и на зупчанику 3, те се споји тачка b са С, јер је тачка С тренутни пол зупчаника 3. Продужи се линија bC и на њој добија тачка d, јер се тачка D налази на зупчанику 3 и тако добија велоцида зупчаника 3 (под углом β). На исти начин се добија велоцида зупчаника 4, спајањем тачке d (јер тачка D припада и зупчанику 4) и Е (јер је Е тренутни пол зупчаника 4). Брзине тренутних полова А, С и Е су једнаке нули.

Множењем размере за обимне брзине и одговарајућих одсечака добијају се интензитети обимних брзина:

$v_D = \overline{Dd} \cdot U_v = 0,8 \text{ m/s}$, $v_F = \overline{Ff} \cdot U_v = 0,8 \text{ m/s}$. Смер обимне брзине тачке F је исти, а тачке D супротан од смера обимне брзине тачке В.



Сл. 11.7: План обимних и угаоних брзина зупчаника са нејокејним геомејријским осам

План угаоних брзина добија се цртањем добијених велоцида. На произвољном растојању нацрта се линија плана угаоних брзина која је управна на линију плана обимних брзина. Од тачке Р која је на произвољном растојању Н од линије плана угаоних брзина нацртају се добијене велоциде под угловима α , β и γ .

Где велоцида под углом α сече линију плана угаоних брзина добија се тачка 2, јер представља велоциду зупчаника 2, зато што су на њој тачке А и В. Велоцида под углом β сече линију у тачки 3, а под углом γ у тачки 4. Дужи $\overline{02}$, $\overline{03}$ и $\overline{04}$ помножене са размером U_ω дају одговарајуће угаоне брзине истоимених зупчаника (ω_2 , ω_3 и ω_4). Размера U_ω зависи од претходних размера и растојања Н, а добија се из вредности угла α посматрајући план обимних и план угаоних брзина. Из плана обимних брзина следи да је:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{Bb}}{\overline{AB_{cr}}} = \frac{\frac{v_B}{U_v}}{\frac{AB}{U_L}} = \frac{v_B \cdot U_L}{AB \cdot U_v} = \omega_2 \cdot \frac{U_L}{U_v}. \quad \text{Из плана угаоних брзина следи да је:}$$

$\overline{02} = H \cdot \operatorname{tg} \alpha = H \cdot \omega_2 \cdot \frac{U_L}{U_v}$, а одавде је $\omega_2 = \frac{\overline{02}}{H} \cdot \frac{U_v}{U_L} = \overline{02} \cdot U_\omega$, те произилази да је размера за угаоне брзине U_ω једнака:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L}. \quad (11.8)$$

За дати пример (сл.11.7) размера за угаоне брзине је: $U_{\omega} = \frac{\frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}}{1,4 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,28 \text{ cm}}$, те је

$$\omega_3 = \overline{03} \cdot U_{\omega} = 1,65 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,28 \text{ cm}} = 5,89 \text{ s}^{-1} \text{ и } \omega_4 = \overline{04} \cdot U_{\omega} = 8,00 \text{ s}^{-1}.$$

На основу познатих угаоних брзина могу се одредити преносни односи i , те је:

$$i_{2,4} = \frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{\overline{02}}{\overline{04}} = \frac{2,7 \text{ cm}}{2,15 \text{ cm}} = 1,25 \text{ и } i_{2,3} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\overline{02}}{-\overline{03}} = \frac{2,7 \text{ cm}}{-1,65 \text{ cm}} = -1,63.$$

Одсечак $\overline{03}$ је негативног предзнака јер је на супротној страни од одсечка $\overline{02}$, те је смер обртања зупчаника 3 супротан од смера обртања зупчаника 2.

Планетарни преносници снаге

Иста ова метода плана брзина и угаоних брзина показана на зупчаницима са непокретним геометријским осама може се применити и за планетарне преноснике снаге. Поступак је дат на епицикличном сложеном планетарном преноснику снаге са једним степеном слободу кретања (сл.11.8). Степен слободу кретања по једначини Чебишева је:

$SSK = 3(n-1) - 2 \cdot P_1 - P_2 = 3(5-1) - 2 \cdot 4 - 3 = 1$, где је $n = 5$ (1,6; 2; 3,4; 5,7; 8), $P_1 = 4$ (1,2; 5,1; 7,5; 8,1) и $P_2 = 3$ (2,3; 4,6; 7,8). Чланови 1 и 6 рачунају се као један члан (непокретни су), као и 3, 4 и 5, 7 јер су на истом вратилу.

Нека је геометрија преносника задата размером $U_1 = \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$, а погонски члан 2 обрће се

сталном угаоном брзином $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$. Сателити су зупчанице 3 и 4 које носи носач 5. Сателит 3 "трчи" око зупчаника 2, а сателит 4 "трчи" унутар зупчаника 6.

Одреди се обимна брзина тачке В, према изразу $v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,1 \cdot 10 = 1,0 \text{ m/s}$. Правац ове брзине је управан на раван цртања, усмерена је ка нама, а при цртању окрене се за 90° на леву или десну страну зависно од расположивог простора за цртање. Усвојена размера за цртање брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{3 \text{ cm}}$, те одсечак $\overline{Bb}$ (3 cm) представља брзину v_B у усвојеној размери.

Споје се тачке b и A и тако добија велоцида зупчаника 2. Тачка В се налази и на зупчанику 3 чија је обимна брзина сада позната. Да би се добила велоцида зупчаника 3 потребна је брзина још једне тачке на том зупчанику или његов тренутни пол. На зупчанику 3 се налази тачка С, али је за сада, непозната њена брзина. Зупчанице 3 и 4 су на истом вратилу, имају исте угаоне брзине, те имају исту велоциду. На зупчанику 4 налази се тачка D која је тренутни пол за овај зупчаник, јер се налази и на зупчанику 6 који је непокретан и брзина тачке D је нула. Спајањем тачака b и D добија се велоцида сателита 3 и 4. На велоциди bD је тачка с која представља вратило зупчаника 3 и 4 и врх носача 5. Спајањем тачке с са А (око које се обрће носач 5) чија је брзина једнака нули, добија се велоцида носача 5 и зупчаника 7, јер су на истом вратилу. На велоциди Ас налази се тачка е која одређује обимну брзину тачке Е која се налази на зупчанику 7 и 8. Спајањем тачке е и тренутног пола, тачке F, добија се велоцида зупчаника 8 и тачка g на њој.

Множењем одговарајућих одсека са размером за брзине, добијају се вредности обимних брзина назначених тачака ($v_C = \overline{Cg} \cdot U_v = 0,383 \text{ m/s}$, $v_E = \overline{Ee} \cdot U_v = 0,216 \text{ m/s}$, $v_G = \overline{Gg} \cdot U_v = 0,216 \text{ m/s}$).

План угаоних брзина црта се од тачке Р која се усвоји на произвољном растојању Н ($H=1,7 \text{ cm}$) од линије угаоних брзина из које се цртају добијене велоциде. Одсечци помножени са рамером U_ω представљају угаоне брзине. Размера за угаоне брзине је:

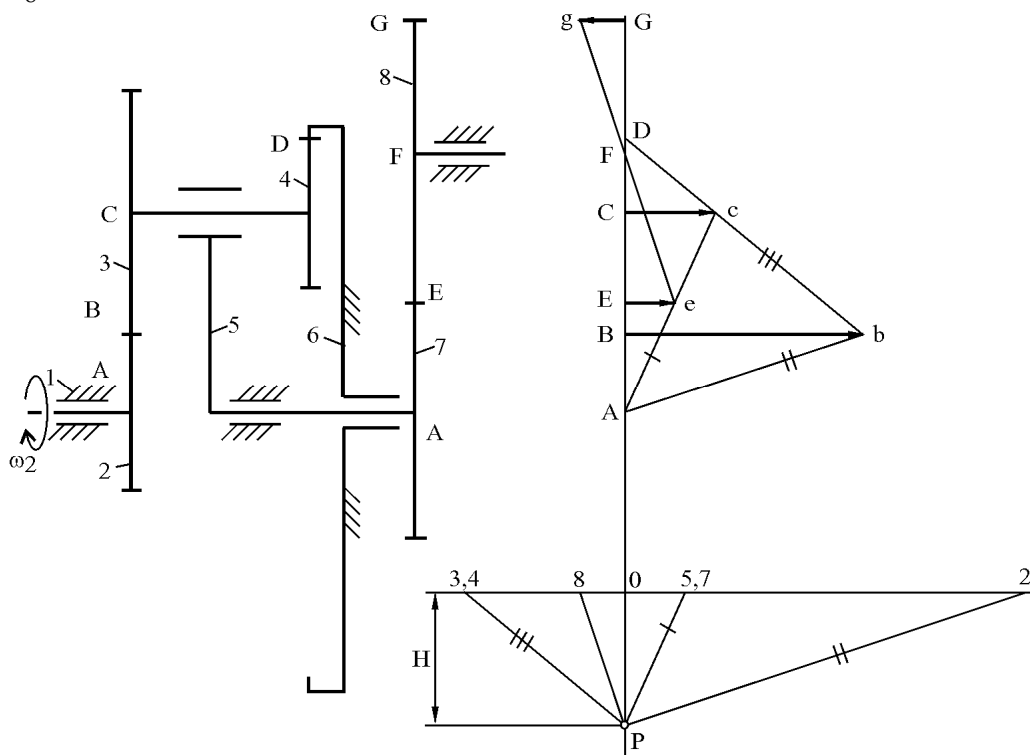
$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \text{ m/s}}{3 \text{ cm}}}{1,7 \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,51 \text{ cm}}, \text{ те су угаоне брзине:}$$

$$\omega_3 = \omega_4 = \overline{03} \cdot U_\omega = -2,15 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,51 \text{ cm}} = -4,215 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_5 = \omega_7 = \overline{05} \cdot U_\omega = 1,470 \text{ s}^{-1}, \quad \text{и}$$

$$\omega_8 = \overline{08} \cdot U_\omega = -1,196 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос од улазног погонског зупчаника 2 до излазног гоњеног 8 једнак је:

$$i_{2,8} = \frac{\omega_2}{\omega_8} = \frac{\overline{02}}{-\overline{08}} = -\frac{5,0}{0,6} = -8,33.$$



Сл. 11.8: Метода планарних обимних и угаоних брзина планетарног преносника снаге

11.7. Метода угаоних брзина (аналитичка метода)

Метода угаоних брзина заснива се на аналитичком изразу за преносни однос планетарних преносника снаге који је открио енглески научник Вилис (Villis):

$$i_{p,z}^n = \frac{\omega_p - \omega_n}{\omega_z - \omega_n} \quad \text{или} \quad \frac{\omega_p^n}{\omega_z^n} = \frac{\omega_p - \omega_n}{\omega_z - \omega_n}, \quad \dots \quad (11.9)$$

где је: $i_{p,z}^n$ - преносни однос од предњег до задњег зупчаника релативно према носачу, ω_p - угаона брзина предњег зупчаника према непокретној оси, ω_z - угаона брзина задњег зупчаника према непокретној оси, ω_n - угаона брзина носача према непокретној оси, ω_p^n - угаона брзина предњег зупчаника релативно према носачу и ω_z^n - угаона брзина задњег зупчаника релативно према носачу.

Који је зупчаник предњи, а који задњи у неком планетарном преноснику снаге, свеједно је, усваја се, што не утиче на решење задатка.

Једначина (11.9) обухвата зупчанике у спрези између којих је носач. Користи се за све планетарне преноснике снаге: епицикличне, диференцијалне, једноставне и сложене.

За планетарни преносник снаге са слике 11.8 може се усвојити да је предњи зупчаник 2, а задњи 6 или обрнуто те је:

$$i_{2,6}^5 = \frac{\omega_2 - \omega_5}{\omega_6 - \omega_5} \quad (11.10)$$

Из ове једначине може се одредити ω_5 , као једини непознат параметар, ако се претходно одреди $i_{2,6}^5$, јер је $\omega_6 = 0$.

Преносни однос $i_{2,6}^5$ је релативни преносни однос између зупчаника 2 и 6 у односу на носач 5 и он је исти било да се носач 5 креће или мирује се одредити ω_5 , као једини непознат параметар, ако се претходно одреди $i_{2,6}^5$, јер је $\omega_6 = 0$.

Одређује се на тај начин **што се замисли да носач мирује, а да се непокретни зупчаник креће**. Када носач 5 условно мирује зупчаници 2, 3, 4 и 6 су класично спрегнути, односно зупчаници 3 и 4 нису више сателити. Непокретни зупчаник 6 се условно креће, те је преносни однос једнак:

$$i_{2,6}^5 = i_{2,3} \cdot i_{4,6} = -\frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{R_6}{R_4} = -\frac{0,150}{0,10} \cdot \frac{0,35}{0,09} = -5,833. \text{ Из једначине (11.10) следи да је } \omega_5 = \frac{\omega_2}{1 - i_{2,6}^5} = \frac{10}{1 - (-5,833)} = 1,463 \text{ s}^{-1}. \text{ Пошто су носач 5 и зупчаник 7 на истом вратилу, имају}$$

исту угаону брзину, те је $\omega_7 = \omega_5 = 1,463 \text{ s}^{-1}$. Зупчаници 7 и 8 су класично спрегнути те је:

$$i_{7,8} = \frac{\omega_7}{\omega_8} = -\frac{R_8}{R_7}, \text{ одакле се добија угаона брзина зупчаника 8:}$$

$$\omega_8 = -\frac{\omega_7 \cdot R_7}{R_8} = -\frac{1,463 \cdot 0,14}{0,17} = -1,204 \text{ s}^{-1}. \text{ Негативан предзнак угаоне брзине зупчаника 8}$$

значи да се он обрће у супротном смеру од погонског зупчаника 2 чији је смер усвојен за позитиван.

Да би се одредила угаона брзина сателита 3 и 4 постави се једначина (11.10) за зупчанике 2, 3 и носача 5 или за зупчанике 4, 6 и носача 5, те је:

$$i_{2,3}^5 = \frac{\omega_2 - \omega_5}{\omega_3 - \omega_5} \quad (11.11)$$

Релативан преносни однос између зупчаника 2 и 3 је:

$$i_{2,3}^5 = \frac{\omega_2}{\omega_3} = -\frac{R_3}{R_2} = -\frac{0,150}{0,100} = -1,5, \text{ те се из једначине (11.11) добија } \omega_3 \text{ као једини непознати}$$

$$\text{параметар: } \omega_3 = \frac{\omega_2 + \omega_5(i_{2,3}^5 - 1)}{i_{2,3}^5} = -4,228 \text{ s}^{-1}.$$

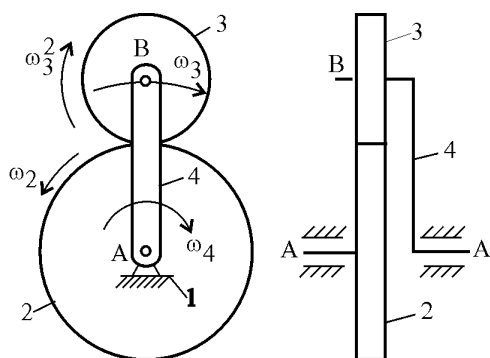
Задатак 11.4: За диференцијални планетарни преносник снаге (сл. 11.10) одредити угаону брзину сателита 3 (гоњеног радног члана) ако је: $\omega_4 = \pm 20 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, (ω_2 је мање од ω_4), $R_2 = 0,2 \text{ m}$ и $R_3 = 0,1 \text{ m}$.

Преносни однос је: $i_{2,3}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4}$ и $i_{2,3}^4 = -\frac{R_3}{R_2}$. Из ове две једначине добија се израз за угаону брзину сателита 3:

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 - \omega_4 \cdot \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right)}{-\frac{R_3}{R_2}}, \dots\dots\dots (11.12)$$

те је за $\omega_4 = 20 \text{ s}^{-1}$, $\omega_3/\omega_4 = 20 = 40 \text{ s}^{-1}$, а за $\omega_4 = -20 \text{ s}^{-1}$ је $\omega_3/\omega_4 = -20 = -80 \text{ s}^{-1}$

Значи, да за напред задате податке, када се носач 4 обрће у супротном смеру од зупчаника 2, сателит 3 ће бити два пута бржи него у случају када су носач 4 и зупчаник 2 истих смерова обртања. У оба случаја угаоне брзине сателита 3 и носача 4 су истих смерова.



Сл. 11.10: Узајамна зависност угаоних брзина (задајак 11.4 и 11.5)

Задатак 11.5: За претходни задатак (сл. 11.10) одредити угаону брзину сателита 3 ако је $\omega_4 = \pm 20 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = 40 \text{ s}^{-1}$, (ω_2 је веће од ω_4), $R_2 = 0,2 \text{ m}$ и $R_3 = 0,1 \text{ m}$.

Из једначине (11.12) добија се да је за $\omega_4 = 20 \text{ s}^{-1}$, $\omega_3 = -20 \text{ s}^{-1}$, а за $\omega_4 = -20 \text{ s}^{-1}$ је $\omega_3 = -140 \text{ s}^{-1}$. Значи да се у првом случају када су смерови зупчаника 2 и носача 4 исти, угаона брзина сателита 3 је супротног смера и седам пута мања него при различитим смеровима зупчаника 2 и носача 4.

На основу задатака 11.4 и 11.5 за једноставан планетарни диференцијални преносник снаге са три покретна члана (сл. 11.10) могу се извести следећи закључци:

- Променом смера или вредности угаоних брзина носача 4 и централног зупчаника 2 постижу се врло различите угаоне брзине сателита 3, без промене геометријских вредности ($R_2 = 0,2 \text{ m}$ и $R_3 = 0,1 \text{ m}$) (таб. 11.1).
- За исту вредност угаоне брзине носача 4, а супротног смера, сателит 3 ће бити два пута бржи (колоне 1 и 2) или у другом случају седам пута бржи (колоне 3 и 4).
- За одговарајуће вредности брзина чланова 2 и 4, сателит 3 може да се не обрће ($\omega_3 = 0$), односно да се сателит 3 креће транслаторно по кружности (колоне 5 и 8).
- Ако се укочи носач 4 ($\omega_4 = 0$), преносник престаје бити планетарни, већ класично спрегнути преносник снаге (колоне 7).

Табела 11.1: Вредности угаоних брзина планетарног преносника снаге са сл. 11.22

Угаоне брзине чланова	Различите варијанте међусобних вредности брзина обртања							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$\omega_2 \left(s^{-1} \right)$	10	10	40	40	30	30	10	10
$\omega_4 \left(s^{-1} \right)$	20	-20	20	-20	20	-20	0	6,666
$\omega_3 \left(s^{-1} \right)$	40	-80	-20	-140	0	-160	-20	0

Из претходна два задатка 11.4 и 11.5 (сл.11.22) могу се сагледати велике могућности за добијање различитих вредности и односа брзина, једног те истог планетарног преносника снаге.

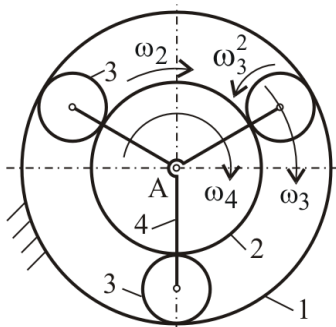
Задатак 11.6: За планетарни механизам са сл. 11.23 дати су бројеви зубаца $z_1 = 50$, $z_2 = 26$ и $z_3 = \frac{z_1 - z_2}{2} = 12$. Непокретан је зупчаник са унутрашњим зупчањем (1), а покретан сунчани зупчаник (2). Одредити укупан преносни однос у два случаја:

а) када је погонски члан сунчани зупчаник 2 са $\omega_2 = 10 s^{-1}$ и

б) када је погонски члан носач 4 са $\omega_4 = 10 s^{-1}$.

За први случај под а) угаона брзина носача 4 добија се из релације $i_{2,1}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = \frac{-z_1}{z_2} = -1,923$, одакле је $\omega_4 = \frac{\omega_2}{1 - i_{2,1}^4} = 3,421 s^{-1}$, те је укупан преносни однос

када је погонски члан сунчани зупчаник, а гоњени носач: $i_{2,4} = \frac{\omega_2}{\omega_4} = \frac{10}{3,421} = 2,923$.



Сл. 11.11: Задатак 11.6

У другом случају под б) из једначине $i_{2,1}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4} = \frac{-z_1}{z_2} = -1,923$ добија се да је $\omega_2 = \omega_4 (1 - i_{2,1}^4) = 29,23 s^{-1}$, те је укупан преносни однос када је погонски члан носач, а гоњени сунчани зупчаник: $i_{4,2} = \frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{10}{29,23} = 0,342$.

Из овог примера се могу извући следећи закључци: Исти планетарни механизам може бити редуктор, случај под а) или мултипликатор, случај под б); У оба случаја смерови обртања излазног гоњеног члана су исти; У случају да се укочи носач (4) преносници ће се кретати као обично спрегнути (престаће бити планетарни), те ће преносни однос бити

$$i_{2,1} = \frac{-z_1}{z_2} = -1,923.$$

Значи, овај планетарни преносник (сл. 11.11), с тим да је непокретан зупчаник (1), а покретан (2) има следеће могућности преносног односа: $i < 1$ и $i > 1$.

Задатак 11.7: Графичком и аналитичком методом одредити брзине и преносне односе сложеног планетарног механизма (сл. 11.12). Дати подаци су: $R_2 = 0,11 \text{ m}$, $R_3 = 0,065 \text{ m}$, $R_4 = 0,08 \text{ m}$, $R_5 = 0,09 \text{ m}$, $R_6 = 0,09 \text{ m}$, $R_7 = 0,05 \text{ m}$, $R_8 = 0,23 \text{ m}$, $R_9 = 0,08 \text{ m}$ и $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$.

Графоаналитичка метода:

Обимна брзина тачке В је: $v_B = R_2 \cdot \omega_2 = 0,11 \cdot 10 = 1,1 \text{ m/s}$. Према усвојеној размери за обимне брзине $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}}$ нацрта се обимна брзина тачке В.

На плану брзина споје се тачке А и б и добија се векторица зупчаника 2. Тачка В је и тачка на зупчанику 3, те се споји тачка б са С која је тренутни пол за зупчанике 3 и 4 (на истом су вратилу) и тако добија векторица зупчаника 3 и 4. На овој векторци је и тачка е јер је то вратило зупчаника 3 и 4. Спајањем тачака е и А добија се векторица носача 10.

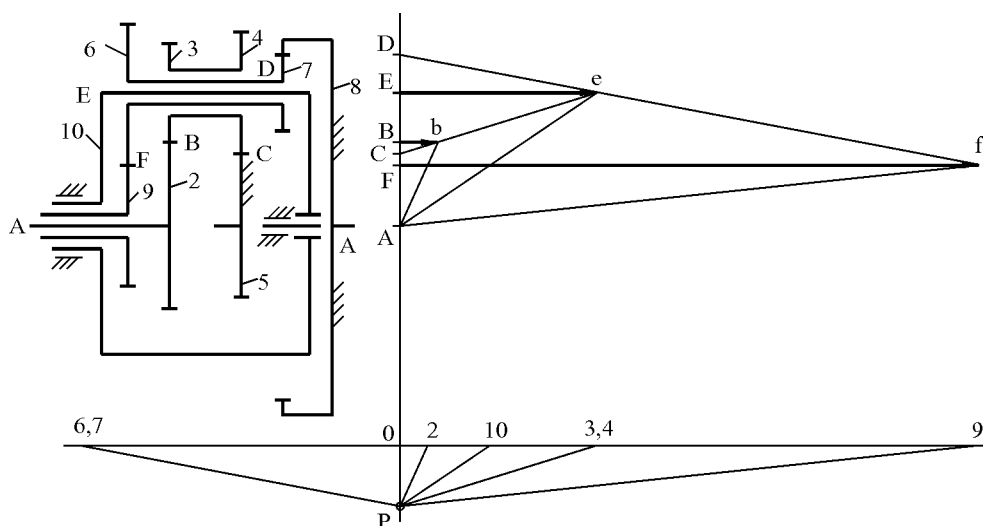
Тачка Е је на вратилу зупчаника 6 и 7, стога се споје тачке е и D (тренутни пол зупчаника 6 и 7) и добија векторица зупчаника 6 и 7. На овој векторци је тачка f, јер је ова тачка на зупчанику 6. Спајањем тачке f са А добија се векторица зупчаника 9. Множењем одговарајућих одсецака са размером добијају се вредности обимних брзина: $v_E = \overline{Ee} \cdot U_v = 1,3 \text{ m/s}$ и $v_F = \overline{Ff} \cdot U_v = 3,8 \text{ m/s}$.

План угаоних брзина је нацртан на начин како је напред објашњено. Размера за угаоне

брзине одређена је према једначини $U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L}$ и износи: $U_\omega = \frac{\frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}}}{0,8 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,04 \text{ cm}}$.

Множењем одговарајућих одсецака са плана угаоних брзина добијају се интензитети:

$\omega_3 = \omega_4 = \overline{03,4} \cdot U_\omega = 65 \text{ s}^{-1}$, $\omega_6 = \omega_7 = -\overline{06,7} \cdot U_\omega = -106,25 \text{ s}^{-1}$ и $\omega_9 = \overline{09} \cdot U_\omega = 188,75 \text{ s}^{-1}$.



Сл. 11.12: Одређивање брзина сложеног планетарног преносника снаге (задача 11.7)

Аналитичка метода:

Овако сложен планетарни преносник снаге (сл. 11.12) може се расчланити на више једноставних планетарних група за које се може написати једначина за преносни однос у којој ће фигурирати само један непознат параметар. То су следеће планетарне групе: 2, 3, 4, 5 и

носач 10; зупчаници 7, 8 и носач 10; зупчаници 4, 5 и носач 10 итд. Свака планетарна група треба да има: централни зупчаник, зупчаник сателит и носач, а да су при томе у спрези.

Прво се користи једначина за преносни однос оне планетарне групе у којој се налази погонски зупчаник 2 (група 2, 3, 4, 5 и носач 10), те је:

$$i_{2,5}^{10} = \frac{\omega_2 - \omega_{10}}{\omega_5 - \omega_{10}}, \text{ одакле је } \omega_{10} = \frac{\omega_2}{1 - i_{2,5}^{10}} \text{ јер је } \omega_5 = 0.$$

Преносни однос изражен преко датих полупречника једнак је:

$$i_{2,5}^{10} = \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{R_5}{R_4} = \frac{0,065}{0,11} \cdot \frac{0,09}{0,08} = 0,6647, \text{ те је } \omega_{10} = \frac{\omega_2}{1 - i_{2,5}^{10}} = \frac{10}{1 - 0,664} = 29,76 \text{ s}^{-1}.$$

Када је позната угаона брзина носача 10 може се сада користити једначина за преносни однос за планетарну групу зупчаника 7 и 8 са носачем 10:

$$i_{7,8}^{10} = \frac{\omega_7 - \omega_{10}}{\omega_8 - \omega_{10}}, \text{ одакле је } \omega_7 = \omega_{10}(1 - i_{7,8}^{10}) \text{ јер је } \omega_8 = 0. \text{ Преносни однос изражен преко}$$

датих полупречника једнак је:

$$i_{7,8}^{10} = \frac{R_8}{R_7} = \frac{0,23}{0,05} = 4,6, \text{ те је } \omega_7 = 29,76(1 - 4,6) = -107,136 \text{ s}^{-1}. \text{ Угаона брзина сателита 6 је}$$

иста као и сателита 7 јер су на истом вратилу: $\omega_6 = \omega_7 = -107,136 \text{ s}^{-1}$.

Сада се може користити једначина за преносни однос за планетарну групу зупчаника 6 и 9 са носачем 10: $i_{6,9}^{10} = \frac{\omega_6 - \omega_{10}}{\omega_9 - \omega_{10}}$, а преносни однос изражен преко полупречника је

$$i_{6,9}^{10} = -\frac{R_9}{R_6} = -\frac{0,08}{0,09} = -0,888, \text{ одакле је:}$$

$$\omega_9 = \frac{\omega_6 + \omega_{10}(i_{6,9}^{10} - 1)}{i_{6,9}^{10}} = \frac{-107,136 + 29,76(-0,888 - 1)}{-0,888} = 183,922 \text{ s}^{-1}.$$

Угаона брзина сателита 3 и 4 добија се из планетарне групе зупчаника 4 и 5 и носача 10 (или 2, 3 и 10), те је:

$$i_{4,5}^{10} = \frac{\omega_4 - \omega_{10}}{\omega_5 - \omega_{10}}, \text{ одакле следи да је } \omega_4 = \omega_{10}(1 - i_{4,5}^{10}) \text{ јер је } \omega_5 = 0. \text{ С друге стране овај}$$

преносни однос је: $i_{4,5}^{10} = -\frac{R_5}{R_4} = -\frac{0,09}{0,08} = -1,125$, те је $\omega_4 = 29,76(1 - (-1,125)) = 63,24 \text{ s}^{-1}$.

Угаона брзина сателита 3 је иста као и сателита 4 јер су на истом вратилу: $\omega_3 = \omega_4 = 63,24 \text{ s}^{-1}$.

11.8. Примена планетарних преносника снаге у тракторима

Због потребе да се механизовано обаве све агротехничке операције у пољопривредној производњи, савремене трансмисије трактора треба да омогуће:

- велик број степена преноса,
- исти број степена преноса за кретање напред и назад,
- континуална промена степена преноса,
- промена степена преноса без прекида тока снаге,
- аутоматизован процес измене степена преноса,
- мале габаритне димензије итд.

Да би се испунили наведени захтеви, у трансмисији трактора треба да буду уграђени, поред других и планетарни преносници снаге.

Планетарни преносници снаге ређе се користе у трансмисији трактора као главни мењачки преносници, већ као допунски преносници за:

- промену смера обртања,
- одвод снаге,
- промену вредности брзина обртања,
- промену вредности обртних момената,
- усклађивање брзина обртања точкова трактора при скретању,
- управљање код трактора гусеничара итд.

У трансмисији савремених трактора веома су заступљени планетарни преносници снаге због низа предности које су напред изнете.

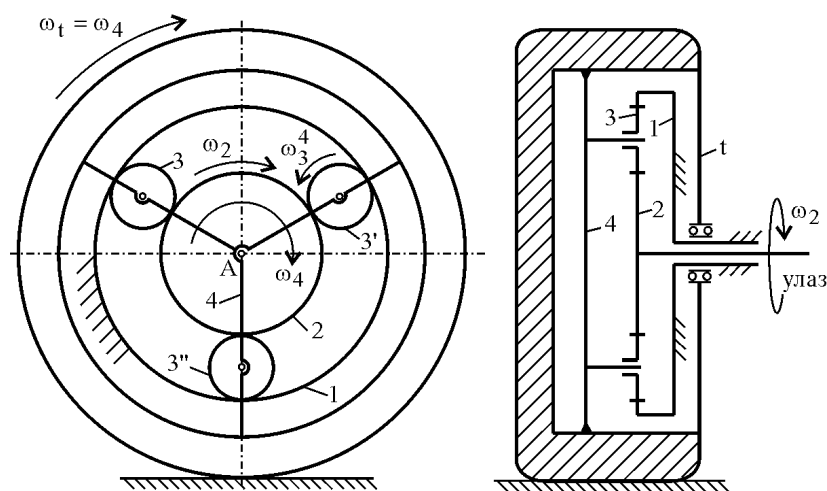
Епициклични планетарни преносник снаге за завршни погон точкова

Анализирани епициклични планетарни преносник снаге са слике 11.11 има примену за погон точкова трактора и комбајна.

Централни сунчани зупчаник 2 је погонски који добија погон од диференцијалног планетарног преносника снаге и обрће се угаоном брзином ω_2 (сл. 11.13). Зупчаник 2 је спрегнут са више сателита 3 (најчешће три сателита) које носи носач 4 и обрће се угаоном брзином ω_4 . Точак (t) обрће се истом угаоном брзином као и носач 4 јер је чврсто за њега спојен ($\omega_t = \omega_4$).

Преносни однос изражен преко угаоних брзина и бројева зубаца је: $i_{2,1}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4}$ и

$$i_{2,1}^4 = \frac{-z_3}{z_2} \cdot \frac{z_1}{z_3} = -\frac{z_1}{z_2}, \text{ одакле је угаона брзина носача 4 (точка t): } \omega_4 = \frac{\omega_2}{1 + \frac{z_1}{z_2}}.$$



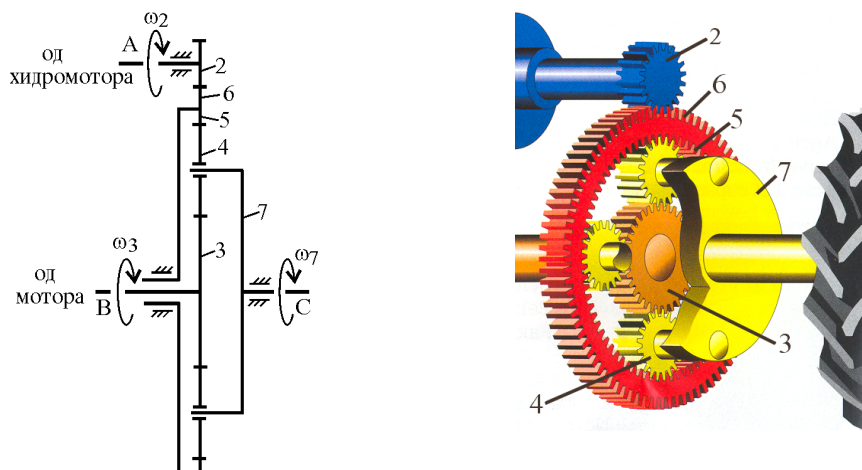
Сл. 11.13: Планетарни преносник снаге за погон точкова трактора и комбајна

Диференцијални планетарни преносник снаге за завршни погон точкова трактора

Друга варијанта планетарног преносника снаге за погон точкова трактора (завршни пренос) је диференцијални планетарни преносник снаге (сл. 11.14), где су сви зупчаници

покретни. Овај планетарни преносник снаге има два погонска зупчаника 3 и 2. Централни зупчаник 3 добија погон од мотора преко трансмисије, а зупчаник 2 од хидромотора. Зупчаници 5 и 6 су, заправо један прстенасти зупчаник са унутрашњим (5) и спољашњим (6) зупчањем, те су им угаоне брзине исте ($\omega_5 = \omega_6$).

Променом броја обртаја погонских зупчаника 2 и 3 добијају се врло различити бројеви обртаја носача сателита (7), односно точка трактора.



Сл. 11.14: Диференцијални планетарни преносник снаге за погон точкова трактора

Угаона брзина зупчаника 6 добија се из преносног односа $i_{2,6} = \frac{\omega_2}{\omega_6} = -\frac{z_6}{z_2}$, одакле је $\omega_6 = -\frac{\omega_2 \cdot z_2}{z_6}$. Угаона брзина носача сателита (7), односно точка трактора добија се из

преносног односа за планетарну групу 3, 4, 5 и 7: $i_{3,5}^7 = \frac{\omega_3 - \omega_7}{\omega_5 - \omega_7} = -\frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_5}{z_4}$, одакле је

$$\omega_7 = \frac{\omega_3 + \omega_5 \cdot \frac{z_5}{z_3}}{1 + \frac{z_5}{z_3}}.$$

Диференцијални планетарни преносник снаге за погон точкова трактора

Диференцијални планетарни преносник снаге за погон точкова трактора и других возила добија погон од коничног зупчаника 2 који се погони од мотора, преко мењача (сл. 11.15). Са коничним зупчаником 2 спрегнут је 3 који је чврсто спојен са носачем 8 који носи коничне сателите 4 и 5 који трче око централних зупчаника 6 и 7. Зупчаници 6 и 7 погоне пар зупчаника 9, 10 и 11, 12. На вратилу зупчаника 10 и 12 налазе се задњи точкови трактора.

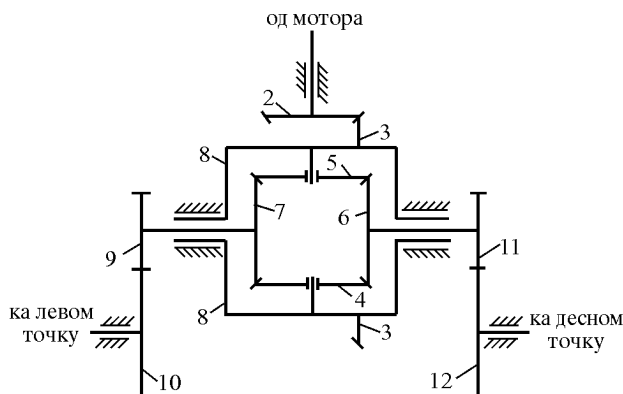
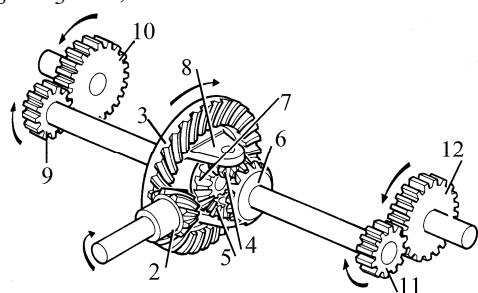
Диференцијални планетарни преносник снаге омогућава различито обртање левог и десног точка трактора (10 и 12) иако се точкови погоне од истог вратила (2).

Задатак 11.8: За диференцијални планетарни преносник снаге за погон точкова трактора са сл. 11.27 одредити угаоне брзине точкова. Дати подаци су: $\omega_2 = 50 \text{ s}^{-1}$, бројеви зубаца зупчаника $z_2 = 15$, $z_3 = 72$, $z_4 = z_5$, $z_6 = z_7$, $z_9 = 16$, $z_{10} = 65$, $z_{11} = z_9$ и $z_{12} = z_{10}$.

Из преносног односа за класично спрегнут конични пар 2, 3 добија се угаона брзина зупчаника 3:

$$i_{2,3} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2} \text{ следи да је: } \omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot z_2}{z_3} = \frac{50 \cdot 15}{72} = 10,41 \text{ s}^{-1}, \text{ те је угаона брзина носача сателита}$$

$$\omega_8 = \omega_3 = 10,41 \text{ s}^{-1}.$$



Сл. 11.15: Диференцијални планетарни преносник снаге за погон задњих точкова трактора (задајак 11.8)

Диференцијални планетарни преносник снаге је сложен из две планетарне групе: прву сачињавају чланови 3, 8, 5, 6 и 7, а другу 3, 8, 4, 6 и 7. Може се користити једначина за преносни однос за било коју планетарну групу, нпр. 3, 8, 5, 6 и 7:

$$i_{6,7}^8 = \frac{\omega_6 - \omega_8}{\omega_7 - \omega_8}. \text{ Релативни преносни однос између зупчаника 6 и 7 је:}$$

$$i_{6,7}^8 = -\frac{z_5}{z_6} \cdot \frac{z_7}{z_5} = -\frac{z_7}{z_6} = -1. \text{ Из претходне једначине се добија да је:}$$

$$\omega_6 + \omega_7 = 2 \cdot \omega_8 = 2 \cdot \omega_3. \quad (11.13)$$

Значи да је збир угаоних брзина зупчаника 6 и 7 једнак двострукој вредности угаоне брзине носача 8, односно коничног зупчаника 3. Вредности угаоних брзина зупчаника 6 и 7 крећу се од минималне (када је вредност нула) до максималне вредности, те је:

$$\omega_6 = 0 \text{ до } \omega_6 = 2 \cdot \omega_3 \text{ и } \omega_7 = 2 \cdot \omega_3 \text{ до } \omega_7 = 0. \quad (11.14)$$

За дати пример (сл. 11.27) следи да је: $\omega_6 + \omega_7 = 2 \cdot \omega_8 = 2 \cdot \omega_3 = 2 \cdot 10,41 = 20,82 \text{ s}^{-1}$, те се при $\omega_{6\min} = 0$ добија $\omega_{7\max} = 2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$, а при $\omega_{6\max} = 2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$ добија се $\omega_{7\min} = 0$. Вредности брзина зупчаника 6 и 7 се расподељују у оквиру њиховог збира до $2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$, зависно само од отпора котрљања.

Овај механизам омогућава да се леви и десни точкови трактора обрћу различитим бројевима обртаја, што је случај када трактор скреће у кривини. Којим бројем обртаја ће се обртати леви, а којим десни точкови зависи само од отпора. При скретању трактора у кривини, отпор кретању унутрашњег точка је већи од спољашњег, те се сразмерно отпору спорије окреће од спољашњег зупчаника.

Неједнак је отпор обртању точкова трактора чак и при кретању по праволинијском путу по њиви, орању и сл., те се и точкови обрћу различитом угаоном брзином. У случају када су разлике знатне, отежано је управљање трактором, те се у том случају блокира планетарни диференцијални преносник снаге, тако што се укочи носач 8. Када се укочи носач 8, овај механизам престаје да буде планетарни и зупчаници 7 и 6 обрћу се истим угаоним брзинама.

Угаоне брзине зупчаника 9 и 7 су исте, као и зупчаника 11 и 6 (на истим су вратилима). Брзине зупчаника 10 и 12 на чијим вратилима се налазе точкови трактора (сл. 11.15) добијају се из преносног односа:

$$i_{9,10} = \frac{\omega_9}{\omega_{10}} = -\frac{z_{10}}{z_9} = -\frac{65}{16} = -4,06, \text{ те је } \omega_{10} = \frac{\omega_9 \cdot z_9}{z_{10}} = \frac{20,82 \cdot 16}{65} = 5,12 \text{ s}^{-1}.$$

Вредности угаоних брзина точкова трактора (зупчаника 10 и 12) су у истом односу као и брзине зупчаника 6 и 7, те је:

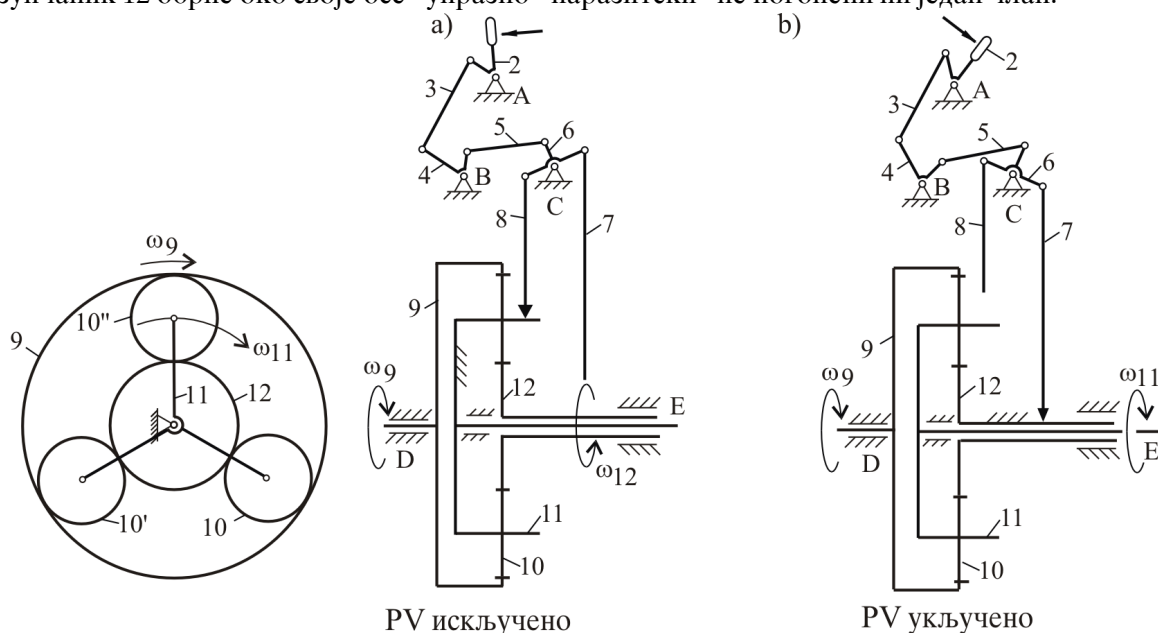
$$\omega_{10} + \omega_{12} = 2 \cdot \omega_{10\max} = 2 \cdot 5,12 = 10,24 \text{ s}^{-1}.$$

Планетарни преносник снаге за погон прикључног вратила трактора

За погон прикључног вратила трактора користи се планетарни механизам (сл. 11.16, а и б), који се састоји из цилиндричног зупчаника са унутрашњим зупчањем 9, унутар којег се крећу три сателита 10, који "трче" око централног сунчаног зупчаника 12 чије је вратило шупље. Сателите носи носач 11 чије вратило Е пролази кроз шупље вратило зупчаника 12 и погони прикључно вратило трактора. Погонски преносник је зупчаник 9 који добија погон од спојнице мотора преко зупчаника (овде нису приказани) и стално се обрће. На прикључно вратило трактора Е спаја се карданско вратило које погони активне радне органе прикључне машине.

Прикључно вратило се не окреће стално. Укључује се само када има потребе да се погоне активни радни органи прикључне машине (косачице, берачи итд.). За укључивање прикључног вратила трактора користи се полужни механизам који се састоји из чланова 2, 3, 4, 5, 6, 7, и 8.

Када се ручица 2 налази у положају напред (сл. 16а) преко полука 3, 4, 5 и 6 потискује се полука 8 на доле, при чему закочи носач 11, тако да се прикључно вратило Е не обрће. Када је носач закочен добија се класично спрезање зупчаника 9 и 10 и зупчаника 10 и 12, при чему се зупчаник 12 обрће око своје осе "упразно - паразитски" не погонећи ни један члан.



Сл. 11.16: Погон прикључног вратила трактора

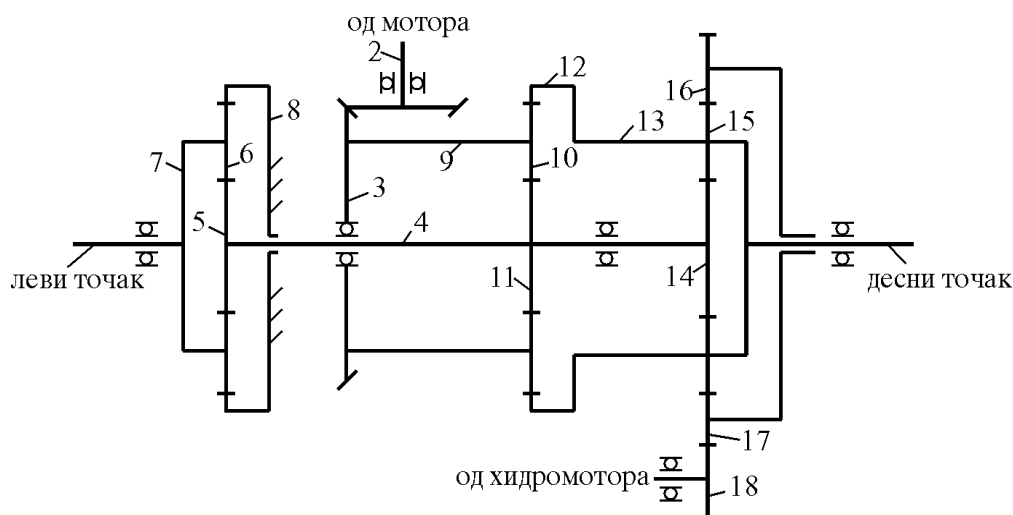
Када се ручица 2 повуче назад (сл. 16b) преко система полуга подиже се полуга 8 на горе, а потискује полуга 7 на доле при чему се закочи зупчаник 12, а откочи носач 11. На тај начин се добија епициклични планетарни преносник снаге код којег је непокретан централни зупчаник 12, а обрће се носач 11 заједно са сателитима 10 и обрће се прикључно вратило трактора Е

Планетарни преносник снаге за управљање трактора гусеничара

Трактори гусеничари, слично тракторима точкашима, имају у трансмисији више планетарних преносника снаге. Кинематичка шема планетарног преносника снаге за управљање гусеницама дата је на сл. 11.17а аксонометријски изглед на сл. 11.18.

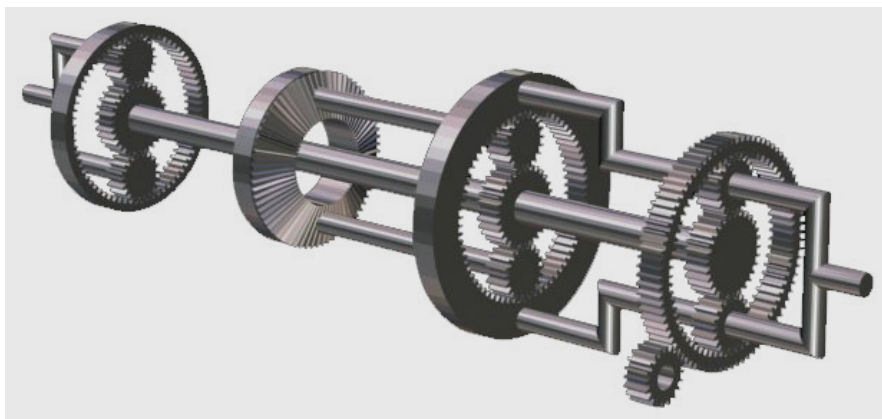
Овај планетарни преносник снаге састоји се из више планетарних група и омогућава кретање трактора гусеничара право, скретање у леву или у десну страну и обртање око кинематичког центра. Има два погонска зупчаника 2 и 18. Зупчаник 2 добија погон преко трансмисије од мотора, а зупчаник 18 од хидромотора.

При кретању трактора право оба вратила точкова треба да имају исту брзину обртања. Леви точак се налази на вратилу носача 7, а десни на вратилу носача 13. При томе се укочи зупчаник 16, те се погон добија само од коничног пара погонских зупчаника 2 и 3 преко средњег носача сателита 9 који носи сателите 10. Сателити 10 погоне средњи сунчани зупчаник 11 и средњи зупчаник са унутрашњим зупчањем 12. За зупчаник 12 чврсто је спојен десни носач сателита 13 на којем се налази вратило десног точака трактора. Средњи сунчани зупчаник 11 је на централном вратилу 4 на којем је леви сунчани зупчаник 5 који преко сателита 6 погони леви носач 7 на којем је вратило левог точака.



Сл. 11.17: Кинематичка шема планетарног преносника снаге за управљање трактора гусеничара

2. мали погонски конусни зупчаник (од мотора), 3. велики конусни зупчаник,
4. централно вратило, 5. леви сунчани зупчаник, 6. леви сателити,
7. леви носач сателита, 8. непокретни зупчаник са унутрашњим зупчањем, 9. средњи носач сателита, 10. средњи сателити, 11. средњи сунчани зупчаник, 12. средњи цилиндрични зупчаник са унутрашњим зупчањем, 13. десни носач сателита, 14. десни сунчани зупчаник, 15. десни сателити, 16. зупчаник са унутрашњим зупчањем, 17. зупчаник са спољашњим зупчањем, 18. погонски зупчаник (од хидромотора)



Сл. 11.18: Аксонометријски изглед планетарног преносника снаге за управљање трактора гусеничара

Угаона брзина коничног зупчаника (3) је $\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot z_2}{z_3}$. Носач сателита 9 је чврсто спојен са зупчаником 3, те је $\omega_9 = \omega_3$. На основу једначине за преносни однос између зупчаника 11 и 12 између којих је носач сателита 9 добија се једна од једначина за добијање угаоних брзина зупчаника 12 и 11:

$$i_{11,12}^9 = \frac{\omega_{11} - \omega_9}{\omega_{12} - \omega_9} = \frac{-z_{12}}{z_{11}} \quad (11.15)$$

Друга једначина за добијање ω_{11} и ω_{12} добија се из једначине за планетарну групу чланова 13, 14, 15 и 16 која гласи:

$$i_{14,16}^{13} = \frac{\omega_{14} - \omega_{13}}{\omega_{16} - \omega_{13}} = \frac{-z_{16}}{z_{14}} \quad (11.16)$$

Имајући у виду да је $\omega_{12} = \omega_{13}$, $\omega_{11} = \omega_{14}$ и $\omega_{16} = 0$ на основу претходне две једначине (25 и 26) добијају се угаоне брзине ω_{12} и ω_{11} као једине непознате величине. Угаона брзина десног точка једнака је угаоној брзини десног носача 13, односно зупчаника 12 ($\omega_{\text{десног точка}} = \omega_{13} = \omega_{12}$).

Леви точак добија погон од зупчаника 11 који се налази на централном вратилу 4 на чијем се крају налази леви сунчани зупчаник 5. Зупчаник 5 погони леве сателите 6, а они леви носач 7, јер је зупчаник 8 непокретан.

Из једначине за преносни однос планетарне групе чланова 5, 6, 7 и 8:

$$i_{5,8}^7 = \frac{\omega_5 - \omega_7}{\omega_8 - \omega_7} = \frac{-z_8}{z_5} \quad (11.17)$$

добија се ω_7 , јер је $\omega_5 = \omega_4 = \omega_{11} = \omega_{14}$ и $\omega_8 = 0$. Угаона брзина левог точка једнака је угаоној брзини левог носача 7, односно $\omega_{\text{левог точка}} = \omega_7$.

Уз одговарајуће величине зупчаника, оба точка имају исту вредност угаоних брзина, исте смерове и исте обртне моменте, те ће трактор гусеничар ићи право.

При скретању трактора лево хидромотор погони зупчаник 18, а зупчаник 2 добија погон преко трансмисије од мотора. Смер обртања зупчаника 18 треба да је такав да се добије смер

обртања зупчаника 12 исти као смер обртања зупчаника 3. Угаона брзина зупчаника 16 није више једнака нули, већ се одређује из односа: $\frac{\omega_{18}}{\omega_{17}} = -\frac{z_{17}}{z_{18}}$, те је:

$$\omega_{16} = \omega_{17} = -\frac{\omega_{18} \cdot z_{18}}{z_{17}} \quad (11.18)$$

На основу претходних једначина (при кретању право) за анализиране планетарне групе, добиле би се вредности угаоних брзина свих назначених чланова и зупчаника. При одговарајућем смеру обртања зупчаника 18, повећала би се угаона брзина зупчаника 12 и носача 13, односно повећала би се угаона брзина десног точка. За ту исту вредност, смањила би се брзина обртања носача 7, односно левог точка трактора.

Брзина обртања зупчаника 18 је променљива, те се на тај начин омогућава различит однос угаоних брзина левог и десног точка трактора, зависно од радијуса скретања.

При скретању трактора десно хидромотор погони зупчаник 18 у оном смеру да се смањи брзина зупчаника 12, односно носача 13 на чијем је вратилу десни точак. За вредност смањења угаоне брзине зупчаника 12 и десног точка долази до повећања угаоне брзине носача 7 и левог точка.

При ротацији трактора око кинематичког центра ручица мењача је у неутралном положају, тако да зупчаник 2 не добија погон ($\omega_2 = 0$), а планетарни механизам добија погон само од зупчаника 18 преко хидромотора. Угаона брзина зупчаника 16, тј. 17 одређује се према једначини (11.18) и она остаје непромењена за једну те исту вредност угаоне брзине зупчаника 18. Угаоне брзине зупчаника 3 и носача 9 су једнаке нули ($\omega_3 = \omega_9 = 0$). На тај начин планетарна група 9, 10, 11 и 12 престаје бити планетарна, већ постају класично спрегнути преносници, јер зупчаници 10 нису више сателити.

У једначини (11.16) за десну планетарну групу имамо сада две непознате брзине ω_{14} и ω_{13} . Из преносног односа, за сада класично спрегнуте зупчанике 11, 10 и 12 имамо да је $i_{11,12} = \frac{\omega_{11}}{\omega_{12}} = -\frac{z_{12}}{z_{11}}$. Из ове једначине и једначине број (26), а знајући да је $\omega_{11} = \omega_{14}$ и $\omega_{12} = \omega_{13}$ добијају се вредности угаоних брзина десног точка, централног вратила 4 и, на већ описани начин, левог точка.

Добијене вредности би показале да су угаоне брзине левог и десног точка исте, али супротних смерова што доводи до обртања трактора око своје средишње кинематичке осе.

11.2.9. Планетарни преносник снаге за транслаторно кретање

Епициклични планетарни преносник снаге са једним непокретним сунчаним зупчаником 1 и два зупчаника сателита 2, 3 на једном носачу 4 омогућују транслаторно кретање сателита 3 по кружности полупречника АС, под условом да су централни зупчаник 1 и спољашњи сателит 3 истих величина (сл. 19). Погонски члан је носач 4 који се обрће на једну или другу страну угаоном брзином ω_4 .

Угаона брзина сателита 3 добија се из преносног односа:

$$i_{1,3}^4 = \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4} \quad (11.19)$$

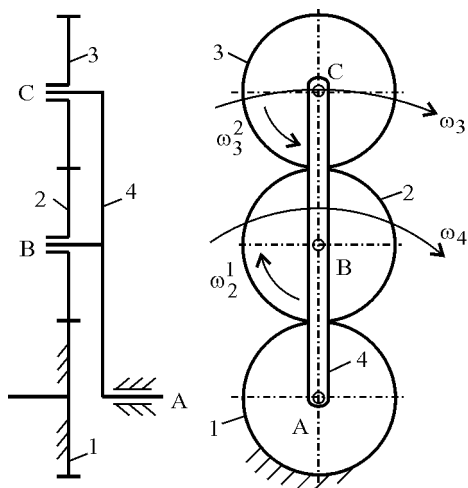
Угаона брзина зупчаника 1 је нула ($\omega_1 = 0$). Релативни преносни однос између зупчаника 1 и 3 релативно према носачу 4 (када се носач замишљено уочи) је:

$$i_{1,3}^4 = i_{1,2} \cdot i_{2,3} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot (-1)^2 = 1 \text{ јер су зупчаници 1 и 3 истих величина. Из претходне}$$

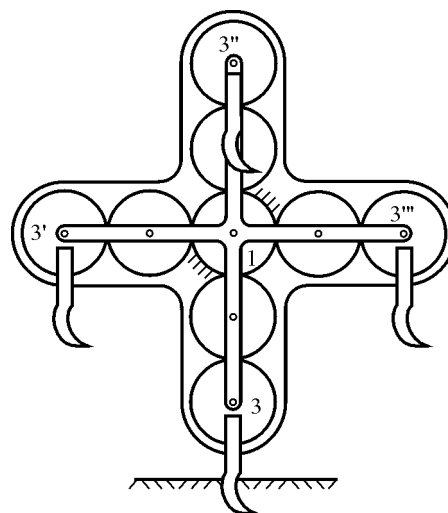
једначине (29) добија се да је $1 = \frac{0 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4}$, одакле следи да је $\omega_3 = 0$.

При кружном кретању носача 4 који носи сателите 2 и 3, сателит 3 нема кружно кретање, већ се транслаторно креће по кружној путањи. То значи да се сателит 3 стално налази у једном, хоризонталном положају.

Из тог разлога овај преносник има примену за оне машине и механизме чији радни органи треба да у току кретања стално остану у хоризонталном положају, нпр. код садница и вадница пољопривредних култура (сл. 11.20). При окретању носача, сателити 3, 3', 3'', ... којих има више, крећу се транслаторно по кружници. На сателитима 3 чврсто су спојени радни органи у виду мотичица за вађење, који стално, у току кретања задржавају првобитни вертикални положај.



Сл. 11.19: Епициклични преносник снаге за транслаторно кретање



Сл. 11.20: Примена преносника снаге за транслаторно кретање радних органа садница

Задатак 11.9: Одредити погон механизма за мешање зрнастих пољопривредних производа. Дефинисати погон вратила 1 на којем се налазе тегови 2 и 3, под условом да се тегови обрћу угаоним брзинама истих интензитета а супротних смерова ($\omega_3 = -\omega_2$). Тег 2 је са вратилом 1 чврсто спојен у тачки А и заједно се са њим обрће. Растојања L тегова 2 и 3 од вратила 1 су иста (сл. 11.21).

Да би се тег 3 обрћао у супротном смеру од тег 2 и вратила 1, потребно је да се око вратила слободно обрће. То значо да тег 3 није чврсто спојен за вратило 1 (тачка С) већ је на котрљајним лежајима који му то омогућавају. Тег 3 је у чврстој вези са спољним прстеном лежаја, а унутрашњи прстен лежаја је у чврстој вези са вратилом 1 и заједно се са њим обрће. Док се прстенови лежаја обрћу у супротним смеровима, котрљање се остварује преко котрљајних тела лежаја (куглица).

Кретање тег 3, како је задатком постављено, могуће је остварити с епицикличним планетарним преносником снаге са два сателита (сл. 11.22). На вратилу 1 је централни зупчаник 4 који се обрће истом угаоном брзином као и вратило и тег 2, $\omega_4 = \omega_1 = \omega_2$. У

спрези са зупчаником 4 је зупчаник сателит 5 који је спрегнут са сателитом 6. Сателити 5 и 6 ношени носачем 3 “трче” око зупчаника 4 и унутар непокретног зупчаника 7. Носач 3 је у чврстој вези са тегом 3.

Из једначине за преносни однос између зупчаника 4 и 7, релативно према носачу 3, $i_{4,7}^3 = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_7 - \omega_3}$ и релативног преносног односа изражено преко геометријских параметара $i_{4,7}^3 = \frac{D_5}{D_4} \cdot \frac{D_6}{D_5} \cdot \frac{D_7}{D_6} = \frac{D_7}{D_4}$, добија се израз за угаону брзину теча 3: $\omega_3 = \frac{\omega_4}{1 - i_{4,7}^3} = \frac{\omega_2}{1 - i_{4,7}^3}$, јер је $\omega_4 = \omega_1 = \omega_2$.

Заменом једнакости угаоних брзина тегова, $\omega_3 = -\omega_2$ у претходни израз добија се потребан преносни однос:

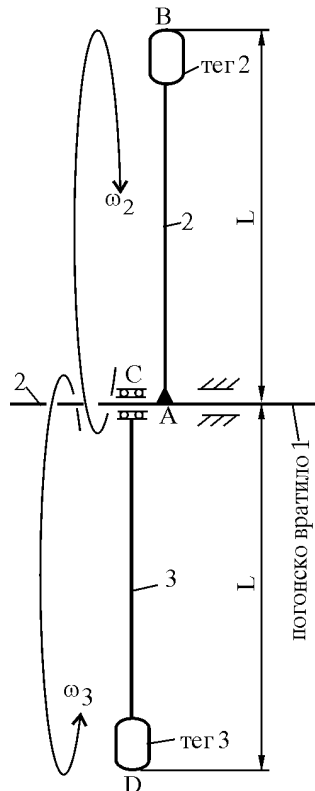
$$-\omega_2 = \frac{\omega_2}{1 - i_{4,7}^3}, \text{ те је } i_{4,7}^3 = 2, \text{ односно треба да је испуњен услов да је } \frac{D_7}{D_4} = 2, \text{ или ако се}$$

усвоји почетна вредност пречника зупчаника 4, тада је $D_7 = 2 \cdot D_4$.

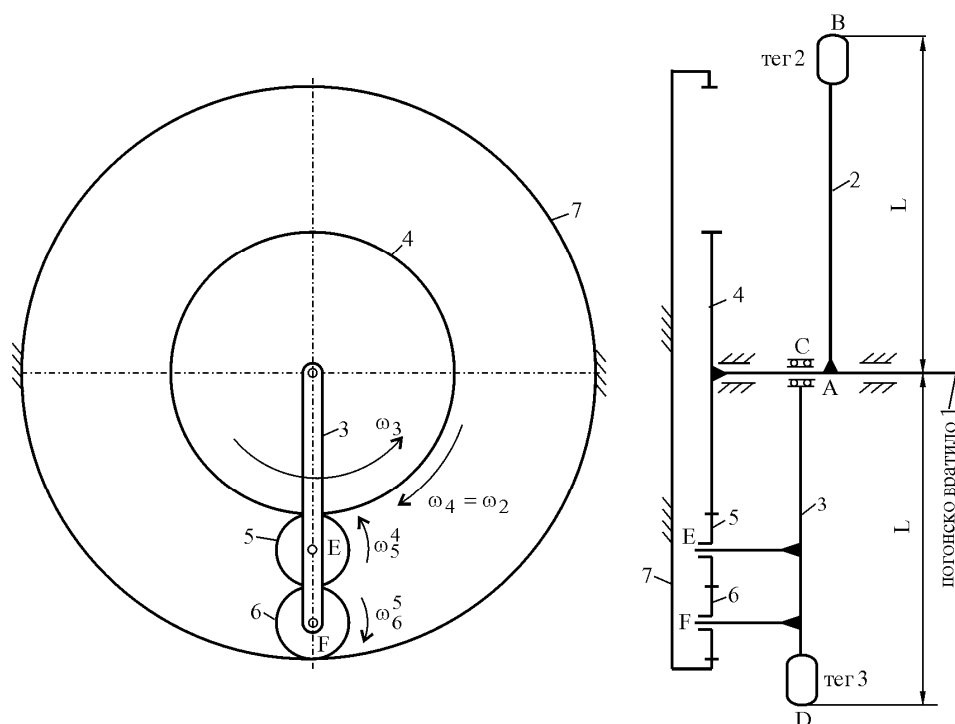
Пречници међузупчаника сателита 5 и 6 не утичу на преносни однос и њихова вредност се добија из геометријског услова да је:

$$\frac{D_7}{2} = \frac{D_4}{2} + D_5 + D_6. \text{ Из ове једначине следи да је } D_5 + D_6 = \frac{D_4}{2}.$$

Ако се усвоји да су зупчаници 5 и 6 истих величина добија се да је: $D_5 = D_6 = \frac{D_4}{4}$. Исти однос је и за број зубаца ових зупчаника, јер су сви зупчаници у спрези и имају исти модул m ($z_7 = 2 \cdot z_4$, $z_5 = z_6 = \frac{z_4}{4}$).



Сл. 11.21: Поставка задатка 11.9



Сл. 11.22: Планетарни преносник снаге за мешање зрнастих производа (решење задатка 11.9)

11.2.10. Степен корисности планетарних преносника снаге (η)

Степен корисности η код преносника снаге са непокретним осама (класично спрегнутим) зависи од стања обрађености додирних површина, одржавања и подмазивања. Међутим, код планетарних преносника снаге степен корисности зависи, поред горе наведеног, и од:

- тога који је зупчаник гоњени, а који је погонски,
- вредности угаоних брзина,
- вредности преносног односа,
- вредности обртног момента итд.

Због тога што на вредност степена корисности планетарних преносника снаге утиче велики број параметара, аналитичко одређивање његове вредности је веома сложено, те се проверава експерименталним путем.

Планетарни преносници снаге могу имати веома мали степен корисности, толико да је њихово коришћење несекономично, или толико мали да долази до самозакочења преносника, што представља основни недостатак планетарних преносника снаге.

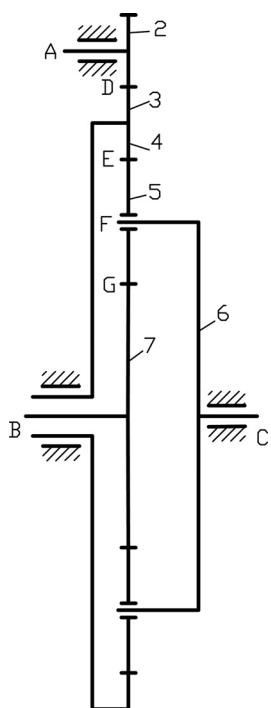
Постоји више аналитичких, нумеричких и експерименталних метода за одређивање степена корисности планетарних преносника снаге, међутим, ниједна до сада развијена метода не обухвата све факторе који утичу на вредност степена корисности.

Према истраживањима више аутора могу се извести општи закључци у вези вредности степена корисности планетарних преносника снаге:

- Најутицајнији параметар на губитке снаге у озубљењу планетарног преносника снаге (без обзира на структуру), представља улазна снага у преносник. Њено повећање доводи до повећања степена корисности;
- Повећањем улазног погонског броја обртаја и повећањем модула зупчаника долази до смањења губитака снаге у озубљењу, односно до повећања степена корисности;
- Начин подмазивања зупчаника је исто тако утицајан фактор на укупан степен корисности планетарног преносника снаге. За случај подмазивања потапањем зупчаника у уље, вредност степена корисности ће бити мања него при подмазивању слободним падом уља на место спрезања;
- Сви планетарни редуктори (смањење брзине обртања) имају при већим преносним односима врло мали степен корисности, ако је носач сателита погонски члан, а веће вредности ако је погонски члан централни сунчани зупчаник;
- Сви мултипликатори (повећање брзине обртања) имају мали степен корисности ако је погонски члан централни зупчаник, а релативно велики ако је погонски члан носач сателита;
- Епициклични планетарни редуктори треба да имају погон од централног зупчаника, а мултипликатори треба да имају погон од носача сателита. Ово се посебно односи на планетарне преноснике снаге који преносе већа оптерећења.

Задатак 11.10: За диференцијални планетарни преносник снаге (сл. 11.23) дати су подаци: $\omega_7 = 12 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = -8 \text{ s}^{-1}$ и $U_L = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}$. Графоаналитичком и аналитичком методом одредити:

- обимну брзине тачке F,
- угаону брзину носача 6 и
- преносни однос од погонског зупчаника 7 до излазног гоњеног носача 6.



Сл. 11.23: Поставка задатка 11.10

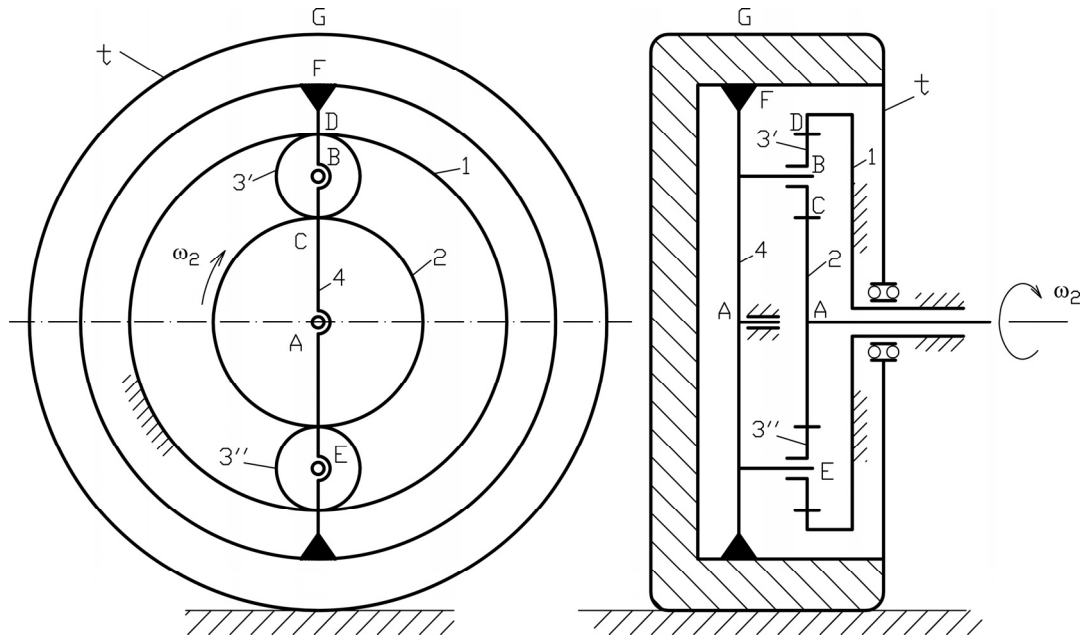
$$i_{7,4}^6 = \frac{\omega_7 - \omega_6}{\omega_4 - \omega_6}. \text{ Преносни однос је: } i_{7,4}^6 = \frac{-R_5}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_5} = -\frac{87}{182} \cdot \frac{356}{87} = -1,95, \text{ те је}$$

$\omega_6 = 3,481 \text{ s}^{-1}$. Обимна брзина тачке F је

$$v_F = R_6 \cdot \omega_6 = 0,269 \cdot 3,481 = 0,936 \text{ m/s}, \text{ а преносни однос } i_{7,6} = \frac{\omega_7}{\omega_6} = \frac{12}{3,48} = 3,44.$$

Задатак 11.11. Епициклични планетарни механизам (сл.11.25) погони точак трактора (t). Централни зупчаника (2) добија погон од диференцијалног планетарног механизма трактора. Угаона брзина зупчаника (2) је $\omega_2 = 5 \text{ s}^{-1}$. Размера цртања је $U_L = \frac{1 \text{ m}}{3,5 \text{ cm}}$. Одредити угаону и обимну брзину точка (t). Задатак решити аналитичком

и графичком методом. Размера за цртање плана обимних брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$.



Сл. 11.25: Поставка задатка 11.11

Графичка метода

Обимна брзина тачке C је $v_C = \overline{AC} \cdot \omega_2 = 0,371 \text{ m} \cdot 5 = 1,85 \text{ m/s}$, јер је

$$\overline{AC} = \overline{AC} \cdot U_L = 1,3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{3,5 \text{ cm}} = 0,371 \text{ m}. \text{ На основу плана обимних и угаоних брзина (сл.}$$

$$11.26) \text{ добија се: } v_t = \overline{Gg} \cdot U_v = 3,68 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}} = 1,84 \text{ m/s} \text{ и}$$

$$\omega_t = \overline{Ot} \cdot U_\omega = 3,06 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{1,71 \text{ cm}} = 1,789 \text{ s}^{-1}, \text{ јер је } U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}}{3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{3,5 \text{ cm}}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{1,714 \text{ cm}}.$$

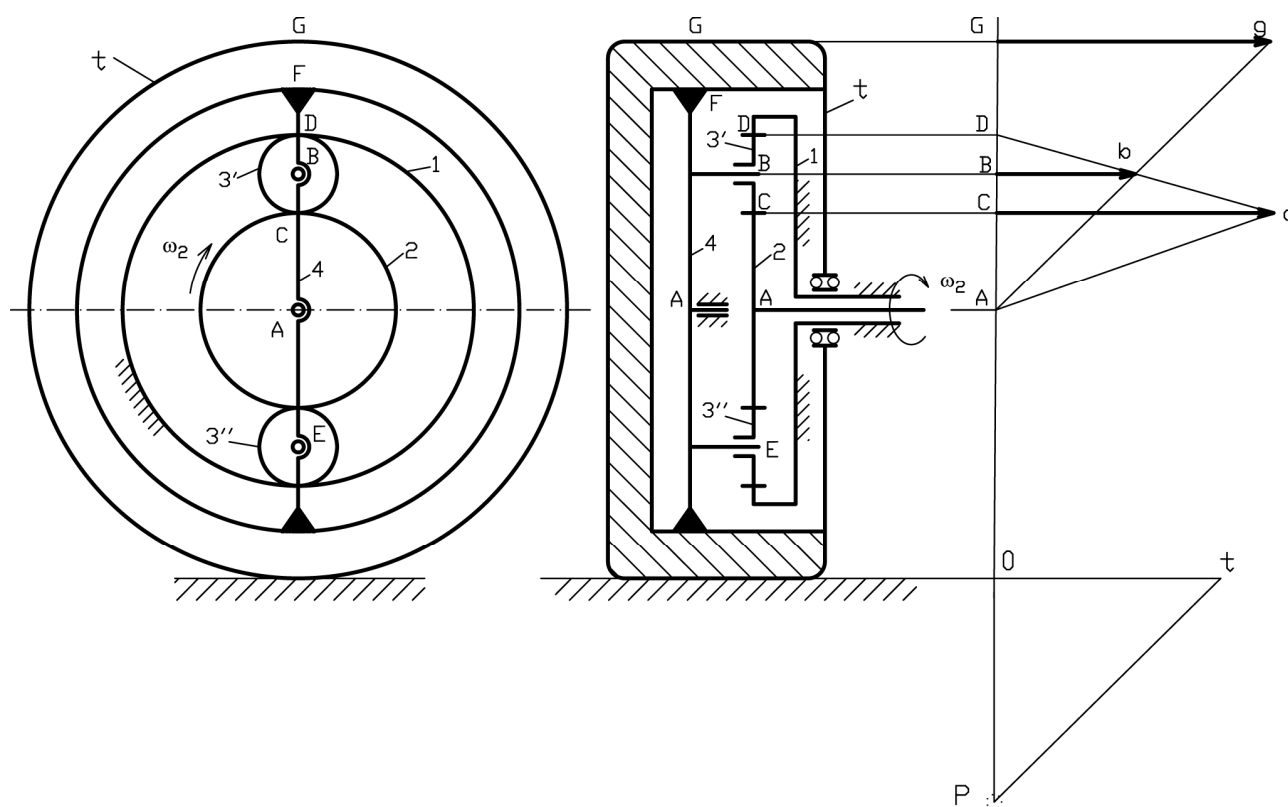
Аналитичка метода

Из преносног односа $i_{21}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4}$ добија се угаона брзина носача 4, $\omega_4 = \frac{\omega_2}{1 - i_{21}^4}$,

јер је $\omega_1 = 0$. Преносни однос i_{21}^4 једнак је $i_{21}^4 = \frac{-R_3}{R_2} \cdot \frac{R_1}{R_3} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{2,37}{1,31} = -1,809$,

одакле је $\omega_4 = \frac{\omega_2}{1 - i_{21}^4} = \frac{5}{1 + 1,809} = 1,77 \text{ s}^{-1}$.

Обимна брзина тачка је $v_t = R_t \cdot \omega_4 = 1,037 \text{ m} \cdot 1,77 \text{ s}^{-1} = 1,836 \text{ m/s}$.



Сл. 11.26: Решење задатка 11.11

Задатак 11.12: Планетарни епициклични преносник снаге (сл. 11.27) погони носач (5) угаоном брзином $\omega_5 = 100 \text{ s}^{-1}$. Сателит (6) обрће се око непокретног зупчаника (7), а сателит (4) обрће се унутар прстенастог зупчаника (3). Прстенасти зупчаник са спољним зупчањем (2) спрегнут је са зупчаником (8). Дати су полупречници: $R_2 = 60 \text{ mm}$, $R_3 = 50 \text{ mm}$, $R_4 = 10 \text{ mm}$, $R_5 = 40 \text{ mm}$, $R_6 = 15 \text{ mm}$, $R_7 = 25 \text{ mm}$, $R_8 = 10 \text{ mm}$, $R_9 = 25 \text{ mm}$ и $R_{10} = 45 \text{ mm}$. Аналитичком или графоаналитичком методом одредити: обимне брзине тачака D и F, угаоне брзине зупчаника и преносни однос од носача (5) до зупчаника (10). При коришћењу графоаналитичке методе усвојити размеру за брзине $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}}$.

Графоаналитичка метода

Обимна брзина вратила зупчаника 4 и 6 је $v_B = R_5 \cdot \omega_5 = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ m/s}$,
 $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}}$. Остали кинематички параметри су:

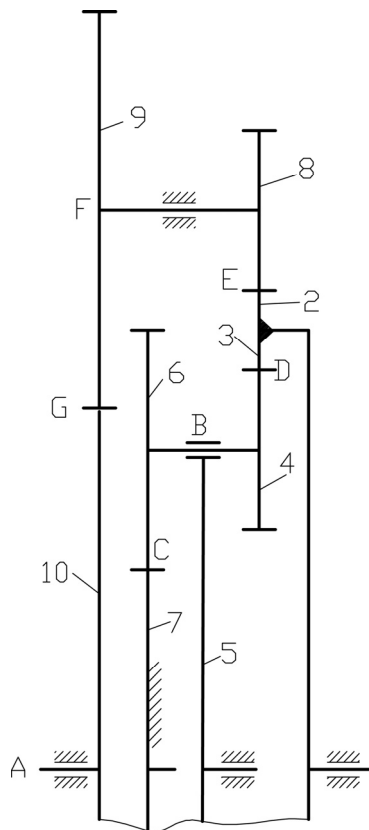
$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}}}{2 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}} = \frac{100 \text{ cm/s}}{0,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{\frac{1 \text{ cm}}{100}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}}, \quad U_\omega = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}},$$

$$v_D = \overline{Dd} \cdot U_v = 3,33 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}} = 6,66 \text{ m/s}, \quad v_F = 0 \quad (\text{сл. 11.28}).$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \overline{02} \cdot U_\omega = 1,34 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 134 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_4 = \omega_6 = \overline{04} \cdot U_\omega = 2,66 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 266 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_8 = \omega_9 = \overline{08} \cdot U_\omega = 8,00 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 800 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_{10} = \overline{010} \cdot U_\omega = 4,37 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 437 \text{ s}^{-1},$$

$$i_{5,10} = \frac{\omega_5}{\omega_{10}} = \frac{100}{437} = 0,228.$$



Сл. 11.27: Поставка задатка 11.12

Аналитичка метода

Угаона брзина вратила B је $v_B = R_5 \cdot \omega_5 = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ m/s}$.

Из израза за преносни однос између зупчаника 7 и 6 релативно према носачу 5 добија се угаона брзина сателита 6 и 4:

$$i_{7,6}^5 = \frac{\omega_7 - \omega_5}{\omega_6 - \omega_5} \quad i_{7,6}^5 (\omega_6 - \omega_5) = \omega_7 - \omega_5 \quad i_{7,6}^5 \cdot \omega_6 - i_{7,6}^5 \cdot \omega_5 = -\omega_5$$

$$\omega_6 = \frac{-\omega_5 + i_{7,6}^5 \cdot \omega_5}{i_{7,6}^5} = \frac{-100 + (-0,6) \cdot 100}{-0,6} = 266,66 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_4 = \omega_6 = 266,66 \text{ s}^{-1}, \text{ јер је}$$

$$i_{7,6}^5 = -\frac{R_6}{R_7} = -\frac{15}{25} = -0,6.$$

Из израза за преносни однос између зупчаника 3 и 4 релативно према носачу 5 добија се угаона брзина зупчаника 2 и 3:

$$i_{3,4}^5 = \frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_4 - \omega_5}, \quad (\omega_4 - \omega_5) \cdot i_{3,4}^5 + \omega_5 = \omega_3, \quad \omega_3 = (266,66 - 100) \cdot 0,2 + 100 = 133,32 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_2 = \omega_3 = 133,32 \text{ s}^{-1}, \quad \text{јер је } i_{3,4}^5 = \frac{R_4}{R_3} = \frac{10}{50} = 0,2.$$

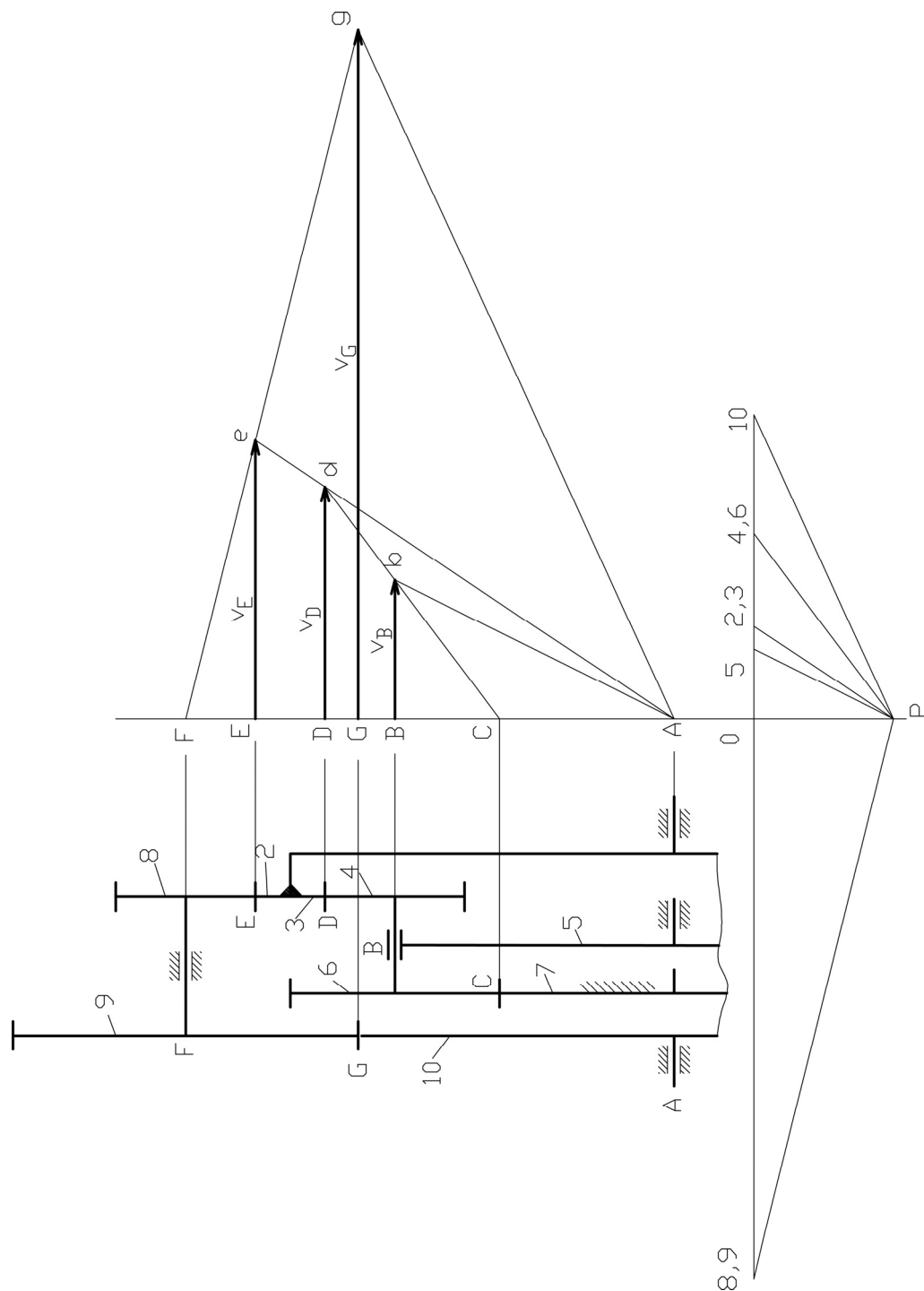
Из израза за преносни однос између зупчаника 2 и 10 добија се угаона брзина зупчаника 10:

$$i_{2,10} = i_{2,8} \cdot i_{9,10} = \frac{R_8}{R_2} \cdot \frac{R_{10}}{R_9} = \frac{10}{60} \cdot \frac{45}{25} = 0,3, \quad i_{2,10} = \frac{\omega_2}{\omega_{10}} \text{ одакле је}$$

$$\omega_{10} = \frac{\omega_2}{i_{2,10}} = \frac{133,32}{0,3} = 444,4 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос између зупчаника на улазу (5) и излазу (10) је $i_{5,10} = \frac{\omega_5}{\omega_{10}} = \frac{100}{437} = 0,228$. Обимне брзине тачаке D и F су

$$v_D = R_3 \cdot \omega_3 = 0,050 \text{ m} \cdot 133,32 \text{ s}^{-1} = 6,66 \text{ m/s} \text{ и } v_F = 0.$$



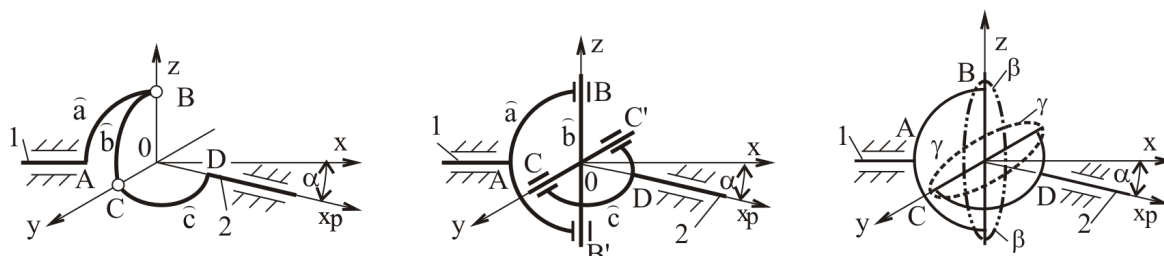
Sl. 11.28: Решење задатка 11.12

Напомена: Због мале величине формати књиџе план убрзања је окренути за 90° у суйројном смеру од обрћања казаљке на саићу у односу на свој стварни положај.

12. КАРДАНОВ ЗГЛОБ

Карданов сферни зглоб представља једноставан просторни механизам којим се спајају два вратила која се секу под неким углом α . При томе се обртно кретање и обртни момент преносе са једног на друго вратило под углом закретања α . Овај зглоб је први описао Кардано, а први применио Хук, те се назива и кардан - хуков зглоб. Настао је од сферног четвороугла истих величина $\hat{a} = \hat{b} = \hat{c}$ под углом од 90° , $\angle AOB = \angle COB = \angle COD = 90^\circ$ (сл. 12.1). Члан $\hat{a}$ се налази у вертикалној (x, z), члан $\hat{b}$ у профилној (y, z), а члан $\hat{c}$ у хоризонталној равни (x, y). Оса x која са осом у одређује хоризонталну раван померена је за угао α . Померена оса x је означена са x_p . Вратило 1 је део члана $\hat{a}$ које лежи на оси x , а вратило 2 је део члана $\hat{c}$ и лежи на помереној оси x_p . Када се чланови $\hat{a}$, $\hat{b}$ и $\hat{c}$ прошире за исту вредност у истим равнинама, добија се карданов зглоб (сл. 12.1 десно), где члан $\hat{a}$ прераста у виљушку 1, члан $\hat{c}$ у виљушку 2, а члан $\hat{b}$ у крстак. Крстак $\hat{b}$ се ослања у виљушке $\hat{a}$ и $\hat{c}$ у игличастим лежајима.

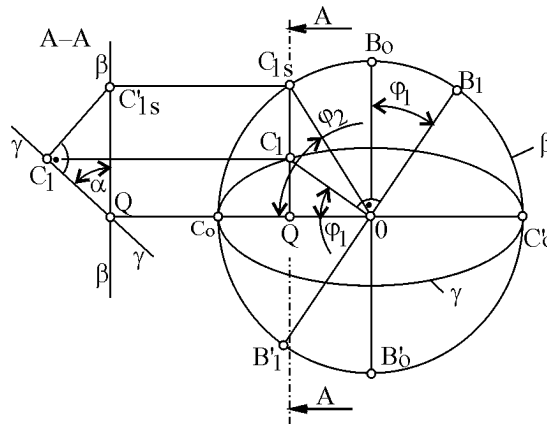
При обртању тачке BB' крећу се по кружници $\beta-\beta$ која лежи у профилној равни управној на осу x . Тачке CC' се крећу по кружници $\gamma-\gamma$ која је управна на хоризонталну раван и управна је на осу x_p . Угао између кружница $\beta-\beta$ и $\gamma-\gamma$ је угао α под којим се секу вратила 1 и 2.



Сл. 12.1: Добијање кардановог сферног зглоба

У циљу одређивања узајамне зависности кретања тачака BB' и CC' окрене се путања $\beta-\beta$ за 90° (да легне у вертикалну раван) да би се видела у правој величини (сл. 12.2), тада се кружница $\gamma-\gamma$ види као елипса. Посматрајмо кретање неке тачке на крстаку из њеног почетног положаја B_0 у положај B_1 за неко време t при чему има угаону брзину ω_1 . Положај тачке B_1 одређен је углом ϕ_1 који се види у правој величини. Померање тачке C из положаја C_0 у положај C_1 одређен је из услова да је $\angle B_0C = 90^\circ$, те је $\angle B_1OC_1 = 90^\circ$. Вредности углова закретања ϕ_1 и ϕ_2 нису исте. Стварна вредност угла закретања ϕ_2 тачке C_1 одређује се на следећи начин. Доведе се кружница $\gamma-\gamma$ у положај да се види у правој величини, а не као елипса (у положај кружнице $\beta-\beta$). Стваран положај тачке C у положају 1 (тачка C_{1s}) добија се у пресеку кружнице $\beta-\beta$ и линије паралелне са B'_0B_0 . Угао $\angle QOC_{1s}$ представља угао за који се померила тачка C , тј. угао ϕ_2 . Значи за неко исто време t виљушка 1 ће прећи пут дефинисан углом ϕ_1 , а виљушка 2 пут дефинисан углом ϕ_2 .

Права величина правоуглог троугла QC_1C_{1s} добија се на попречном пресеку са равни $A-A$, где се путање $\beta-\beta$ и $\gamma-\gamma$ виде као дужи. На попречном пресеку се види и права величина угла закретања α једног вратила у односу на друго.



Сл. 12.2. Одређивање померања тачака кардановог зглоба

12.1. Угаоне брзине ω и преносни однос i

Вредности углова закретања виљушки одређују се са сл. 12.2:

$\text{tg} \varphi_1 = \frac{\overline{QC_1}}{\overline{OQ}}$, $\text{tg} \varphi_2 = \frac{\overline{QC_{1s}}}{\overline{OQ}}$. Однос ова два угла је $\frac{\text{tg} \varphi_1}{\text{tg} \varphi_2} = \frac{\overline{QC_1}}{\overline{QC_{1s}}} = \cos \alpha$, одакле се добија:

$$\text{tg} \varphi_2 = \frac{\text{tg} \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (12.1)$$

Диференцирањем једначине (12.1) по времену t добија се:

$$\cos^2 \varphi_2 = \frac{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1}{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1}.$$

По дефиницији је $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$ и $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$. Време кретања dt обе виљушке је исто, те је:

$$\frac{\omega_2}{d\varphi_2} = \frac{\omega_1}{d\varphi_1} \quad (12.2)$$

Из једначине (12.2) одређује се угао φ_2 у функцији кретања погонске виљушке 1, (ω_1) и угла закретања α :

$$\frac{\omega_2}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{\omega_1}{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos \alpha} \quad (12.3)$$

Однос угаоних брзина је преносни однос i : $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\cos^2 \varphi_1 \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \varphi_2}$ и даљим сређивањем се добија:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (12.4)$$

Угаона брзина виљушке 2 је:

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1} \quad (12.5)$$

Једначине (12.4 и 12.5) указују на то да преносни однос i и угаона брзина виљушке 2, ω_2 немају сталне вредности и да се континуално мењају у функцији угла закретања α .

Екстремне вредности угаоне брзине вратила 2, ω_2 добијају се из услова да је $\varepsilon_2 = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \frac{d\omega_2}{dt} = 0$, односно при $\varphi_1 = 0^\circ$, $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_1 = 180^\circ$ и $\varphi_1 = 270^\circ$.

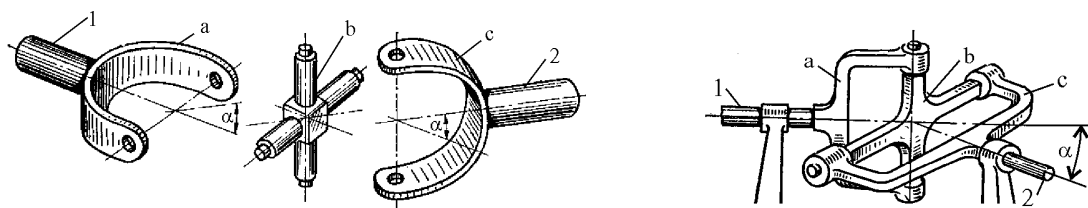
Максимална вредност угаоне брзине вратила 2 је за $\varphi_1 = 0^\circ$ и $\varphi_1 = 180^\circ$:

$$\omega_{2\max/0^\circ, 180^\circ} = \omega_1 \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \text{ а преносни однос } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \cos \alpha. \quad (12.6)$$

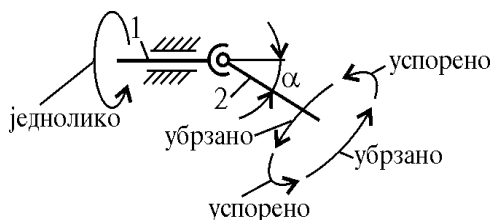
Минимална вредност угаоне брзине вратила 2 је за $\varphi_1 = 90^\circ$ и $\varphi_1 = 270^\circ$:

$$\omega_{2\min/90^\circ, 270^\circ} = \omega_1 \cdot \cos \alpha, \text{ а преносни однос } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{\cos \alpha}. \quad (12.7)$$

Може се закључити да при једноликом обртању погонског вратила 1 ($\omega_1 = \text{const}$) гоњено вратило 2 се обрће променљиво чија промена зависи од угла закретања α између вратила (сл. 12.3). Што је угао закретања α између вратила већи, промена угаоне брзине гоњеног вратила 2 је већа. За један потпун обртај (360°) погонског вратила 1, гоњено вратило 2 ће се, такође окренути за потпун обртај (360°), с тим што ће се његова угаона брзина континуално мењати од минималне до максималне вредности (сл. 12.4).



Сл. 12.3: Скице делова кардановог зглоба



Сл. 12.4: Промена угаоне брзине гоњеног вратила

Угаона брзина гоњеног вратила 2 се креће у опсегу:

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \cos \alpha \text{ до } \omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \text{ а преносни однос } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \text{ до } i = \cos \alpha.$$

Промена преносног односа за различите вредности угла закретања α приказана је на дијаграму сл. 12.5. Са порастом угла закретања α расте и промена преносног односа i . Највећа је промена за угао $\alpha = 45^\circ$, а најмања за $\alpha = 15^\circ$. Када нема закретања ($\alpha = 0^\circ$) нема промене преносног односа, тј. преносни однос је константан и једнак је јединици ($i = 1$).

Поред преносног односа, обртање кардановог зглоба дефинише се и другим показатељима: фазном разликом ψ и степеном неравномерности δ .

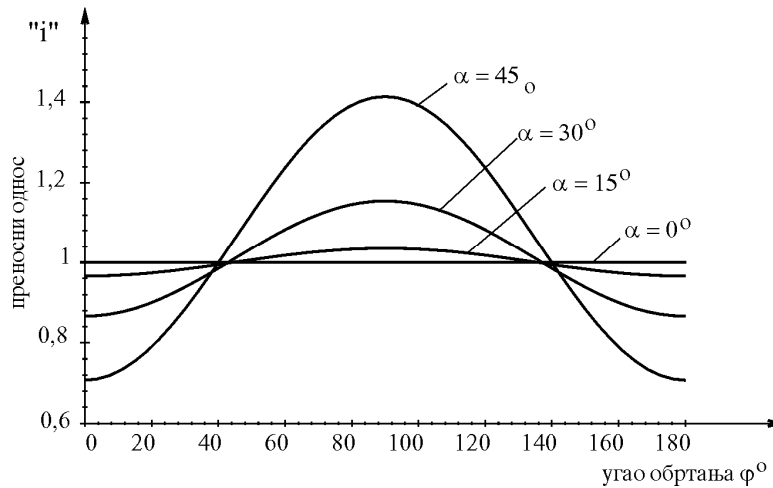
Фазна разлика ψ представља разлику углова обртања вратила:

$$\psi = \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \approx \frac{\alpha^2}{4} \cdot \sin 2\varphi_1 \quad (12.8)$$

Степен неравномерности δ по дефиницији једнак је:

$$\delta = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_1} = i_{\max} - i_{\min} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \sin \alpha \quad (12.9)$$

Карданов зглоб се назива синхрони преносник са фазном разликом.



Сл. 12.5: Промена преносног односа кардановог зглоба за различите вредности угла закретања α

12.2. Угаоно убрзање ε

При једноликом обртању погонског вратила 1 његово угаоно убрзање је једнако нула ($\varepsilon_1 = 0$). Међутим, угаоно убрзање гоњеног вратила 2 постоји, јер се неравномерно обрће, што је показала претходна анализа.

Угаона убрзања по дефиницији су:

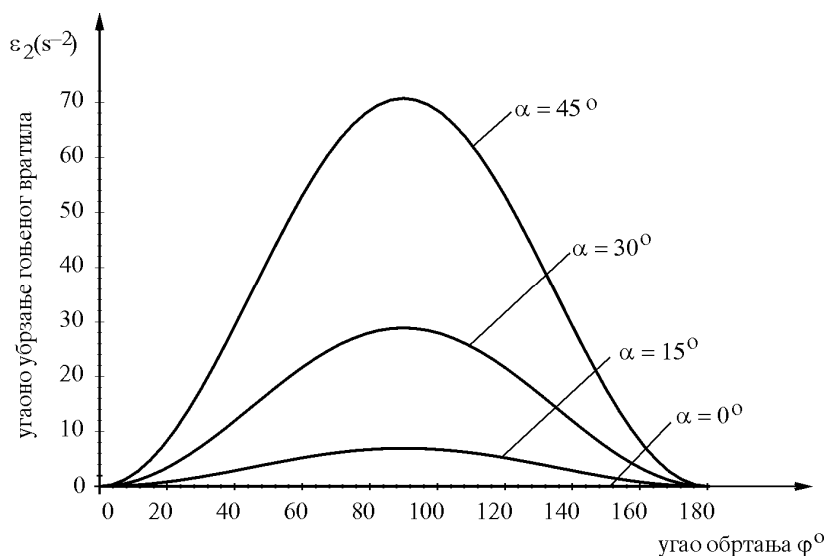
$$\varepsilon_1 = \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = \frac{d\omega_1}{dt} \quad \text{и} \quad \varepsilon_2 = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \frac{d\omega_2}{dt} \quad (12.10)$$

Угаоно убрзање вратила 2 добија се диференцирањем израза (12.5) по времену чијим сређивањем се добија да је:

$$\varepsilon_2 = \pm \omega_2^2 \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \quad (12.11)$$

Угаоно убрзање вратила два (ε_2) постоји и његова вредност зависи од угла закретања α (сл. 12.6). Као и код угаоних брзина, промена угаоног убрзања вратила 2 је већа што је угао закретања већи. Када је угао закретања једнак нули ($\alpha = 0^\circ$) нема промене угаоног убрзања другог вратила, тј. $\varepsilon_2 = 0$.

Када је угао закретања већи од 30° ($\alpha > 30^\circ$), угаона брзина гоњеног вратила се нагло повећава те се нагло повећавају инерцијалне силе и инерцијални момент, до те вредности да може доћи до лома кардановог вратила. Стога је дозвољена граница угла закретања α за вратила са једним зглобом максимално до 30° ($\alpha_{\text{doz}} < 30^\circ$).



Сл. 12.6: Промена угаоног убрзања гоњеног вратила кардановог зглоба за различите вредности угла закретања α

12.3. Двоструки карданов зглоб

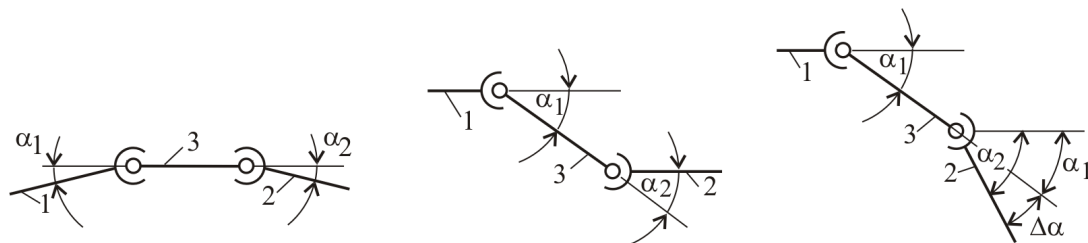
Недостатак кардановог зглоба је у томе што се гоњено вратило обрће променљиво, при једноликом обртању погонског вратила при чему се на гоњеном вратилу 2 јавља инерцијална сила и инерцијални момент. Овај недостатак се може елиминисати увођењем још једног зглоба под одређеним условима:

1. Углови под којима се секу погонско и гоњено вратило са међувратилом (3) морају бити исти, $\alpha_1 = \alpha_2$ (сл. 12.7);
2. Виљушке на међувратилу морају бити у истој равни и да су под углом од 90° на виљушке погонског и гоњеног вратила (сл. 12.8) и
3. Сва три вратила морају лежати у истој равни (сл. 12.8).

Ако је испуњен први услов да су углови закретања погонског и гоњеног вратила исти ($\alpha_1 = \alpha_2$), тада ће се гоњено вратило обртати једнолико као и погонско. Уколико ови углови нису једнаки јавља се исти проблем неравномерности обртања гоњеног вратила, као код вратила са једним зглобом. Разлика углова закретања погонског и гоњеног вратила $\Delta\alpha$ једнака је:

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (12.12)$$

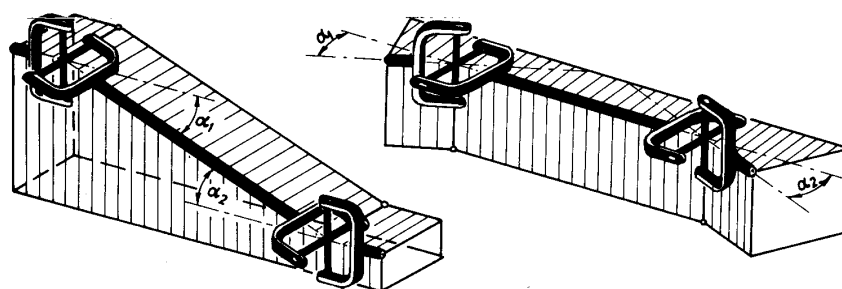
У случају да је разлика углова закретања погонског и гоњеног вратила $\Delta\alpha$ једнака нули (0) гоњено вратило 2 ће се обртати једнолико као и погонско 1. Када је разлика углова $\Delta\alpha$ већа од нуле јавља се исти проблем као код једног зглоба, односно гоњено вратило 2 се обрће променљиво у функцији вредности разлике углова. Што је већа вредност разлике углова $\Delta\alpha$, то је већа неравномерност обртања гоњеног вратила 2. Разлика углова $\Delta\alpha$ може да се креће до 30° ($\Delta\alpha_{\text{доз}} < 30^\circ$), јер преко те вредности неравномерност обртања гоњеног вратила је велика и јавиће се недозвољене инерцијалне силе као код вратила са једним зглобом.



Сл. 12.7: Двосируки карданов зглоб

Други услов је конструктивне природе који се може лако испунити и увек су виљушке на међувратилу тако спојене да са виљушкама погонског и гоњеног вратила заклапају угао од 90° (сл. 12.8).

Трећи услов је да осе сва три вратила треба да леже у истој равни. На сл. 12.8 лево сва три вратила леже у једној верикалној равни, док у примеру десно, вратила леже у једној хоризонталној равни. О првом и трећем услову треба водити рачуна при монтажи, јер у случају да нису испуњена, долази до неравномерности обртања гоњеног вратила и појаве инерцијалних сила.

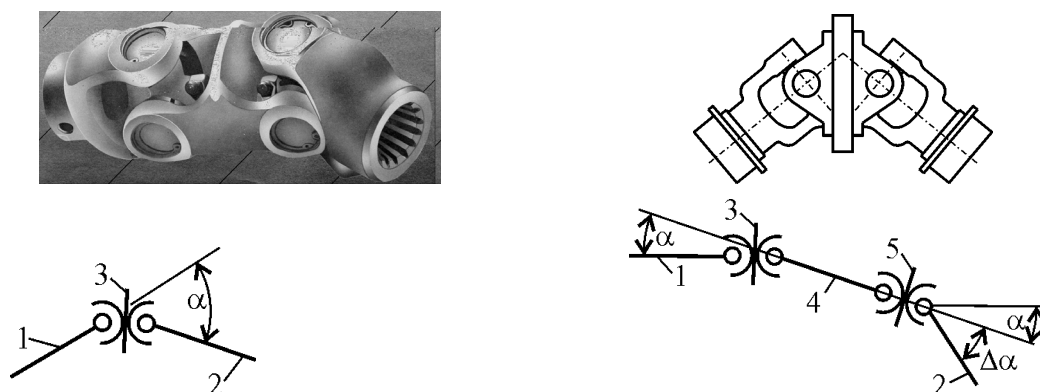


Сл. 12.8: Потребан положај делова кардановог вратила

12.4. Удвојен карданов зглоб

Угао закретања вратила од 30° , колико може да буде, под условом да су испуњена наведена три услова, често није довољан за потребе које се јављају у пракси. Овај угао закретања може бити и већи, ако се уведе још један карданов зглоб и још једно вратило. Због једноставности конструкције изведено је тако да је међувратило веома кратко тако да су виљушке погонског и гоњеног вратила сасвим близу (сл. 12.9).

Овакав зглоб се назива удвојен карданов зглоб код којег је дозвољена вредност угла закретања једног вратила у односу на друго до 60° , $\alpha < 60^\circ$ (са једним удвојеним зглобом) или да је разлика углова до 60° , $\Delta\alpha < 60^\circ$ (за два удвојена зглоба).



Сл. 12.9: Удвојен карданов зглоб: слика, скица и кинематичка шема

12.5. Обртни момент и момент инерције гоњеног вратила

Ако се занемари трење у лежајима ослонаца погонског и гоњеног вратила (сл. 12.4) и у ослонцима крстака и ако се занемаре инерцијалне силе, имамо да су снаге на погонском и гоњеном вратилу исте: $P_1 = P_2$. Снага при кружном кретању је $P = M \cdot \omega$, те на основу претходног израза имамо да је $M_1 \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2$ одакле је обртни момент на гоњеном вратилу $M_2 = M_1 \cdot i$. На основу израза за преносни однос (12.4) имамо де је обртни момент на гоњеном вратилу једнак:

$$M_2 = M_1 \frac{1 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \varphi_1}{\cos \alpha} \quad (12.13)$$

При константном обртном моменту на погонском вратилу ($M_1 = \text{const}$), обртни момент на гоњеном вратилу није константан ($M_2 \neq \text{const}$) већ се мења зависно од промене преносног односа i .

Појава угаоног убрзања гоњеног вратила 2 при једноликом кретању вратила 1 ($\varepsilon_1 = 0$) говори о појави инерцијалне силе F_i и момента инерцијалне силе M_i , што је недостатак овог вратила. Инерцијална сила је производ масе m и убрзања a , $F_i = m \cdot a$, а момент инерцијалне силе производ момента инерције I и угаоног убрзања ε , $M_i = I \cdot \varepsilon$. Ако се у претходну једнакост уврсти израз за угаоно убрзање гоњеног вратила 2 (12.11) имамо да је момент инерције:

$$M_{i2} = \pm I_2 \cdot \varepsilon_2 = \pm I_2 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha \cdot \sin^2 \varphi_1 \quad (12.14)$$

Из једначине (12.14) се види да је и инерцијални момент на гоњеном вратилу у току једног обртаја континуално променљив, онако како се мења угаоно убрзање у функцији угла закретања α .

Исто као и за преносни однос i , угао закретања α треба да је у границама до 15° , максимално 30° , јер ће у противном, вредност момента инерцијалних сила на гоњеном вратилу бити толика да може да изазове лом вратила.

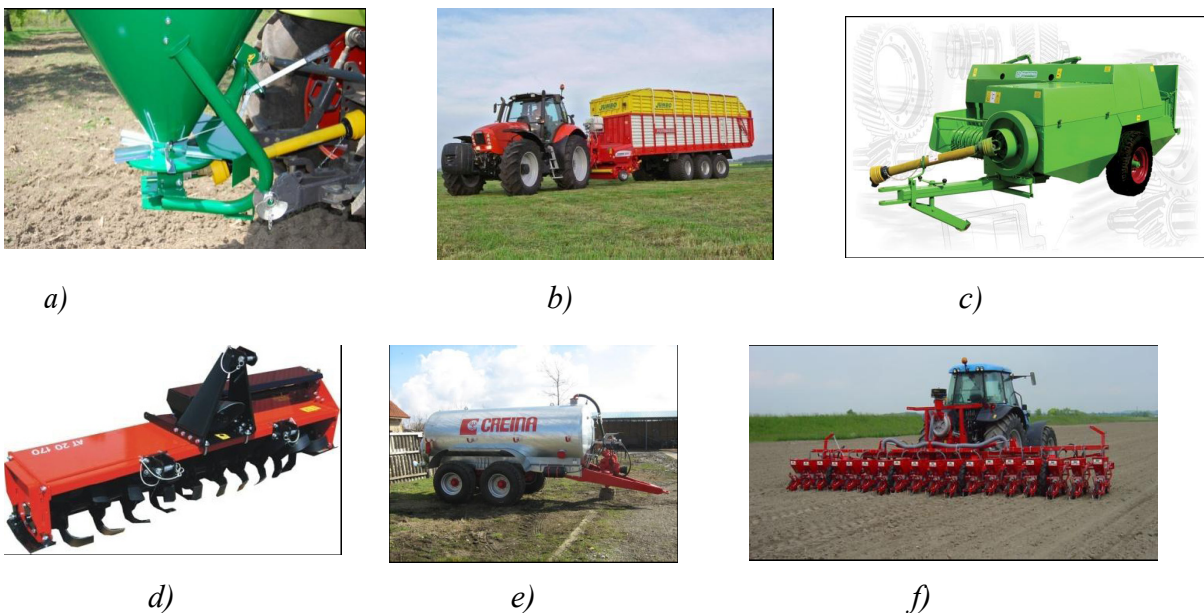
12.6. Примена на пољопривредним машинама

Вратила са кардановим зглобовима имају широку примену на пољопривредним машинама, јер могу да пренесу кретања на велика растојања и да се при томе вратила секу

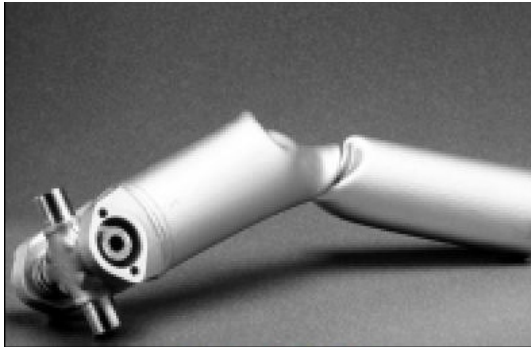
под углом α . Активни радни органи прикључних пољопривредних машина погоне се од трактора посредством вратила са кардановим зглобовима (кардановим вратилом) (сл. 12.10 и сл. 12.11). Ако су испуњена три наведена услова и ако је угао закретања вратила до дозвољених вредности (сл. 12.7 и 12.8) преносни однос, као и инерцијални момент ће бити у дозвољеним границама. У противном, без икаквог спољашњег преоптерећења може доћи до преоптерећења гоњеног вратила до те мере да се јаве удари и вибрације које доводе до великих оштећења и лома вратила (сл. 12.12).



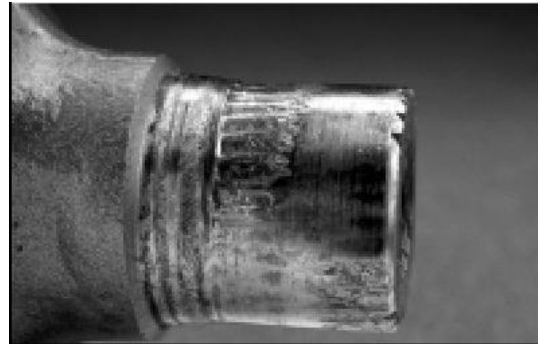
Сл. 12.10: Примена кардановог вратила за погон радних органа прикључних машина



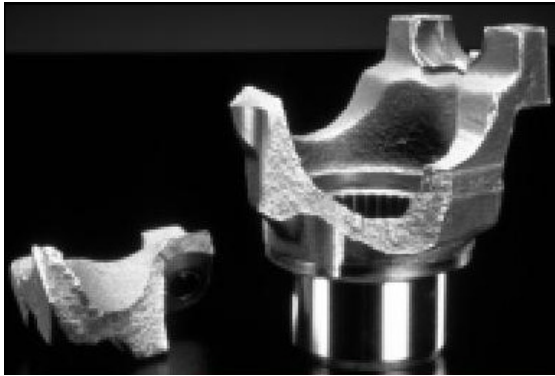
Сл. 12.11: Примена карданових вратила у пољопривредној техници:
 а) расипач минералног ђубрива, б) преса, с) самоутоварна приколица, д) рото-фреза,
 е) цистерна за осоку, ф) пнеуматска сејалица



a)



b)



c)



d)



e)



f)

Сл. 12.12: Оштећења карданових вратила услед: а) преоптерећења, б) неодговарајућег подмазивања, с) честих удара, d) замора материјала, е) вибрација, f), исхабаног лежаја

13. ЈЕДНАЧИНЕ КРЕТАЊА МЕХАНИЗАМА

При кретању механизам обавља неки рад, тако што свака спољашња сила на њему обавља неки рад. Према томе, укупан рад механизма A_m једнак је збиру радова спољашњих сила које на њега делују:

$$A_m = \sum_{i=1}^n A_i, \quad \dots\dots\dots (13.1)$$

где је: n – број спољашњих сила које делују на механизам, A_i (Nm) – радови појединачних сила, који се одређују по формули:

$$dA = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = F_{ix} \cdot dx_i + F_{iy} \cdot dy_i, \quad \dots\dots\dots (13.2)$$

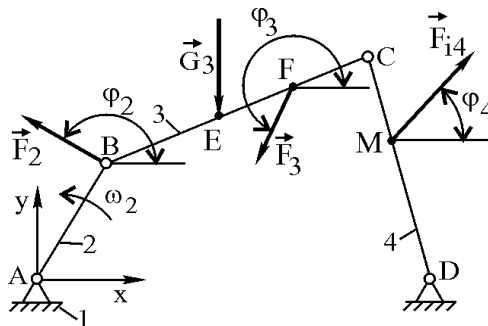
где је: $\vec{F}_i$ (N) – спољашње силе које делују на механизам, $d\vec{r}_i$ (m) – вектори елементарних померања нападних тачака сила које делују на механизам, F_{ix} , F_{iy} (N) – пројекције спољашњих сила на координатне осе x и y , dx_i , dy_i (m) – елементарно померање нападних тачака сила у правцима координатних оса.

Ако је нападна линија силе под неким углом φ на правац пута, тада рад не остврује цела сила, већ њена компонента која је паралелна са путем.

Елементарни рад погонске силе dA_P има позитиван предзнак, а елементарни радови свих осталих сила негативан. Њихов збир једнак је нули, односно међусобно се уравнотежују.

Нека на механизам делује погонска сила F_2 , радна сила F_3 , тежина G_3 и инерцијална сила F_{i4} (сл. 13.1). Укупан елементаран рад механизма рачунајући и погонску силу F_2 једнак је збиру радова ових сила:

$$F_{i4} \cdot \cos \varphi_4 \cdot dx_M + F_{i4} \cdot \sin \varphi_4 \cdot dy_M + F_3 \cdot \cos \varphi_3 \cdot dx_F + F_3 \cdot \sin \varphi_3 \cdot dy_F - G_3 \cdot dy_E + \\ + F_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot dx_B + F_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot dy_B = 0.$$



Сл. 13.1: Рад сила на механизму (пример)

Да би механизам обављао неки рад потребно је да има кинетичку енергију. Кинетичка енергија механизма E_m једнака је збиру кинетичких енергија појединачних покретних чланова механизма:

$$E_m = \sum_{i=1}^n E_i \quad (13.3)$$

Кинетичка енергија појединачних чланова механизма различито се одређује зависно од начина њиховог кретања. Када се члан креће транслаторно, кинетичка енергија је једнака:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (Nm = J), \quad (13.4)$$

где је m (kg) – маса транслаторног члана, v (m/s) – брзина транслаторног члана.

Кинетичка енергија члана са ротационим кретањем једнака је:

$$E = \frac{J \cdot \omega^2}{2}, \quad (13.5)$$

где је J (mm²kg) – момент инерције за осу око које се члан обрће, ω (s⁻¹) – угаона брзина ротационог члана.

За чланове механизма са сложеним кретањем кинетичка енергија се одређује према једначини:

$$E = \frac{m \cdot v_s^2}{2} + \frac{J \cdot \omega^2}{2}, \quad (13.6)$$

где је: v_s – брзина средишта.

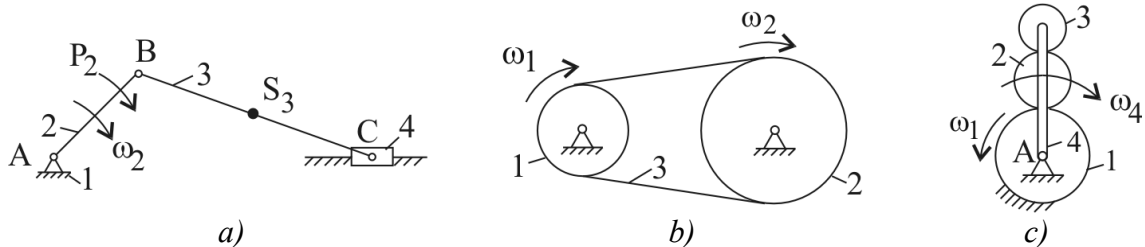
Укупан механички рад који обави механизам у току неког времена (од положаја 1 до 2) једнак је разлици (прираштају) кинетичке енергије механизма у току тог времена:

$$A_m = E_{m1} - E_{m2}, \quad (13.7)$$

где је: E_{m1} – кинетичка енергија механизма у положају 1, E_{m2} – кинетичка енергија механизма у положају 2.

Кинетичка енергија клипног механизма (сл. 13.2a) једнака је збиру кинетичких енергија погонског члана 2, спојног 3 и клизача 4:

$$E = \frac{1}{2} J_2 \cdot \omega_2^2 + \frac{1}{2} (m_3 \cdot v_{S3}^2 + J_3 \cdot \omega_3^2) + \frac{1}{2} m_C \cdot v_C^2.$$



Сл. 13.2: Одређивање кинетичке енергије механизма

Кинетичка енергија каишног преносника (сл. 13.2b) једнака је:

$$E = \frac{1}{2} J_1 \cdot \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \cdot \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \cdot v_3^2,$$

где је: m_3 (kg) – маса каиша 3, v_3 (m/s) – брзина каиша 3.

Ако су каишници равни дискови имамо да су њихови моменти инерције:
 $J_1 = \frac{G_1 \cdot R_1^2}{2 \cdot g} \text{ (kgm}^2\text{)} \text{ и } J_2 = \frac{G_2 \cdot R_2^2}{2 \cdot g} \text{ (kgm}^2\text{)},$ где су $G_1 \text{ (N)}$ и $G_2 \text{ (N)}$ - тежине каишника 1 и каишника 2.

Брзина каиша једнака је обимној брзини каишника $v = R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2 \text{ (m/s)}$, те је кинетичка енергија каишног преносника, када су каишници дискови:

$$E = \frac{R_1^2}{2 \cdot g} \cdot \omega_1^2 \left(\frac{G_1 + G_2}{2} + G_3 \right).$$

Кинетичка енергија планетарног преносника (сл. 13.2с) једнака је:

$$E = \frac{G_2 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2} + \frac{G_3 \cdot v_3^2}{2 \cdot g} + \frac{J_3 \cdot \omega_3^2}{2} + \frac{1}{2} J_4 \cdot \omega_4^2.$$

Зупчаник 1 је непокретан те нема кинетичку енергију. Зупчаници 2 и 3 су сателити, обрћу се око својих геометријских оса угаоним брзинама ω_2 и ω_3 и заједно са носачем 4 око тачке А обимним брзинама v_2 и v_3 које су једнаке: $v_2 = (R_1 + R_2) \omega_4$ и $v_3 = (R_1 + 2R_2 + R_3) \omega_4$.

Једначина $A_m = E_{m1} - E_{m2}$ (13.7) представља основну једначину кретања механизма на којој базирају све методе за одређивање узајамне зависности кретања механизма и узрока њиховог кретања.

Најпознатије методе за одређивање узајамне зависности кретања механизма и узрока тог кретања су:

- метода расподеле енергије,
- метода деривације енергије и
- метода редукције.

13.1. Метода расподеле енергије

Метода расподеле енергије се користи за оне механизме код којих постоји линеарна зависност брзина при повећању брзине погонског члана и чији чланови при кретању механизма не мењају своју масу и моменте инерције ($m, J = \text{const.}$). Ова метода се користи за одређивање потребне брзине погонског члана, када су познате силе које на механизам делују.

Поступак одређивања потребне брзине погонског члана механизма ако су познате силе које на њега делују је следећи:

- а) Претпостави се вредност брзине погонског члана v_p .
- б) За овако усвојену брзину погонског члана одреде се брзине и убрзања свих осталих кинематичких тачака и чланова механизма за цео радни циклус (дванаест тренутних положаја) неком од метода кинематичке анализе.
- ц) Одреди се кинетичка енергија погонског члана E_p и свих осталих чланова E_i за цео радни циклус (једначине 13.4, 13.5 и 13.6).
- д) Одреди се укупна кинетичка енергија механизма E_m за цео радни циклус (једначина 13.3).
- е) Одреди се коефицијент расподеле енергије e_p за све тренутне положаје механизма. Коефицијент расподеле енергије по дефиницији представља количник кинетичке енергије погонског члана и кинетичке енергије целокупног механизма:

$$e_p = \frac{E_p}{E_m} \cdot \dots\dots\dots (13.8)$$

Вредност коефицијента расподеле енергије e_p не зависи од брзине погонског члана. Ако се за неки тренутни положај механизма брзина погонског члана повећа k пута, у истом том положају, брзине осталих тачака и чланова механизма повећаће се за k пута, а њихове кинетичке енергије за k^2 пута.

ф) Одреди се рад свих спољашњих сила и рад целокупног механизма за све тренутне положаје механизма према једначинама 13.1 и 13.2.

г) За сваки тренутни положај одређује се стварна брзина погонског члана (v_{PS}, ω_{PS}) из једначине која има облик зависно од врсте његовог кретања:

$$E_{ps} = e_p \cdot E_m = \frac{m_p \cdot v_{PS}^2}{2} \text{ за случај да погонски члан има транслаторно кретање, или}$$

$$E_{ps} = e_p \cdot E_m = \frac{J_p \cdot \omega_{PS}^2}{2} \text{ за случај да погонски члан има ротационо кретање, или}$$

$$E_{ps} = e_p \cdot E_m = \frac{m_p \cdot v_{PS}^2}{2} + \frac{J_p \cdot \omega_{PS}^2}{2} \text{ за случај да погонски члан има сложено кретање.}$$

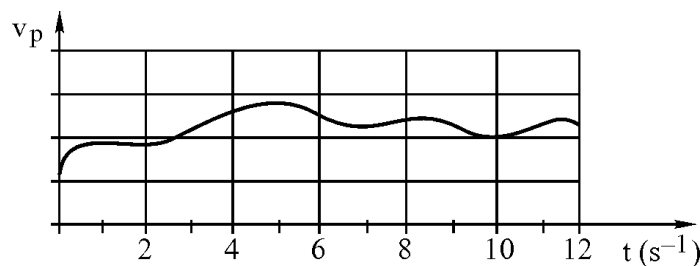
Из претходних једначина, тренутне вредности стварне брзине погонског члана зависно од његовог кретања имају различите облике. Ако је погонски члан са транслаторним кретањем имамо да је:

$$v_{PS} = \sqrt{\frac{2 \cdot e_p \cdot E_m}{m_p}} \cdot \dots\dots\dots (13.9)$$

Ако се погонски члан креће ротационо, одређује се стварна вредност угаоне брзине погонског члана, или се одређује и једна и друга брзина ако се креће сложено.

х) Нацрта се дијаграм промене стварних вредности потребних брзина погонског члана за цео радни циклус (12 положаја) (сл. 13.3). Добијене вредности стварних потребних брзина погонског члана су различите у сваком тренутном положају механизма у току радног циклуса, зависно од механизма и задатих параметара.

и) Усваја се једна вредност стварне потребне брзине погонског члана. Зависно од функције механизма, може се усвојити максимална вредност или нека друга, зависно од начина акумулације енергије, било да је са замајцем или на неки други начин.



Сл. 13.3: Пример промене брзине кретања погонског члана у току једног радног циклуса

13.2. Метода деривације кинетичке енергије

Метода деривације енергије користи се за оне механизме чији чланови при кретању механизма не мењају своју масу и моменте инерције ($m, J = \text{const.}$) и погодна је за одређивање потребног убрзања погонског члана, када су познате силе које на механизам делују.

Метода деривације кинетичке енергије базира се на једнакости деривације кинетичке енергије механизма по времену и снаге спољашњих сила P_i које делују на механизам:

$$\frac{dE_m}{dt} = \sum P_i, \quad \dots\dots\dots (13.10)$$

или у развијеном облику ова једначина је једнака:

$$\sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} \left(\frac{m_i \cdot v_i^2}{2} + \frac{J_i \cdot \omega_i^2}{2} \right) = \sum_{i=1}^n P_i, \text{ након деривације израз добија облик:}$$

$$\sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i \cdot a_i + J_i \cdot \omega_i \cdot \varepsilon_i) = \sum_{i=1}^n P_i. \quad \dots\dots\dots (13.11)$$

Из ове једначине одређује се снага погонског члана, а затим његова брзина и убрзање.

13.3. Метода редукције

Методом редукције, кретање целокупног механизма своди се на кретање једног његовог члана, тј. на кретање његовог погонског члана. Могу се редуковати масе, силе, моменти сила и моменте инерција целог механизма на његов погонски члан, односно на његову једну тачку. На тај начин се поједностављује даља анализа механизма јер се анализира само један, редуковани (погонски) члан чије је кретање у динамичком смислу еквивалентно кретању целокупног механизма.

Редукована сила F_R је она сила која делује у једној тачки (тачки редукције) и која ће на редукованом члану имати снагу једнаку снази свих сила и момената сила које делују на све чланове механизма, а добија се из једначине $F_R \cdot v_R = \sum P_i$ да је:

$$F_R = \frac{\sum P_i}{v_R}, \quad \dots\dots\dots (13.12)$$

где је: $\sum P_i$ (W) – збир тренутних снага свих сила и момената сила које делују на механизму, v_R (m/s) – брзина тачке редукције.

Редуковани момент M_R је онај момент који делује на погонском редукованом члану и који је еквивалентан збиру тренутних вредности момената на целокупном механизму:

$$M_R = \frac{\sum P_i}{\omega_R}, \quad \dots\dots\dots (13.13)$$

где је: ω_R (s^{-1}) – угаона брзина редукованог члана.

Збир снага свих сила које делују на механизам (сл.13.4) једнак је:

$$\sum P_i = \sum F_i \cdot v_i \cdot \cos \varphi_i + \sum M_i \cdot \omega_i, \quad (13.14)$$

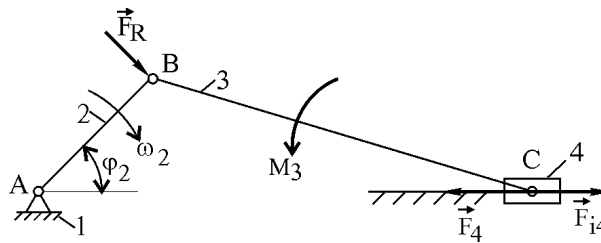
где је: F_i, M_i – силе и моменти који делују на i -ти члан, v_i – брзина нападне тачке силе F_i , ω_i – угаона брзина i -тог члана, φ_i – угао између силе $\vec{F}_i$ и брзине $\vec{v}_i$.

Нека на механизам са сл. 13.4 делују: инерцијална сила члана 4, F_{i4} , радна сила F_4 и момент отпора M_3 , док се остале силе занемарују. На основу једначине (13.13) имамо да је:

$$F_R \cdot v_B = -F_4 \cdot v_C + F_{i4} \cdot v_C + M_3 \cdot \omega_3, \quad \text{одакле је:}$$

$$F_R = \frac{-F_4 \cdot v_C + F_{i4} \cdot v_C + M_3 \cdot \omega_3}{v_B}, \quad \text{тада је момент на погонском члану једнак: } M_R = F_R \cdot AB,$$

а погонска снага потребна да покреће цео механизам: $P_P = M_R \cdot \omega_2$.



Сл. 13.4: Редукована сила на механизму

Редукована маса m_R је она маса која је на редукованом погонском члану и која има кинетичку енергију једнаку кинетичкој енергији свих чланова механизма:

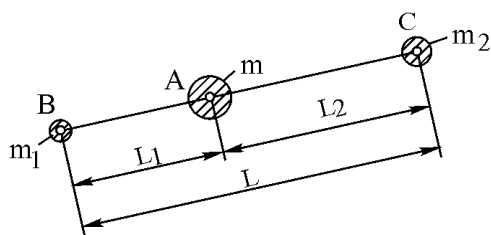
$$m_R = \frac{2 \sum E_i}{v_R^2}, \quad (13.15)$$

где је: $\sum E_i$ – кинетичка енергија чланова механизма.

У општем случају маса једног члана се, при анализи концентрише у његовом средишту, међутим може се редуковати на било које друге тачке (сл. 13.5). Ако масу m из тачке А редукујемо у тачке В и С на растојањима L_1 и L_2 на основу статичког услова равнотеже за тачку А имамо да је: $m_1 \cdot L_1 = m_2 \cdot L_2$. Збир редукованих маса једнак је маси m , $m_1 + m_2 = m$, одакле је:

$$m_1 = \frac{m \cdot L_2}{L}, \quad (13.16)$$

а маса у тачки С је: $m_2 = m - m_1$.



Сл. 13.5: Редуција масе у две тачке

Редуковани момент инерције J_R је момент инерције редукованог члана чија је кинетичка енергија једнака збиру кинетичких енергија свих чланова механизма:

$$J_R = \frac{2 \sum E_i}{\omega_R^2} \quad (13.17)$$

Са друге стране редуковани момент инерције изражен на основу редуковане масе је:

$$J_R = m_R \cdot L_R^2 \quad (13.18)$$

где је: L_R (m) – дужина редукованог (погонског) члана.

14. ОДРЕЂИВАЊЕ ПОГОНСКЕ СИЛЕ

Погонска сила (сила на погонском члану) треба да буде довољно велика да покреће механизам и да при томе савлада све спољашње и унутрашње силе на механизму.

Постоји више метода за одређивање потребне погонске силе, а најчешће се користе:

- Метода кинетостатичке анализе и
- Метода редукције.

14.1. Метода кинетостатичке анализе

Методом кинетостатичке анализе одређује се потребна погонска сила када је познато кретање механизма и све остале силе које на њега делују.

Поред тога, методом кинетостатичке анализе добијају се сва оптерећења која делују на чланове механизма и на кинематичке тачке, што је неопходно да би се извршио прорачун на чврстоћу, одредила трења у кинематичким везама итд.

Ако се механизам под дејством спољашњих сила налази у стању равнотеже, тада ће се у стању равнотеже налазити сваки кинематички пар и сваки кинематички члан. Користећи статичке услове равнотеже да су збир свих сила и збир момената свих сила једнаки нули ($\sum \vec{F}_i = 0$ и $\sum M_i = 0$) одређују се непознате силе на механизму, као и сила на погонском члану.

Поступак кинетостатичке анализе је следећи:

- Механизам се растави на кинематичке парове и чланове тако да су статички одређени. При растављању механизма на парове, погонски и непокретни члан треба да су један кинематички пар;
- На растављеним кинематичким паровима и члановима нанесу се све спољашње и унутрашње силе. При томе дејство једног члана на други замењује се одговарајућим реакцијама (силама притисака у кинематичким везама);
- За сваки растављени кинематички пар и члан користе се услови равнотеже ($\sum \vec{F}_i = 0$ и $\sum M_i = 0$). Анализа почиње са кинематичким паром који је најудаљенији од погонског члана, јер на њему има најмање непознатих сила;
- Анализа се завршава са погонским чланом, где се одређује погонска сила и погонска снага.

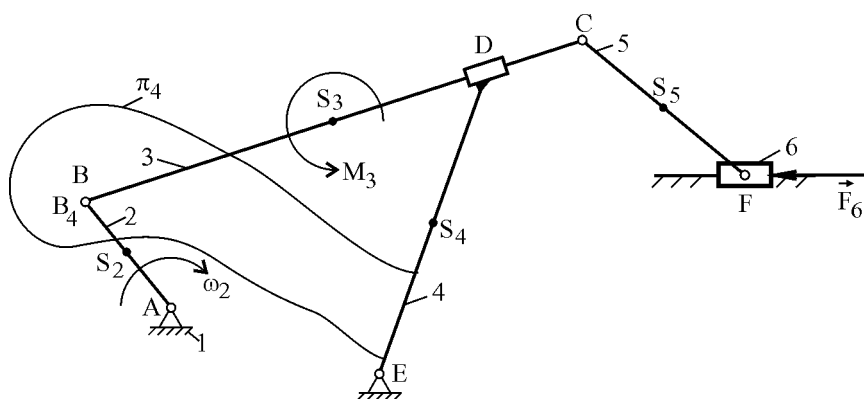
Добијене вредности погонске силе и снаге су за тренутни положај механизма. Ове вредности се мењају у току једног радног циклуса, те је потребно поступак поновити за укупно дванаест тренутних положаја механизма. Усваја се максимална вредност погонске силе, или нека друга, зависно од механизма и његове функције у машини.

Задатак 14.1: За механизам са сл. 14.1 потребно је одредити погонску силу ако је задато:

$U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0$, $m_2 = 0,2 \text{ kg}$, $m_3 = 0,6 \text{ kg}$, $m_4 = 0,5 \text{ kg}$, $m_5 = 0,2 \text{ kg}$, $m_6 = 0,1 \text{ kg}$, $\rho_3 = 0,35 \cdot \overline{BS}_3$, $\rho_4 = 0,45 \cdot \overline{ES}_4$, $\rho_5 = 0,45 \cdot \overline{CS}_5$, радни момент $M_3 = 10 \text{ Nm}$ и радна сила $F_6 = 10 \text{ N}$. Средишта појединачних чланова су на средини истих.

Да би се одредиле инерцијалне силе које делују на механизму претходно се морају одредити брзине и убрзања свих тачака и чланова механизма. Користећи методу плана брзина и убрзања, претходним проширењем члана 4 на 3 са равни π_4 добија се план брзина и убрзања (сл. 14.2) који је нацртан у размери:

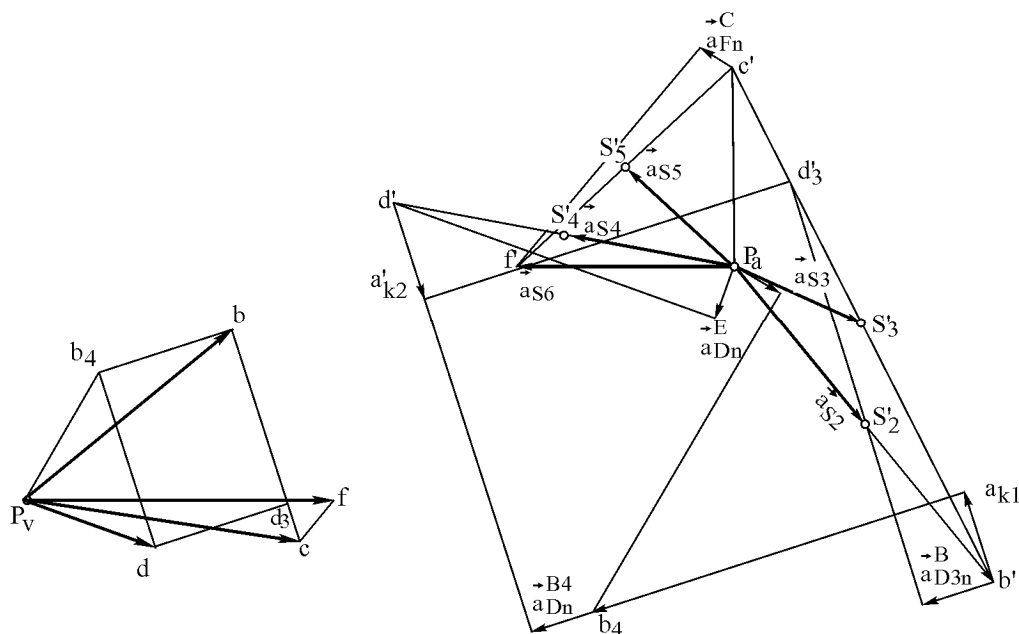
$$U_v = \frac{1 \text{ м/с}^2}{2 \text{ см}} \text{ и } U_a = \frac{1 \text{ м/с}^2}{3 \text{ мм}}.$$



Сл. 14.1: Кинематичка шема задајног механизма (задајак 14.1)

На основу познатих убрзања одређују се инерцијалне силе свих покретних чланова механизма према једначини 9.6, поглавље 9.4.

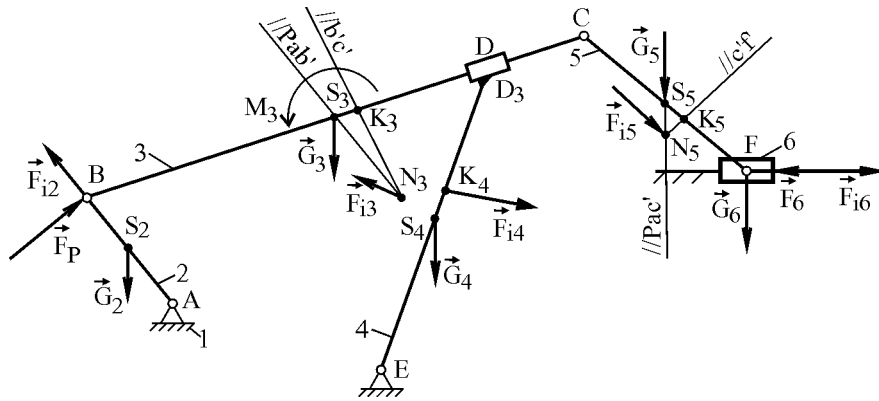
Интензитети убрзања су: $a_{s2} = \overline{PaS_2'} \cdot U_a = 9 \text{ m/s}^2$, $a_{s3} = 6 \text{ m/s}^2$, $a_{s4} = 7,4 \text{ m/s}^2$, $a_{s5} = 6,3 \text{ m/s}^2$ и $a_{s6} = a_F = 9,4 \text{ m/s}^2$, а интензитети инерцијалних сила су: $F_{i2} = m_2 \cdot a_{s2} = 1,8 \text{ N}$, $F_{i3} = m_3 \cdot a_{s3} = 3,6 \text{ N}$, $F_{i4} = m_4 \cdot a_{s4} = 3,7 \text{ N}$, $F_{i5} = m_5 \cdot a_{s5} = 1,26 \text{ N}$ и $F_{i6} = m_6 \cdot a_{s6} = 0,94 \text{ N}$.



Сл. 14.2: План брзина и убрзања (задајак 14.1)

Нападне тачке, правци и смерови инерцијалних сила одређени су према упутству из поглавља 9.4. и дате су на сл. 14.3. Растојања нападах тачака инерцијалних сила су:

$$\overline{BK}_3 = \overline{BS}_3 + \frac{\rho_3^2}{\overline{BS}_3} = 3,8 \text{ cm} , \overline{EK}_4 = \overline{ES}_4 + \frac{\rho_4^2}{\overline{ES}_4} = 2,5 \text{ cm} \text{ и } \overline{CK}_5 = \overline{CS}_5 + \frac{\rho_5^2}{\overline{CS}_5} = 1,68 \text{ cm} .$$



Сл. 14.3: Силе које делују на механизам (задајка 14.1)

Да би се одредила погонска сила F_P механизам се раставља на кинематичке парове 5, 6 затим на чланове 4 и 3 и на крају на пар 1, 2. Кинематички пар 5, 6 је најудаљенији од погонског члана 2, те анализа креће од овог пара (сл. 14.4).

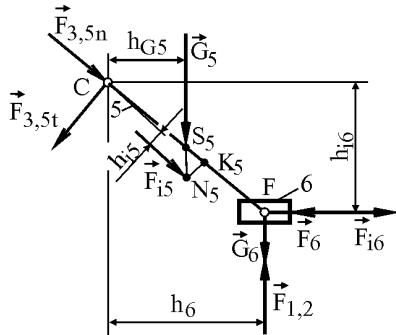
Утицај члана 1 на клизач 6 замењује се силом $\vec{F}_{1,2}$, а утицај члана 3 на 5 замењује се силом која се представља са две компоненте, нормалном на члан 5 ($\vec{F}_{3,5n}$) и тангенцијалном на члан 5 ($\vec{F}_{3,5t}$). Смерови ових компонента као и силе $\vec{F}_{1,2}$ су непознати па се претпостављају. Непознате су вредности силе $F_{1,2}$, $F_{3,5n}$ и $F_{3,5t}$, док су остале познате. Из услова равнотеже момената за тачку С добија се:

$$\sum M_C = (F_{12} - G_6) \cdot h_6 + (F_{16} - F_6) \cdot h_{i6} + F_{i5} \cdot h_{i5} - G_5 \cdot h_{G5} = 0 . \quad (14.1)$$

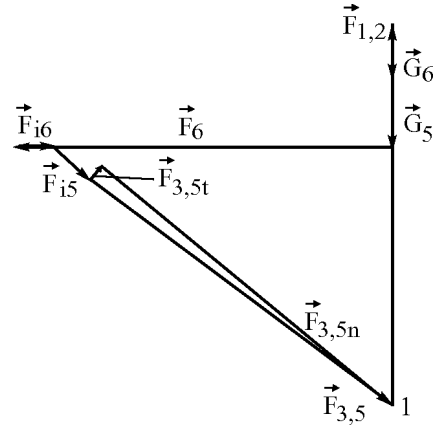
Из ове једначине добија се као једина непозната вредност силе $F_{1,2} = 9,65 \text{ N}$. Из услова равнотеже свих сила за кинематички пар 5, 6 добија се:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F}_{1,2} + \vec{G}_6 + \vec{F}_6 + \vec{F}_{i6} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{i5} + \vec{F}_{3,5t} + \vec{F}_{3,5n} = 0 . \quad (14.2)$$

Према усвојеној размери за силе $U_F = \frac{1 \text{ N}}{0,5 \text{ cm}}$ према једначини (14.2) нацрта се затворени полигон сила (сл. 14.5) одакле се добијају непознате силе $\vec{F}_{3,5n}$ и $\vec{F}_{3,5t}$, као и њихова резултанта $\vec{F}_{3,5} = 9,9 \text{ N}$.



Сл. 14.4: Кинематички пар 5, 6
(задача 14.1)



Сл. 14.5: Полигон сила кинематичког
пара 5 и 6 (задача 14.1)

Сада се могу анализирати силе на кинематичком члану 4 (сл. 14.6). Нанесу се све спољашње силе и притисци у тачкама Е и D. Силе притисака у тачки Е се представе са две компоненте $\vec{F}_{1,4n}$ и $\vec{F}_{1,4t}$. Сила притиска у тачки D је $\vec{F}_{3,4}$ која је управна на члан 3, а смер се претпостави.

Из услова равнотеже момената за тачку D посматрајући само члан 4 добија се:

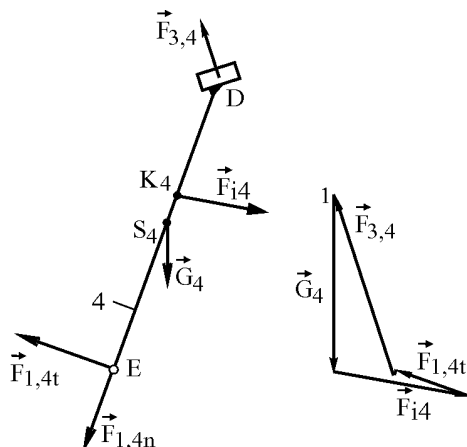
$$\sum M_{D(4)} = -F_{1,4t} \cdot \overline{ED} + G_4 \cdot h_{G4} - F_{i4} \cdot h_{i4} = 0, \quad \dots\dots\dots (14.3)$$

одакле је интензитет силе $F_{1,4t} = 2,3 \text{ N}$.

На основу услова равнотеже свих сила за кинематички члан 4:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F}_{3,4} + \vec{G}_4 + \vec{F}_{i4} + \vec{F}_{1,4t} + \vec{F}_{1,4n} = 0, \quad \dots\dots\dots (14.4)$$

нацрта се затворени полигон сила и добијају се силе чији су интензитети $F_{1,4} = 2,4 \text{ N}$ и $F_{3,4} = 5 \text{ N}$ ($U_F = \frac{1 \text{ N}}{5 \text{ mm}}$).



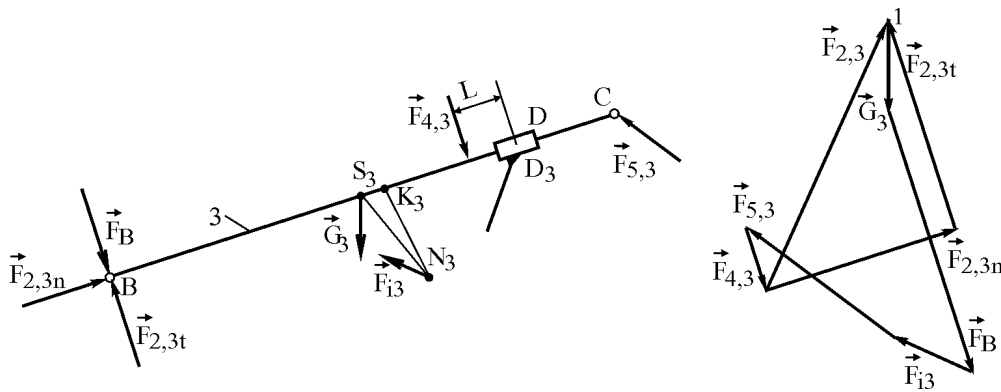
Сл. 14.6: Силе на кинематичком члану 4
(задача 14.)

Силе које делују на члан 3 дате су на сл. 14.7. У тачки В делује непозната сила чије су компоненте $\vec{F}_{2,3n}$, $\vec{F}_{2,3t}$. Задати радни момент M_3 се због једноставнијег рачунања представи са силом F_B која је управна на члан 3, делује у тачки В, а вредност се добија из

једначине да је $M_3 = F_B \cdot \overline{BC}$, одакле је $F_B = 14,5 \text{ N}$. Сила притиска у тачки С је $\vec{F}_{5,3} = -\vec{F}_{3,5}$. Након тога могу се одредити непознате силе на члану 3 користећи услов равнотеже свих сила на овом члану:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F}_{2,3n} + \vec{F}_{2,3t} + \vec{F}_B + \vec{G}_3 + \vec{F}_{i3} + \vec{F}_{4,3} + \vec{F}_{5,3} = 0. \quad (14.5)$$

Према усвојеној размери за ове силе да је $U_F = \frac{1 \text{ N}}{2,5 \text{ mm}}$ према једначини (14.5) нацрта се затворени полигон сила (сл. 14.7) одакле се добијају непознате силе $\vec{F}_{2,3n}$ и $\vec{F}_{2,3t}$, као и њихова резултанта $\vec{F}_{2,3}$. Из полигона сила интензитет ове силе је: $F_{2,3} = 15,5 \text{ N}$.



Сл. 14.7: Силе на кинематичком члану 3 (задаћак 14.1)

Нападна тачка силе $\vec{F}_{4,3}$, односно њен крак L добија се из моментног услова равнотеже за тачку С посматрајући само члан 3 (сл. 14.7):

$$\sum M_{C(3)} = -F_{2,3t} \cdot \overline{BC} + F_B \cdot \overline{BC} + G_3 \cdot h_{G3} - F_{i3} \cdot h_{i3} + F_{4,3} \cdot (L + \overline{DC}) = 0, \quad (14.6)$$

одакле се добија вредност крака $L = 0,08 \text{ m}$.

На погонском члану делују силе које су приказане на сл. 14.8. Погонска сила F_P одређује се из моментног услова равнотеже за тачку А:

$$\sum M_A = F_{3,2} \cdot h_{3,2} + G_2 \cdot h_{G2} - F_P \cdot \overline{AB} = 0, \quad (14.7)$$

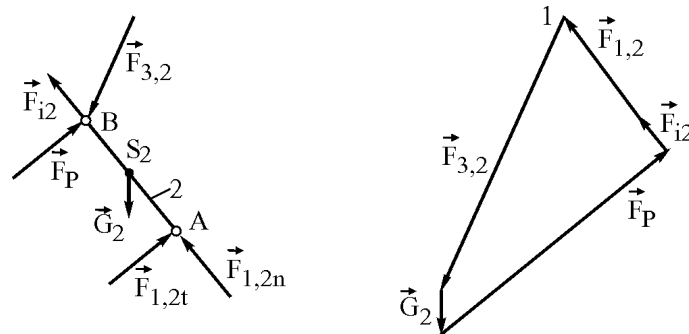
одакле је $F_P = 15 \text{ N}$.

Притисак у ослонцу А може се одредити из услова равнотеже свих сила за члан 2:

$$\sum \vec{F}_i(2) = \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{3,2} + \vec{F}_P + \vec{G}_2 + \vec{F}_{1,2n} + \vec{F}_{1,2t} = 0, \quad (14.8)$$

одакле је $F_{1,2} = 6,4 \text{ N}$ ($U_F = \frac{1 \text{ N}}{2,5 \text{ mm}}$).

Обртни момент на погонском члану 2 је: $M_2 = F_P \cdot \overline{AB} = 2,7 \text{ Nm}$, а погонска снага је $P_2 = M_2 \cdot \omega_2 = 27 \text{ W}$.



Сл. 14.8: Силе на погонском члану (задача 14.1)

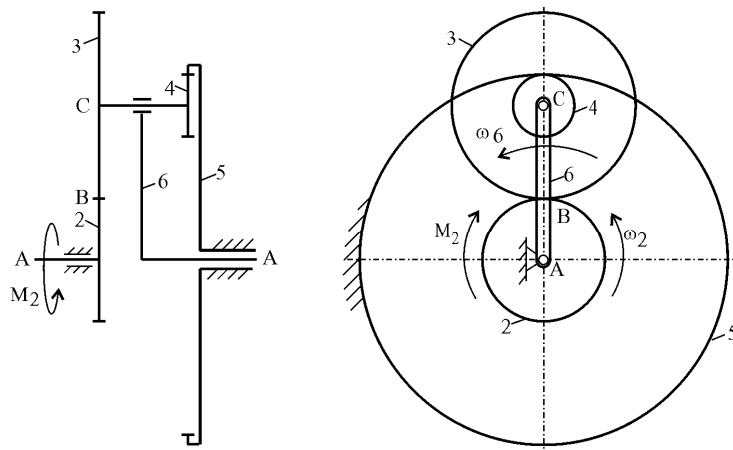
Задатак 14.2: За планетарни механизам (сл. 14.9) потребно је одредити погонску силу на носачу 6, ако је задато: $\omega_6 = 15 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_6 = 0$, $R_2 = 0,1 \text{ m}$, $R_3 = 0,15 \text{ m}$, $R_4 = 0,05 \text{ m}$, $R_5 = 0,3 \text{ m}$, $R_6 = 0,25 \text{ m}$, $G_3 = 20 \text{ N}$, $G_4 = 10 \text{ N}$, радни момент $M_2 = 40 \text{ Nm}$ и угао додирнице зупчаника $\alpha = 20^\circ$.

Прво се одреде угаоне брзине зупчаника. Из једначина за преносни однос за зупчанике од 5 до 2 заједно са носачем 6 добија се угаона брзина гоњеног зупчаника 2:

$$\frac{\omega_5^6}{\omega_2^6} = \frac{\omega_5 - \omega_6}{\omega_2 - \omega_6}, \quad \frac{\omega_5^6}{\omega_2^6} = \frac{R_4}{R_5} \cdot \frac{-R_2}{R_3}, \quad \text{одакле је } \omega_2 = 150 \text{ s}^{-1}.$$

На исти начин из једначине за преносни однос између зупчаника 2 и 3 према носачу 6:

$$\frac{\omega_3^6}{\omega_2^6} = \frac{\omega_3 - \omega_6}{\omega_2 - \omega_6}, \quad \frac{\omega_3^6}{\omega_2^6} = \frac{-R_2}{R_3}, \quad \text{добија се } \omega_3 = \omega_4 = -75 \text{ s}^{-1}.$$



Сл. 14.9: Кинематичка шема планетарног механизма (задача 14.2)

Да би се одредила погонска сила на носачу 6 и кинематички притисци између чланова, механизам се раставља на парове: 2 и 1, затим 3, 4 и 5 и на крају погонски члан 6 и непокретни члан 1.

$$\sum M_C = F_P \cdot \overline{AC} - F_{4,6} \cdot h_{4,6} = 0. \quad (14.12)$$

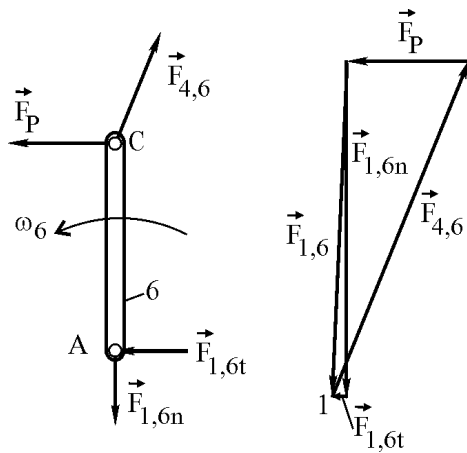
добија се погонска сила $F_P = 1673 \text{ N}$. Сила притиска у ослонцу А добија се из затвореног полигона сила према једначини:

$$\sum \vec{F}_i(6) = \vec{F}_P + \vec{F}_{4,6} + \vec{F}_{1,6n} + \vec{F}_{1,6t} = 0, \quad (14.13)$$

одакле је сила $F_{1,6} = 4500 \text{ N}$.

Обртни момент на погонском члану 6 је $M_6 = F_P \cdot AC = 418 \text{ Nm}$, а снага:

$$P_6 = M_6 \cdot \omega_6 = 6273 \text{ W}.$$



Сл. 14.12: Силе на погонском члану (задаћак 14.2)

14.2. Одређивање погонске силе Методом редукције

Метода редукције или метода Жуковског (Жуковский, 1847-1921. год.) базира се на редукованом механизму. Редуковани механизам је план брзина тог механизма окренут за 90° у супротном смеру од смера угаоне брзине погонског члана.

Метода Жуковског гласи: **ако се механизам са једним степеном слободе кретања под дејством спољашњих сила налази у стању равнотеже, онда ће се у стању равнотеже налазити и редуковани механизам посматран као крута слика, оптерећен спољашњим силама. Спољашње силе на редукованом механизму делују онако како стварно делују на механизму без ротирања.**

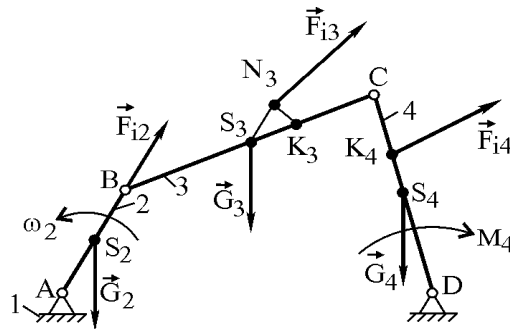
Из статичких услова равнотеже ($\sum \vec{F}_i = 0$ и $\sum M_i = 0$) за тачку редукованог механизма добија се потребна погонска сила.

Пример 14.2: Нека је познато кретање и спољашње силе које делују на четворополужни механизам (сл. 14.13). Потребно је методом редукције одредити погонску силу на члану 2. Дати подаци су: $\overline{AB} = 0,15 \text{ m}$, $\overline{BC} = 0,32 \text{ m}$, $\overline{CD} = 0,26 \text{ m}$, $\overline{AD} = 0,43 \text{ m}$, $\overline{AB} = 0,15 \text{ m}$, $\varphi_2 = 60^\circ$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0$, $m_2 = 0,3 \text{ kg}$, $m_3 = 0,7 \text{ kg}$, $m_4 = 0,6 \text{ kg}$, и радни момент $M_4 = 50 \text{ Nm}$. Средишта појединачних чланова су на средини истих. Хајгенсови центри осциловања (К) су познати и означени на кинематичкој шеми механизма (сл. 14.13).

Брзине и убрзања су одређени на основу плана брзина и убрзања приказаних на сл. 14.14 ($U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}$).

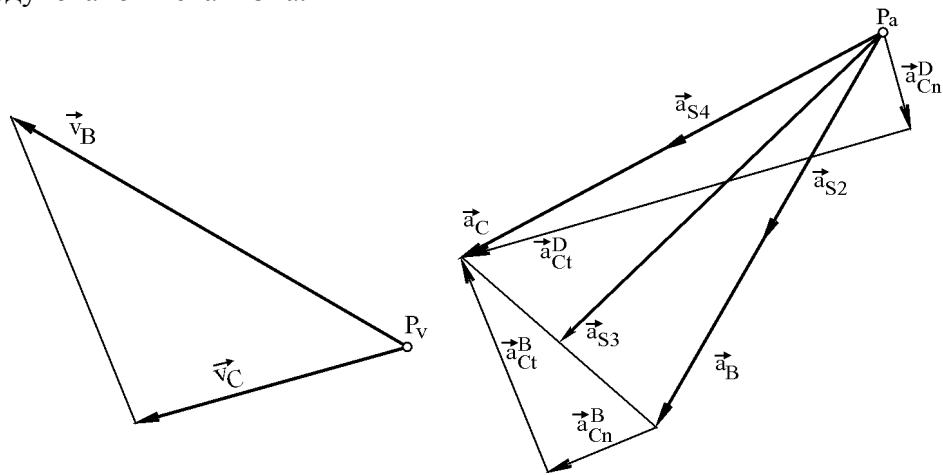
Затим су одређени интензитети убрзања средишта чланова механизма: $a_{S3} = 58 \text{ m/s}^2$ и $a_{S4} = 32 \text{ m/s}^2$.

Вредности инерцијалних сила су: $F_{i2} = m_2 \cdot a_{S2} = 9 \text{ N}$, $F_{i3} = 40,6 \text{ N}$ и $F_{i4} = 19,2 \text{ N}$, а њихове нападне тачке дате су на сл. 14.13.

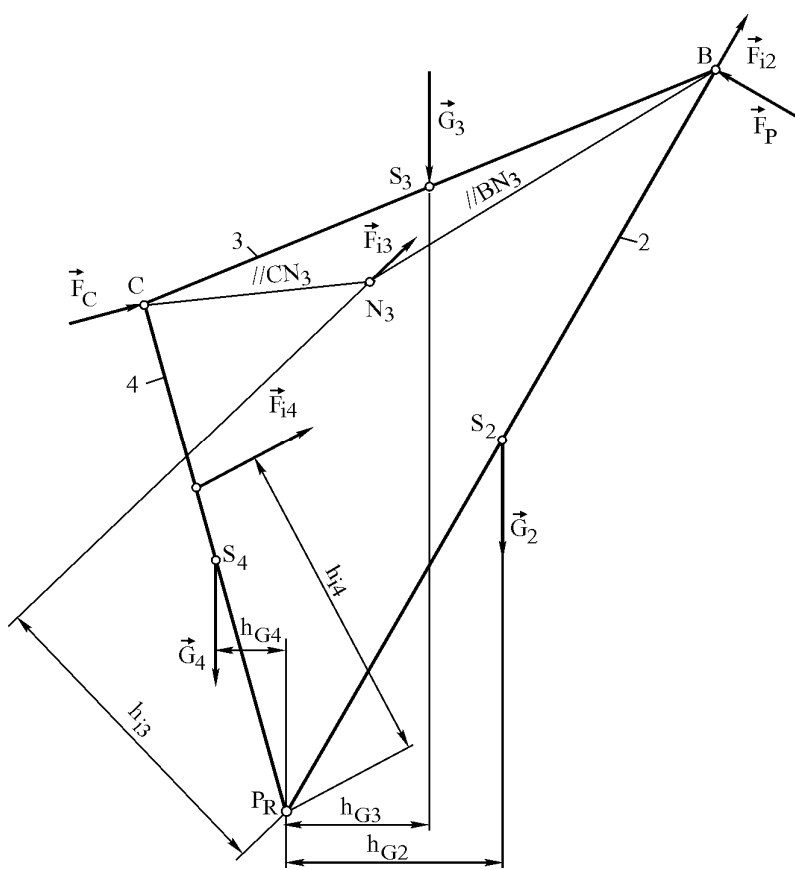


Сл. 14.13: Кинематичка шема четворолужног механизма (задаћак 14.2)

На кинематичку шему механизма нанесу се све спољашње силе, као и инерцијалне силе. Нацрта се редуковани механизам (план брзина окренут за 90°). Због веће тачности може се нацртати увећан (у овом примеру два пута) (сл.14.15). Тачка P_R назива се тачком редукованог механизма.



Сл. 14.14: План брзина и убрзања (задаћак 14.2)



Сл. 14.15: Редуковани механизам (задаћак 14.2)

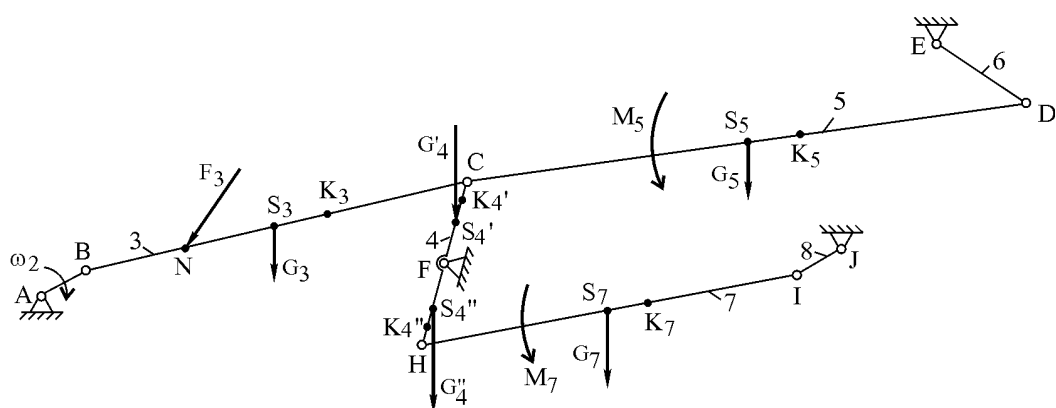
Радни момент M_4 представи се силом F_C која се одређује из једначине:

$$F_C = \frac{M_4}{DC} = 192,3 \text{ N}.$$

На основу услова равнотеже момената сила за тачку P_R добија се:

$\sum M_{PR} = F_P \cdot \overline{P_R B} - G_2 \cdot h_{G2} - G_3 \cdot h_{G3} - F_{i3} \cdot h_{i3} - F_{i4} \cdot h_{i4} - F_C \cdot \overline{P_R C} + G_4 \cdot h_{G4} = 0$, одакле је погонска сила $F_P = 231 \text{ N}$. Растојања h су најкраћа растојања између нападах линија сила и тачке редукованог механизма.

Задатак 14.3: За механизам за сепарацију зрна од сламе житног комбајна (сл. 14.16) одредити потребну погонску силу и притиске у кинематичким везама. Дати су подаци: $U_L = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, $m_3 = 4 \text{ kg}$, $m_4' = 3 \text{ kg}$, $m_4'' = 3 \text{ kg}$, $m_5 = 9 \text{ kg}$, $m_7 = 8 \text{ kg}$, $F_3 = 120 \text{ N}$, $M_5 = 160 \text{ Nm}$ и $M_7 = 30 \text{ Nm}$. Хајгенсови центри инерцијалних сила (K) су задати на сл. 14.16.



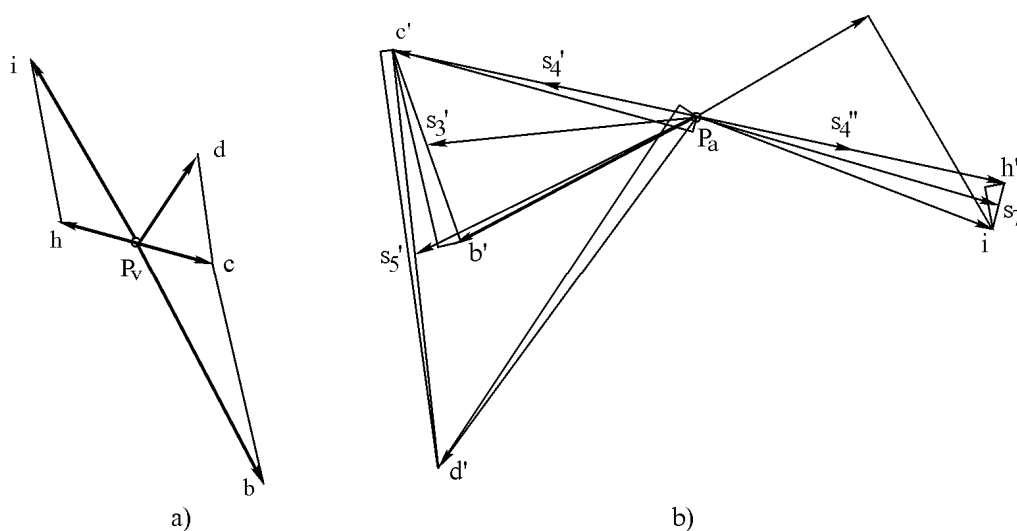
Сл. 14.16: Одређивање погонске силе механизма за сепарацију зрна животног комбајна (посиљавка задатка 14.3)

Да би се одредила погонска сила користиће се метода редукције, а за одређивање притисака у кинематичким везама метода кинестатичке анализе.

За добијање инерцијалних сила, прво су методом плана брзина и плана убрзања одређени кинематички параметри механизма (сл. 14.17). Коришћене размере су:

$$U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}} \text{ и } U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{1 \text{ cm}}.$$

Интензитети инерцијалних сила су: $F_{i3} = 144 \text{ N}$, $F_{i4}' = 60 \text{ N}$, $F_{i4}'' = 60 \text{ N}$, $F_{i5} = 378 \text{ N}$ и $F_{i7} = 328 \text{ N}$, а нападне тачке, правци и смерови су дати на сл. 14.18.



Сл. 14.17: План брзина и план убрзања (задатак 14.3)


$$\sum F_{PR} = F_P \cdot \overline{P_R b} - F_3 \cdot h_3 - G_3 \cdot h_{G3} - F_{I3} \cdot h_{I3} - F_{I4}' \cdot h_{I4}' - G_4' \cdot h_{G4}' + G_4'' \cdot h_{G4}'' +$$

$$+ G_5 \cdot h_{G5} - F_{I5} \cdot h_{I5} - F_D \cdot h_D - F_{I4}'' \cdot h_{I4}'' + F_H \cdot h_H + G_7 \cdot h_7 - F_{I7} \cdot h_{I7} = 0$$

добија погонска сила $F_P = 366 \text{ N}$. Погонски момент је $M_P = F_P \cdot \overline{AB} = 128 \text{ Nm}$, а снага

$$P_P = M_P \cdot \omega_2 = 1280 \text{ Nm}.$$

Радни момент M_5 је представљен силом $F_D = \frac{M_5}{CD} = 205 \text{ N}$, а

момент M_7 силом $F_H = \frac{M_7}{HI} = 250 \text{ N}$.



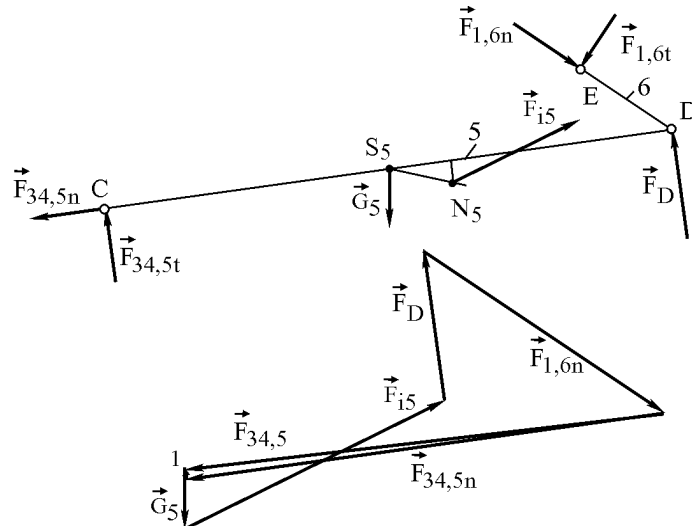
На основу услова равнотеже за пар 6, 5 да је збир момента за тачку D посматрајући члан 6 једнак: $\sum M_{D(6)} = F_{1,6t} \cdot \overline{DE} = 0$, добија се $F_{1,6t} = 0 \text{ N}$ (сл. 14.20). Из збира момената свих сила за тачку D посматрајући само штап 5 добија се једначина:

$$\sum M_{D(5)} = -F_{34,5t} \cdot \overline{CD} + G_5 \cdot h_{G5} - F_{i5} \cdot h_{i5} = 0, \text{ одакле је } F_{34,5t} = 9,14 \text{ N}.$$

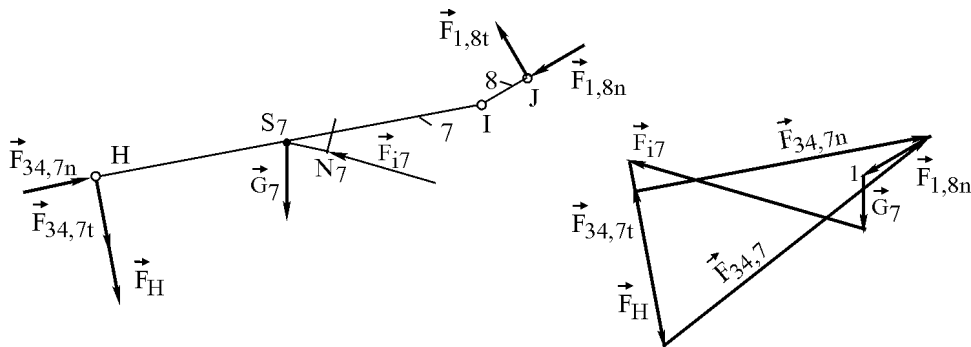
Непознате силе $\vec{F}_{34,5n}$ и $\vec{F}_{1,6n}$ добијају се из једначине збира свих сила за пар 5 и 6:
 $\sum \vec{F}_{5,6} = \vec{F}_{34,5t} + \vec{F}_{34,5n} + \vec{G}_5 + \vec{F}_{i5} + \vec{F}_{1,6n} + \vec{F}_D = 0$. На основу графичког приказа ове једначине (сл. 14. 20) добија се $F_{1,6n} = 380 \text{ N}$ и $F_{34,5} = 635 \text{ N}$ ($U_F = \frac{100 \text{ N}}{1 \text{ cm}}$).

Исти поступак се понови за пар 7, 8 (сл. 14.21). Из једначине $\sum M_{I(8)} = F_{1,8t} \cdot \overline{IJ} = 0$ добија се $F_{1,8t} = 0 \text{ N}$. Из једначине:

$\sum M_{I(7)} = F_{34,7t} \cdot \overline{HI} + F_H \cdot \overline{HI} + G_7 \cdot h_{G7} - F_{i7} \cdot h_{i7} = 0$ добија се $F_{34,7t} = -213,5 \text{ N}$. Остале непознате силе добијају се из полигона сила према једначини $\sum \vec{F}_{7,8} = \vec{F}_{34,7t} + \vec{F}_{34,7n} + \vec{F}_H + \vec{G}_7 + \vec{F}_{i7} + \vec{F}_{1,8n} = 0$, одакле је $F_{1,8} = 104 \text{ N}$ и $F_{34,7} = 450 \text{ N}$ ($U_F = \frac{100 \text{ N}}{1 \text{ cm}}$).



Сл. 14. 20: Силе на кинематичком пару 6, 5 (задаћак 14.3)



Сл. 14. 21: Силе на кинематичком пару 7, 8 (задаћак 14.3)

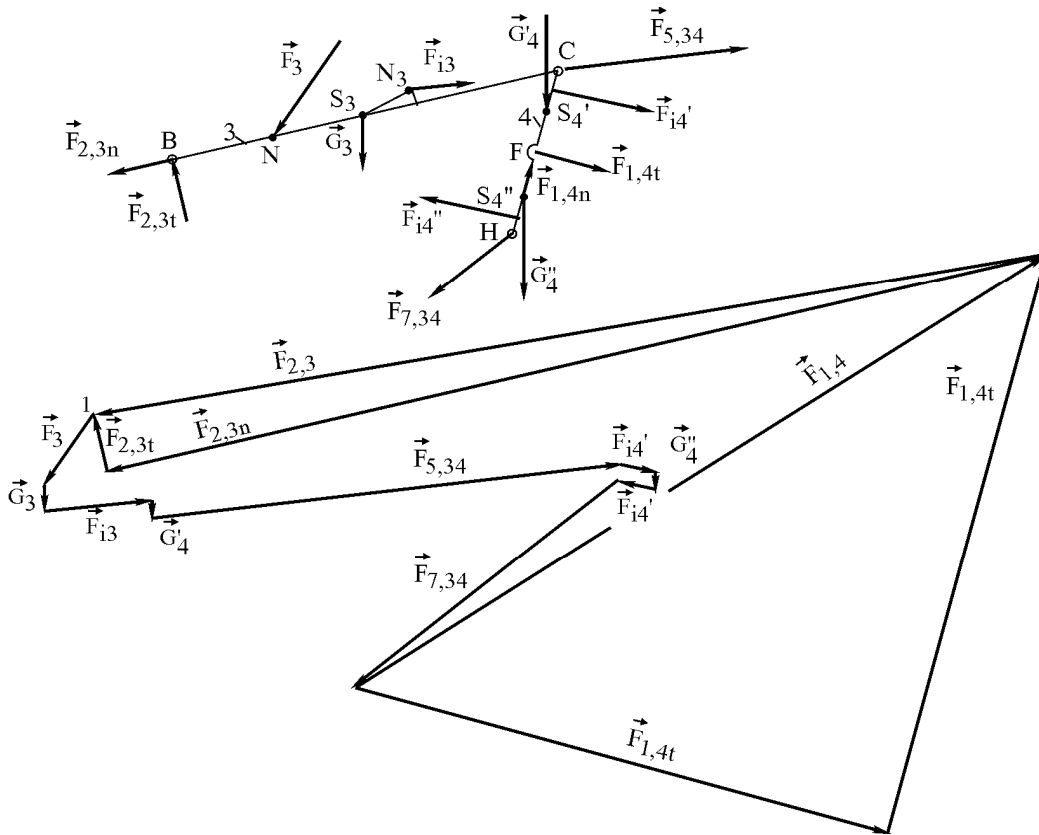
Силе које делују на кинематички пар 3, 4 дат је на слици 14.22. Из једначине $\sum M_{C(3)} = -F_{2,3t} \cdot \overline{BC} + F_3 \cdot h_3 + G_3 \cdot h_{G3} + F_{i3} \cdot h_{i3} = 0$ добија се $F_{2,3t} = 83 \text{ N}$. Из једначине:

$\sum M_{C(4)} = -F_{7,34} \cdot h_{7,34} - F_{i4}'' \cdot h_{i4}'' + G_4'' \cdot h_{G4}'' + F_{1,4t} \cdot h_{1,4t} + G_4' \cdot h_{G4}' + F_{i4}' \cdot h_{i4}' = 0$ добија се
 $F_{1,4t} = 743 \text{ N}$.

Остале непознате силе на кинематичком пару 3, 4 добијају се из затвореног полигона сила према једначини:

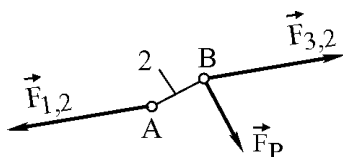
$$\begin{aligned}
 \sum \vec{F}_{7,8} &= \vec{F}_{2,3n} + \vec{F}_{2,3t} + \vec{F}_3 + \vec{G}_3 + \vec{F}_{i3} + \vec{F}_{5,34} + \vec{G}_4' + \vec{F}_{i4}' + \vec{F}_{1,4t} \\
 &+ \vec{F}_{1,4n} + \vec{G}_4'' + \vec{F}_{i4}'' + \vec{F}_{7,34} = 0
 \end{aligned}$$

одакле је $F_{1,4} = 1090 \text{ N}$ и $F_{2,3} = 1290 \text{ N}$ ($U_F = \frac{100 \text{ N}}{1 \text{ cm}}$).



Сл. 14.22: Силе на кинематичком пару 3, 4 (задаћак 14.3)

Из услова равнотеже да је збир момената свих сила за погонски члан 2 (сл. 14.23) за тачку А, $\sum M_A = F_{3,2} \cdot h_{3,2} + F_P \cdot \overline{AB} = 0$, следи да је $F_P = \frac{F_{3,2}}{\overline{AB}} = 387 \text{ N}$. Добијене вредности погонске силе F_P добијене методом кинетостатичке анализе и методом редукције ($F_P = 366 \text{ N}$) треба да су исте. Међутим, до мале разлике у вредностима је дошло због непрецизности графоаналитичке методе.



Сл. 14.23: Силе на кинематичком пару 1, 2 (задаћак 14.3)

15. УРАВНОТЕЖЕЊЕ МЕХАНИЗАМА

Уравнотежени механизам је онај механизам чији је збир инерцијалних сила и момената инерцијалних сила покретних чланова механизма једнак нули: $\sum \vec{F}_i = 0$, $\sum M_i = 0$.

У случају да је механизам неуравнотежен долази до динамичких оптерећења и вибрација које могу бити таквих интензитета да доводе до бржег оштећења, бржег замора материјала и ломова. Проблем неуравнотежености механизма је израженији код габаритних и брзоходних механизма.

Уравнотежење (балансирање) механизма се обавља у различитим фазама, од идејног решења и избора механизма, конструкције и пројектовања, производње, монтаже и након одређеног периода коришћења механизма (у току експлоатације).

У периоду стварања механизма придржавајући се свих правила уравнотежења, могу се добити довољно уравнотежени механизми. Међутим, у току производње и монтаже може доћи до неуравнотежености (дебаланса) из више разлога.

Чланови механизма не могу бити идеалног и хомогеног распореда маса. Вредност инерцијалне силе члана који се креће једнолико кружно је функција квадрата угаоне брзине ($F_i = m \cdot a = m \cdot R \cdot \omega^2$), тако да и врло мале неуравнотежене масе имају знатну вредност инерцијалне силе.

При монтажи може доћи до различитих субјективних и објективних одступања која могу знатно довести до неуравнотежености механизма.

У току рада механизма долази до различитих хабања, деформација и ломова његових чланова који могу знатно утицати на његову неуравнотеженост. На пример, ножеви ротора силажног комбајна који се обрћу знатним брзинама, а у току рада наилазе на различите отпоре због различите густине биљне масе, различите влажности итд, тако да неминовно долази до њихове неуједначене исхабаности и нехомогености распореда маса. У екстремним ситуацијама могу наићи на неки заостали тврди предмет и слично, што доводи до неуједначеног крзања и лома ножева.

Зависно од тога који је услов уравнотежености испуњен имамо делимично, потпуно и комбиновано уравнотежење:

- Делимично или статичко уравнотежење је оно уравнотежење где је збир свих инерцијалних сила једнак нули ($\sum \vec{F}_i = 0$), док збир момента није једнак нули ($\sum M_i \neq 0$);
- Динамичко или потпуно уравнотежење је оно уравнотежење где је збир свих инерцијалних сила и збир момената свих инерцијалних сила једнак нули ($\sum \vec{F}_i = 0$, $\sum M_i = 0$) и
- Комбиновано уравнотежење је оно уравнотежење где је збир момената свих инерцијалних сила једнак нули, док збир инерцијалних сила није једнак нули ($\sum M_i = 0$, $\sum \vec{F}_i \neq 0$).

15.1. Услови уравнотежења механизма

Први услов уравнотежења механизма је да је збир свих инерцијалних сила једнак нули:

$$\sum \vec{F}_i = 0. \quad (15.1)$$

Анализирајмо шта механизам треба да задовољи да би био испуњен први услов уравнотежења, једначина (15.1). Посматрајмо једноставан равански клипни механизам (сл. 15.1) чији чланови имају различите инерцијалне силе које се могу разложити на осе x , y и z :

$$\sum F_{xi} = -\sum m_i \cdot \frac{d^2 x_i}{dt^2} \quad \sum F_{yi} = -\sum m_i \cdot \frac{d^2 y_i}{dt^2}, \quad \sum F_{zi} = -\sum m_i \cdot \frac{d^2 z_i}{dt^2}. \quad (15.2)$$

Да би се добио угао φ као независно променљива величина, једначине (15.2) се помноже са $\frac{d\varphi}{dt}$ и након деривације добијају се изрази за компоненте инерцијалних сила по осама x , y и z .

$$\begin{aligned} F_{xi} &= -\omega^2 \sum m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} - \varepsilon \sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} \\ F_{yi} &= -\omega^2 \sum m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} - \varepsilon \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} \quad (15.3) \end{aligned}$$

$$F_{zi} = 0 \text{ (за равански механизам).}$$

Збир инерцијалних сила треба да је једнак нули, $\sum \vec{F}_i = \vec{F}_{xi} + \vec{F}_{yi} + \vec{F}_{zi} = 0$. Овај услов ће бити испуњен ако чланови из једначине (15.3) буду једнаки нули:

$\sum m_i \frac{d^2 x_i}{d\varphi^2} = 0$, $\sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} = 0$, $\sum m_i \frac{d^2 y_i}{d\varphi^2} = 0$, $\sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} = 0$, јер нема смисла да угаоне брзине и угаона убрзања буду једнаки нули ($\omega \neq 0$ и $\varepsilon \neq 0$). Да би били задовољени ови изрази, треба да су испуњени услови:

$$\sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} = 0 \text{ и } \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} = 0. \quad (15.4)$$

Збир маса свих чланова механизма једнака је маси механизма m ($\sum m_i = m$), а збир компонената појединачних положаја средишта маса чланова механизма једнак је положају средишту целокупног механизма ($\sum x_i = x_S$, $\sum y_i = y_S$) те је:

$$\sum m_i \frac{dx_i}{d\varphi} = m \frac{dx_S}{d\varphi} = 0, \quad \sum m_i \frac{dy_i}{d\varphi} = m \frac{dy_S}{d\varphi} = 0. \quad (15.5)$$

$$\text{Координате средишта механизма су: } x_S = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{m} \text{ и } y_S = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{m},$$

где је: x_i, y_i (m) – координате средишта маса појединачних покретних чланова механизма; x_S, y_S (m) – координате средишта целокупног механизма.

Анализом једначине (15.5), обзиром да нема смисла да је маса механизма једнака нули ($m \neq 0$) произилази да први извод положаја средишта механизма (x_S, y_S) по углу положаја погонског члана (φ) треба да су једнаки нули:

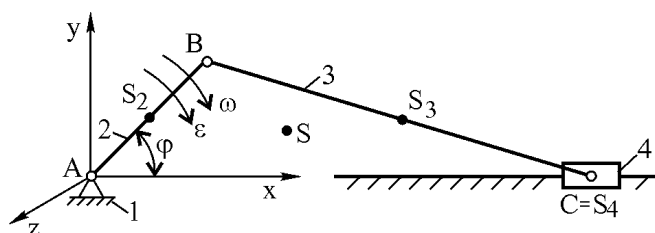
$$\frac{dx_S}{d\varphi} = 0 \text{ и } \frac{dy_S}{d\varphi} = 0 . \quad (15.6)$$

Овај услов ће бити задовољен ако је:

$$x_S = \text{const} \text{ и } y_S = \text{const} . \quad (15.7)$$

Ако је испуњен услов из једначине (15.7) тада ће и први чланови једначине (15.3) бити једнаки нули.

Другим речима, да би збир свих инерцијалних сила на механизму био једнак нули (да би био уравнотежен) средиште механизма S током његовог кретања треба да је непокретно (сл. 15.1).



Сл. 15.1: Услови уравнотежења механизма

Други услов уравнотежености механизма је да је збир момената свих инерцијалних сила једнак нули:

$$\sum \vec{M}_i = \sum \vec{F}_i \times \vec{r}_i = \sum m_i \cdot \vec{a}_i \times \vec{r}_i = 0 . \quad (15.8)$$

Ако се једначина (15.8) напише у скаларном облику за равански механизам имамо да је:

$$M_{xi} = \sum m_i \cdot z_i \cdot \frac{d^2 y_i}{dt^2} = 0, \quad M_{yi} = \sum m_i \cdot z_i \cdot \frac{d^2 x_i}{dt^2} = 0 . \quad (15.9)$$

Анализом израза (15.9) добија се:

$$\frac{d}{d\varphi} \sum m_i \cdot z_i \cdot y_i = \frac{d}{d\varphi} I_{yz} = 0, \quad \frac{d}{d\varphi} \sum m_i \cdot z_i \cdot x_i = \frac{d}{d\varphi} I_{xz} = 0, \quad (15.10)$$

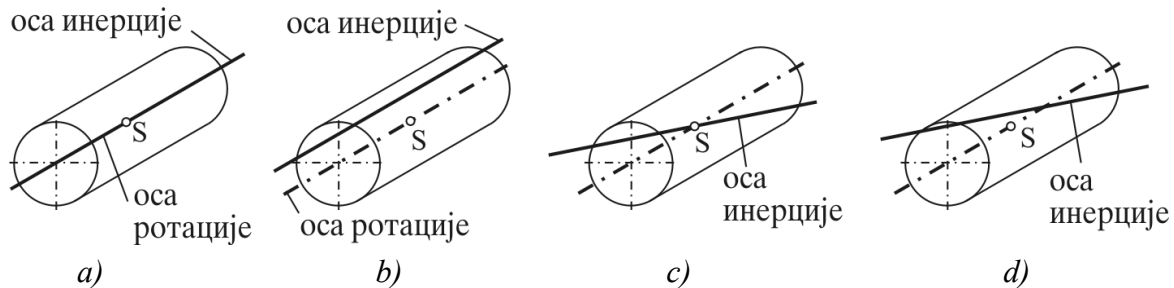
где је: $I_{yz}, I_{xz} \text{ (kgm}^2\text{)}$ - центрифугални момент инерције механизма за осе y и x. Да би био задовољен услов из једначине (15.10) треба да је:

$$I_{yz} = \sum m_i \cdot z_i \cdot y_i = \text{const}, \quad I_{xz} = \sum m_i \cdot z_i \cdot x_i = \text{const} . \quad (15.11)$$

Другим речима, да би збир свих момената инерцијалних сила на механизму био једнак нули (да би био динамички уравнотежен) центрифугални момент инерције маса I за осе x, y и z треба да је константан или другачије речено, оса ротације и оса инерције треба да се поклопе (сл. 15.2).

Ако посматрамо један ротациони члан (ротор) и ако се поклопе оса ротације и оса инерције (сл. 15.2а) оба услова уравнотежења су задовољена ($\sum \vec{F}_i = 0, \sum \vec{M}_i = 0$), те имамо потпуно динамичко уравнотежење ротора. У другом случају (сл. 15.2б) задовољен је други услов, а није први ($\sum \vec{M}_i = 0, \sum \vec{F}_i \neq 0$), те имамо комбиновано уравнотежење. У трећем случају (сл. 15.2с)) када се оса инерције не поклапа са осом ротације али пролази кроз

средиште ротора S , задовољен је први, а није други услов ($\sum \vec{F}_i = 0, \sum M_i \neq 0$), тако да имамо делимично уравнотежење. У четвртм примеру (сл. 15.2d) имамо потпуно неуравнотежен ротор, јер није задовољен ниједан услов, пошто се оса инерције не поклапа са осом ротације и не пролази кроз средиште S ($\sum \vec{F}_i \neq 0, \sum M_i \neq 0$).



Сл. 15.2: Оса обртања и оса инерције ротора

a) уравниожен, b) комбиновано уравниожен, c) делимично уравниожен, d) неуравниожен

15.2. Методе уравнотежења механизма

Зависно од структуре, намене, величине и масе механизма и вредности његових брзина и убрзања постоје више различитих метода за уравнотежење механизма.

Зависно од тога који услов уравнотежености треба да буде испуњен имамо:

- делимично,
- потпуно и
- комбиновано уравнотежење механизма.

Зависно од тога да ли при поступку уравнотежења додајемо или одузимамо масе постоје:

- методе одузимања и
- методе додавања маса.

Из чисто практичних разлога чешће се користе методе додавања маса.

Зависно од тога у којој фази се обавља уравнотежење механизма имамо:

- конструкционо,
- експериментално (по изласку из фабрике и од произвођача) и
- експлоатационо.

Уравнотежење може бити:

- на пробном столу, без утицаја осталих делова машине у којој је механизам уграђен и
- у сопственим лежајима заједно са свим осталим деловима машине у којој је механизам уграђен.

Зависно од структуре механизма и од тога који се чланови механизма уравнотежују имамо:

- методу симетричних механизма,
- методу главних тачака и
- методу хармонијске анализе.

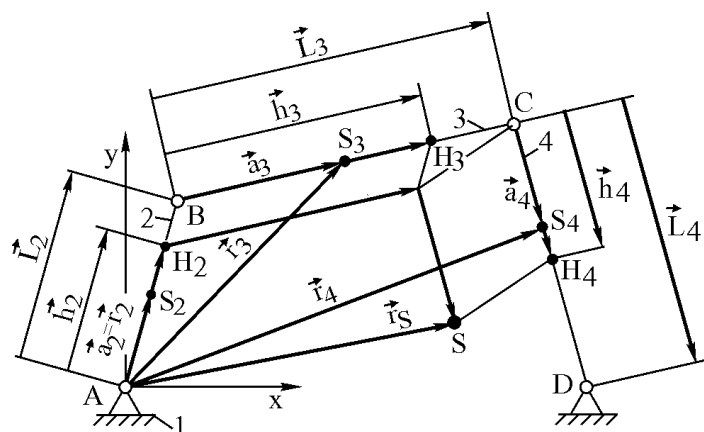
Метода симетричних механизма своди се на проширење механизма са истим таквим, симетрично у односу на њега постављеним, чије се инерцијалне силе међусобно уравнотежују (поништавају). Овај метод захтева много више простора, потребна је већа снага за његово покретање, те се ретко користи.

15.3. Метода главних тачака

Метода главних тачака се користи за делимично уравнотежење полужних механизма. Ова метода подразумева одређивање положаја средишта маса (тежишта) целокупног механизма, ако се знају масе и средишта појединих покретних чланова полужног механизма.

Положај средишта механизма $\vec{r}_S$ једнак је збиру средишта маса појединачних покретних чланова механизма (сл. 15.3):

$$\vec{r}_S = \sum \vec{r}_i = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 + \vec{r}_4 \quad (15.12)$$



Сл. 15.3: Одређивање средишта маса механизма

Ако се једначина (15.12) помножи са масом механизма m која је једнака збиру маса покретних чланова $m = \sum m_i = m_2 + m_3 + m_4$ добија се:

$$\vec{r}_S \cdot m = \sum \vec{r}_i \cdot m_i = \vec{r}_2 \cdot m_2 + \vec{r}_3 \cdot m_3 + \vec{r}_4 \cdot m_4, \quad (15.13)$$

одакле је:

$$\vec{r}_S = \frac{\sum \vec{r}_i \cdot m_i}{m} = \frac{\vec{r}_2 \cdot m_2 + \vec{r}_3 \cdot m_3 + \vec{r}_4 \cdot m_4}{m} \quad (15.14)$$

Ако радијус векторе покретних чланова изразимо као: $\vec{r}_2 = \vec{a}_2$, $\vec{r}_3 = \vec{L}_2 + \vec{a}_3$, $\vec{r}_4 = \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \vec{a}_4$ и унесемо их у једначину (15.14), а након сређивања добија се:

$$\vec{r}_S = \frac{m_2 \cdot \vec{a}_2 + \vec{L}_2(m_3 + m_4)}{m} + \frac{m_3 \cdot \vec{a}_3 + \vec{L}_3 \cdot m_4}{m} + \frac{m_4 \cdot \vec{a}_4}{m} \quad (15.15)$$

Први члан ове једначине је неки вектор у правцу $\vec{r}_2$ и $\vec{L}_2$ којег ћемо означити са $\vec{h}_2$, други члан је у правцу $\vec{r}_3$ и $\vec{L}_3$ и означавамо са $\vec{h}_3$ итд, те једначина (15.15) на основу једначине (15.7) има облик:

$$\vec{r}_S = \vec{h}_2 + \vec{h}_3 + \vec{h}_4 = \text{const} \quad \text{или} \quad \vec{r}_S = \vec{h}_2 + \vec{h}_3 + \vec{h}_4 = 0, \quad (15.16)$$

где је:

$$\vec{h}_2 = \frac{m_2 \cdot \vec{a}_2 + \vec{L}_2(m_3 + m_4)}{m}, \quad \vec{h}_3 = \frac{m_3 \cdot \vec{a}_3 + \vec{L}_3 \cdot m_4}{m},$$

$$\vec{h}_4 = \frac{m_4 \cdot \vec{a}_4}{m}. \quad \dots\dots\dots (15.17)$$

Вектори $\vec{h}_i$ одређују главне тачке H_i (тачке H_2 , H_3 и H_4 , сл. 15.3) по којима је ова метода добила име.

Метода главних тачака има више недостатака:

- ограничена је примена само на полужне механизме,
- уравнотежавају се само чланови са ротационим и сложеним кретањем, док се не уравнотежавају трнслаторни чланови и
- добијају се велике вредности корекционих маса у односу на масе кинематичког дела механизма.

Приказ методе главних тачака за уравнотежење полужних механизма дат је на четворополужном и клипном механизму.

Уравнотежење четворополужног механизма

Да би четворополужни механизам био делимично уравнотежен, треба да буде задовољен услов да је $\vec{r}_S = 0$, из чега произилази да је:

$$\vec{h}_2 = 0, \quad \vec{h}_3 = 0 \text{ и } \vec{h}_4 = 0, \quad \dots\dots\dots (15.18)$$

а за услов да је $\vec{r}_S = \text{const}$ произилази да је:

$$\frac{\vec{h}_2}{\vec{L}_2} = \frac{\vec{h}_3}{\vec{L}_3} = \frac{\vec{h}_4}{\vec{L}_4} = \text{const}. \quad \dots\dots\dots (15.19)$$

Ако се у једначину (15.19) унесу изрази (15.17) добија се:

$$\frac{m_2 \cdot \vec{a}_2 + \vec{L}_2(m_3 + m_4)}{\vec{L}_2} = \frac{m_3 \cdot \vec{a}_3 + \vec{L}_3 \cdot m_4}{\vec{L}_3} = \frac{m_4 \cdot \vec{a}_4}{\vec{L}_4}, \text{ чијим сређивањем се добија:}$$

$$m_2 \frac{\vec{a}_2}{\vec{L}_2} = m_3 \left(\frac{\vec{a}_3}{\vec{L}_3} - 1 \right) \text{ као и } m_3 \frac{\vec{a}_3}{\vec{L}_3} = m_4 \left(\frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} - 1 \right), \quad m_2 \frac{\vec{a}_2}{\vec{L}_2} = m_4 \left(\frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} - 1 \right). \quad \dots (15.20)$$

Ако за односе положаја средишта појединих чланова и њихових дужина уведемо следеће замене: $\sigma_2 = \frac{\vec{a}_2}{\vec{L}_2}$, $\sigma_3 = \frac{\vec{a}_3}{\vec{L}_3}$ и $\sigma_4 = \frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4}$ и уврстимо у претходну једначину добија се:

$m_2 \cdot \sigma_2 = m_3(\sigma_3 - 1)$, $m_3 \cdot \sigma_3 = m_4(\sigma_4 - 1)$ и $m_2 \cdot \sigma_2 = m_4(\sigma_4 - 1)$, одакле је:

$$\sigma_2 = \frac{m_3}{m_2}(\sigma_3 - 1), \quad \sigma_3 = \frac{m_4}{m_3}(\sigma_4 - 1) \text{ и } \sigma_2 = \frac{m_4}{m_2}(\sigma_4 - 1), \quad \dots\dots\dots (15.21)$$

Ако за односе маса покретних чланова уведемо замене: $\rho_{3,2} = \frac{m_3}{m_2}$, $\rho_{4,3} = \frac{m_4}{m_3}$ и

$\rho_{4,2} = \frac{m_4}{m_2}$ из једначине (15.21) добија се:

$$\rho_{3,2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_3 - 1}, \quad \rho_{4,3} = \frac{\sigma_3}{\sigma_4 - 1}, \quad \rho_{4,2} = \frac{\sigma_2 \cdot \sigma_3}{(\sigma_3 - 1)(\sigma_4 - 1)} = \rho_{3,2} \cdot \rho_{4,3}. \quad \dots\dots\dots (15.22)$$

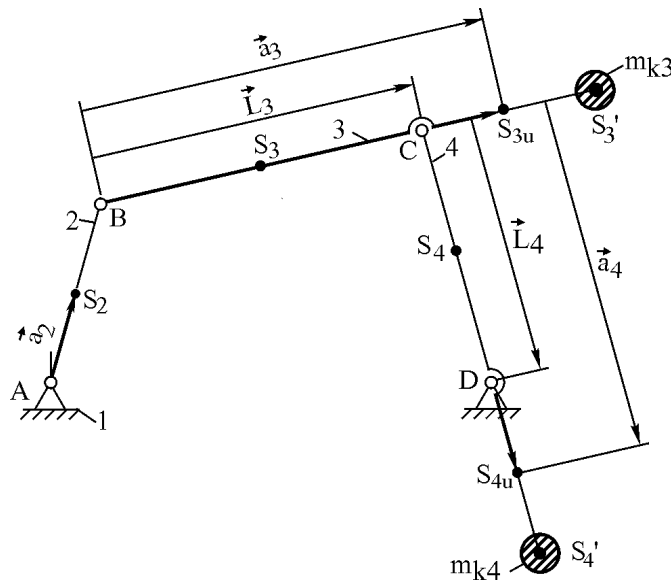
Анализом једначина од (15.18) до (15.22) може се закључити да на положај средишта механизма не утичу брзине и убрзања чланова механизма већ само распоред њихових маса.

Анализом вредности и међусобних односа параметара σ и ρ за четворополужни механизам, добијају се различите могућности при којима ће бити $\vec{r}_S = 0$ или $\vec{r}_S = \text{const}$.

Прва могућност је:

$$1. \sigma_2 = \frac{\vec{a}_2}{\vec{L}_2} > 0, \quad \sigma_3 = \frac{\vec{a}_3}{\vec{L}_3} > 1 \quad \text{и} \quad \sigma_4 = \frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} > 1. \quad (15.23)$$

Да би били испуњени услови под тачком 1. потребно је члановима 3 и 4 додати корекционе масе m_{k3} и m_{k4} (противтегове) (сл. 15.4) како би се након тога средишта ових чланова померила у тачке S_{3u} и S_{4u} , односно да би се добиле веће вредности $\vec{a}_3$ од $\vec{L}_3$ и $\vec{a}_4$ од $\vec{L}_4$ ($\vec{a}_3 < \vec{L}_3$, $\vec{a}_4 > \vec{L}_4$). Вредности корекционих маса m_{k3} и m_{k4} као и њихов положај (тачка S'_3 и S'_4) зависе од расположивог простора и других услова о којима ће касније бити речи. Пошто се члану 2 не додаје корекциона маса, маса члана 2 (m_2) се редукује на тачке А и В. У случају да је средиште S_2 на средини члана 2 (хомоген распоред маса) имамо да је $m_A = m_B = \frac{m_2}{2}$.



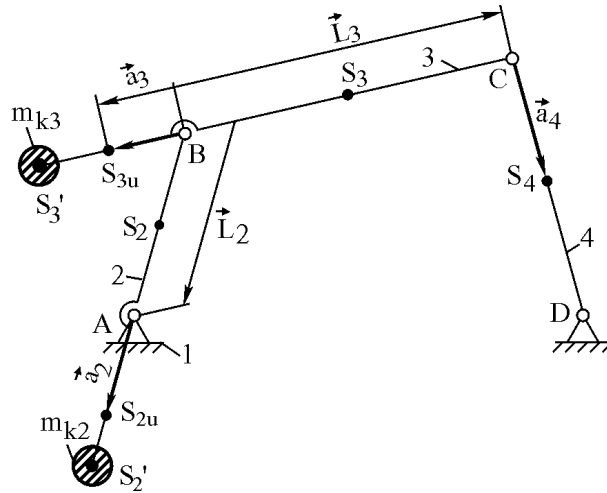
Сл. 15.4: Прва могућности додавања корекционих маса четворополужном механизму

Друга могућност односа параметара σ и ρ у циљу добијања статичке уравнотежености четворополужног механизма (сл. 15.5) је:

$$2. \sigma_2 = \frac{-\vec{a}_2}{\vec{L}_2} < 0, \quad \sigma_3 = \frac{-\vec{a}_3}{\vec{L}_3} < 0 \quad \text{и} \quad \sigma_4 = \frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} < 1. \quad (15.24)$$

Да би били задовољени услови из једначине (15.24) потребно је додати корекционе масе другом и трећем члану (m_{k2} , m_{k3}) како би се након тога њихова средишта померила у тачке S_{2u} и S_{3u} . Предзнак минус ($-\vec{a}_2$) значи да су положаји средишта кинематичког дела члана 2, тачке S_2 и тачке средишта након додавања корекционе масе (тачке S_{2u}) на супротним

странама од ослоња (тачке А). Пошто се члану 4 не додаје корекциона маса, маса m_4 се редукује на тачке С и D.



Сл. 15.5: Друга могућност додавања корекционих маса четворополужном механизму

Трећа могућност за статичко уравнотежење четворополужног механизма је проширење чланова 2, 3 и 4 са корекционим масама m_{k2} , m_{k3} и m_{k4} тако да се добију укупна средишта чланова као на сл. 15.6. Аналитички услови који треба да се задовоље су:

$$3. \sigma_2 = \frac{-\vec{a}_2}{\vec{L}_2} < 0, \sigma_3 = \frac{-\vec{a}_3}{\vec{L}_3} < 0 \text{ и } \sigma_4 = \frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} = 0. \quad (15.25)$$

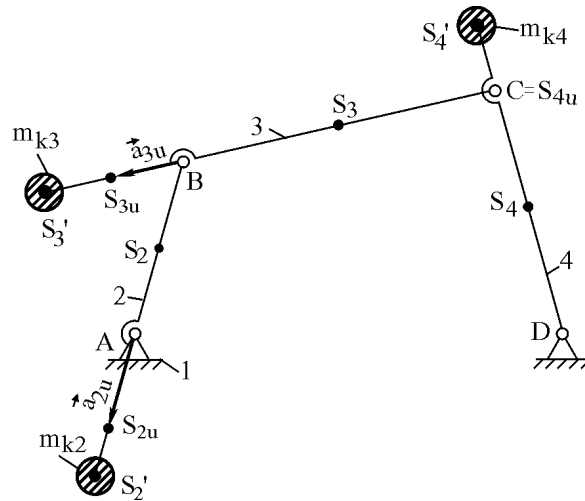
Из једначине (15.25) следи закључак да члану 4 треба додати онолику корекциону масу m_{k4} након чега ће укупан центар члана 4 (S_{u4}) бити у тачки С.

Четврта могућност за статичко уравнотежење четворополужног механизма је проширење чланова 2 и 4 са корекционим масама m_{k2} и m_{k4} тако да се добију укупна средишта чланова као на сл. 15.7. Аналитички услови који треба да се испуне су:

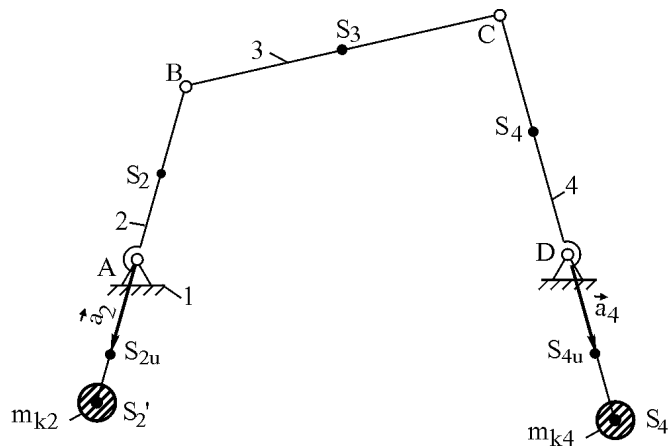
$$4. \sigma_2 = \frac{-\vec{a}_2}{\vec{L}_2} < 0, 1 > \sigma_3 = \frac{\vec{a}_3}{\vec{L}_3} > 0 \text{ и } \sigma_4 = \frac{\vec{a}_4}{\vec{L}_4} > 1. \quad (15.26)$$

Маса члана 3 (m_3) се редукује на тачке В и С.

Нека друга комбинација додавања корекционих маса четворополужном механизму, мимо четири показане, не би дала уравнотежен механизам, већ напротив, још више би дошло до нарушавања уравнотежености.



Сл. 15.6: Трећа могућност додавања корекционих маса четворополужном механизму



Сл. 15.7: Четврта могућност додавања корекционих маса четворополужном механизму

Задатак 15.1: За четворополужни механизам одредити корекционе масе чланова према трећој могућности уравнотежења (сл. 15.6) ако је задато:

$\overline{AB} = L_2 = 0,25 \text{ m}$, $\overline{AS_2} = 0,60 \text{ m}$, $\overline{BC} = L_3 = 0,80 \text{ m}$, $\overline{BS_3} = 0,70 \text{ m}$, $\overline{CD} = L_4 = 0,56 \text{ m}$, $\overline{CS_4} = 0,15 \text{ m}$, $m_2 = 0,5 \text{ kg}$, $m_3 = 1,5 \text{ kg}$ и $m_4 = 0,9 \text{ kg}$. Средишта маса појединачних чланова су на средини истих. Услов уравнотежења је $\vec{r}_S = 0$.

На основу израза да је $\vec{r}_S = \vec{h}_2 + \vec{h}_3 + \vec{h}_4 = 0$ имамо да је:

$$\begin{aligned} \vec{h}_2 &= \frac{m_{2u} \cdot \vec{a}_{2u} + \vec{L}_2(m_{3u} + m_{4u})}{m} = 0, \\ \vec{h}_3 &= \frac{m_{3u} \cdot \vec{a}_{3u} + \vec{L}_3 \cdot m_{4u}}{m} = 0, \\ \vec{h}_4 &= \frac{m_{4u} \cdot \vec{a}_{4u}}{m} = 0, \end{aligned} \quad (15.27)$$

где су: m_{2u} , m_{3u} , m_{4u} (kg) – укупне масе чланова након додавања корекционих маса, те је: $m_{2u} = m_2 + m_{k2}$, $m_{3u} = m_3 + m_{k3}$ и $m_{4u} = m_4 + m_{k4}$.

Ознаке a_{2u} , a_{3u} и a_{4u} представљају растојања средишта чланова након додавања корекционих маса.

У трећем изразу једначине (15.27) има најмање непознатих величина, те се прво користи тај, из којег следи да је: $m_{4u} \cdot a_{4u} = 0$, одакле следи да је $a_{4u} = 0$, јер не може маса четвртог члана бити једнака нули. То значи да након додавања масе m_{k4} укупно средиште члана 4 треба да буде у тачки С.

Користећи статички услов равнотеже члана 4 за тачку С имамо да је:

$$m_{k4} \cdot \overline{CS}_4' = m_4 \cdot \overline{CS}_4, \dots\dots\dots (15.28)$$

одакле се добија $m_{k4} = 1,68 \text{ kg}$ и $m_{4u} = 2,58 \text{ kg}$.

Из друге једначине (15.27) имамо да је:

$$m_{3u} \cdot a_{3u} + L_3 \cdot m_{4u} = 0, \text{ тј. } m_{3u} \cdot \overline{BS}_{3u} + \overline{BC} \cdot m_{4u} = 0, \dots\dots\dots (15.29)$$

где су две непознате величине m_{3u} и a_{3u} . Другу потребну једначину добијамо из моментног услова равнотеже члана 3 за тачку В:

$$m_{k3} \cdot \overline{BS}_3' + m_{3u} \cdot \overline{BS}_{3u} = m_3 \cdot \overline{BS}_3. \dots\dots\dots (15.30)$$

На основу једначина (15.29 и 15.30) имамо да је: $m_{k3} = 3,80 \text{ kg}$, $m_{3u} = 5,30 \text{ kg}$ и $\overline{BS}_{3u} = 0,39 \text{ m}$.

Из прве једначине (15.27) имамо да је:

$$m_{2u} \cdot a_{2u} + L_2(m_{3u} + m_{4u}) = 0, \text{ тј. } m_{2u} \cdot \overline{AS}_{2u} + \overline{AB}(m_{3u} + m_{4u}) = 0, \dots\dots (15.31)$$

где су две непознате величине m_{2u} и $\overline{AS}_{2u}$. Другу потребну једначину добијамо из моментног услова равнотеже члана 2 за тачку А:

$$m_{k2} \cdot \overline{AS}_2' + m_{2u} \cdot \overline{AS}_{2u} = m_2 \cdot \overline{AS}_2. \dots\dots\dots (15.32)$$

На основу једначина (15.31 и 15.32) имамо да је: $m_{k2} = 3,39 \text{ kg}$, $m_{2u} = 3,89 \text{ kg}$ и $\overline{AS}_{2u} = 0,50 \text{ m}$.

Уравнотежење клипног механизма

Да би се методом главних тачака делимично уравнотежио клипни механизам потребно је извршити сличну анализу као код четворополужног механизма са сл. 15.3. За клипни механизам постоје две могућности додавања корекционих маса. Прва могућност је додавање корекционе масе само на члан 2 и друга могућност додавање корекционих маса на чланове 2 и 3 (сл. 15.8). Са овом методом приближно се делимично уравнотежава клипни механизам и то само чланови 2 и 3, док се не уравнотежава трансляторни члан 4.

Задатак 15.2: За клипни механизам (сл. 15.8) одредити корекциону масу чланова 2 и 3 ако је задато: $\overline{AB} = L_2 = 0,30 \text{ m}$, $\overline{AS}_2 = 0,60 \text{ m}$, $\overline{BC} = L_3 = 0,80 \text{ m}$, $\overline{BS}_3 = 0,70 \text{ m}$, $m_2 = 0,5 \text{ kg}$, $m_3 = 1,5 \text{ kg}$ и $m_4 = 0,6 \text{ kg}$. Средишта маса појединачних чланова су на средини истих. Услов уравнотежења је $\vec{r}_S = 0$.

На основу израза да је $\vec{r}_S = \vec{h}_2 + \vec{h}_3 = 0$ имамо да је:

$$\vec{h}_2 = \frac{m_{2u} \cdot \vec{a}_{2u} + \vec{L}_2(m_{3u} + m_4)}{m} = 0 \text{ и } \vec{h}_3 = \frac{m_{3u} \cdot \vec{a}_{3u} + \vec{L}_3 \cdot m_4}{m} = 0 \dots\dots\dots (15.33)$$

Из друге једначине (15.33) је: $m_{3u} \cdot \overline{BS}_{3u} + \overline{BC} \cdot m_4 = 0$. Још једна потребна једначина добија се из моментног услова равнотеже члана 3 за тачку В:

$$m_{k3} \cdot \overline{BS}_3' + m_{3u} \cdot \overline{BS}_{3u} = m_3 \cdot \overline{BS}_3 + m_4 \cdot \overline{BC} \dots\dots\dots (15.34)$$

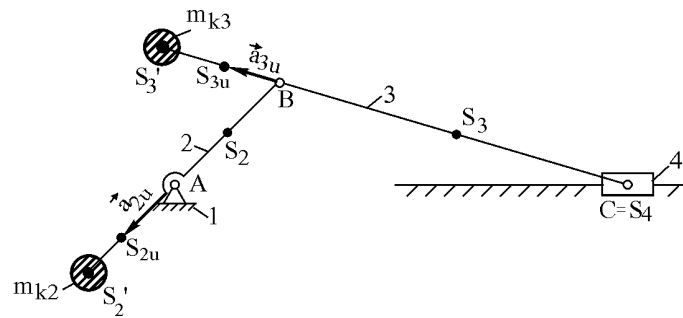
На основу једначина (15.33 и 15.34) добија се да је $m_{k3} = 2,22 \text{ kg}$, $m_{3u} = 3,72 \text{ kg}$ и $\overline{BS}_{3u} = 0,129 \text{ m}$.

На исти начин се понови поступак за члан 2, те на основу прве једначине (15.33) и статичког услова равнотеже члана 2 за тачку А добијају се две једнакости:

$$m_{2u} \cdot \overline{AS}_{2u} + \overline{AB}(m_{3u} + m_4) = 0, \dots\dots\dots (15.35)$$

$$m_{k2} \cdot \overline{AS}_2' + m_{2u} \cdot \overline{AS}_{2u} = m_2 \cdot \overline{AS}_2 \dots\dots\dots (15.36)$$

На основу једначина (15.35 и 15.36) имамо да је: $m_{k2} = 2,28 \text{ kg}$, $m_{2u} = 2,78 \text{ kg}$ и $\overline{AS}_{2u} = -0,46 \text{ m}$.



Сл. 15.8: Уравнојтежење клијног механизма методом главних тачака (задаћак 15.2)

15.4. Метода хармонијске анализе

Метода хармонијске анализе користи се за делимично уравнотежење транслаторних чланова полужних механизма. При томе се не уравнотежују чланови са ратационим и сложеним кретањем.

У поглављу 6.51, једначина (6.30) дат је израз за убрзање тачке С на клипу: $a_C = \omega_2^2 \cdot \overline{AB}(\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi)$ (сл. 15.9). Ако се овај израз помножи са масом члана 4 имамо да је инерцијална сила на клипу једнака:

$$F_{i4} = m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi + m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \lambda \cos 2\varphi, \dots\dots\dots (15.37)$$

где је: $\lambda = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ - однос дужина чланова 2 и 3.

Ако се први члан израза (15.37) означи са $F_{i4}' = m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi$, а други са $F_{i4}'' = m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \lambda \cos 2\varphi$ имамо да је:

$$F_{i4} = F'_{i4} + F''_{i4} \quad (15.38)$$

Како је други члан израза (15.38) много мањи од првог ($F''_{i4} \ll F'_{i4}$), F''_{i4} може се занемарити, те се усваја израз за приближно одређивање вредности инерцијалне силе на клипу 4:

$$F_{i4} \approx m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi \quad (15.39)$$

Ако се уравнотежава само први члан инерцијалне силе F'_{i4} , то се назива уравнотежењем првог реда, а ако се уравнотежавају оба члана F'_{i4} и F''_{i4} , онда је то уравнотежење другог реда.

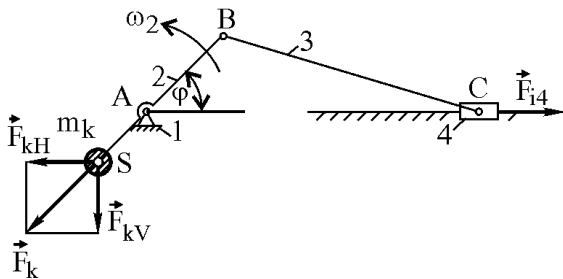
Инерцијална сила F_{i4} се уравнотежава додавањем корекционе масе m_k на члан 2 чија инерцијална сила $\vec{F}_k$ има правац члана 2 (сл. 15.9) и може се раставити на две компоненте $F_{kV} = F_k \cdot \sin \varphi$ и $F_{kH} = F_k \cdot \cos \varphi$.

Треба додати онолику масу m_k чија ће хоризонтална компонента бити једнака инерцијалној сили на клипу:

$$\vec{F}_{kH} = -\vec{F}_{i4} \quad (15.40)$$

Корекциона маса m_k може се одредити из статичке равнотеже члана 2, ако се пре тога редукује маса клипа m_4 на тачку В, а занемари се маса члана 2 (m_2) тада је:

$$m_k = \frac{m_4 \cdot \overline{AB}}{AS} \quad (15.41)$$



Сл. 15.9: Уравнојтежење методом хармонијске анализе

Инерцијална сила услед додате масе m_k је: $F_k = F_{i2} = m_k \cdot a_{Sn}^A = m_k \cdot \overline{AS} \cdot \omega_2^2$. Хоризонтална компонента ове силе је $F_{kH} = F_k \cdot \cos \varphi = m_k \cdot AS \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi$. Када се у овај израз унесе m_k из једначине (15.41), након сређивања, добија се:

$$F_{kH} = m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi \quad (15.42)$$

Упоредјујући изразе (15.39 и 15.42) може се закључити да је:

$$F_{kH} = F_{i4} = m_4 \cdot \overline{AB} \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \varphi \quad (15.43)$$

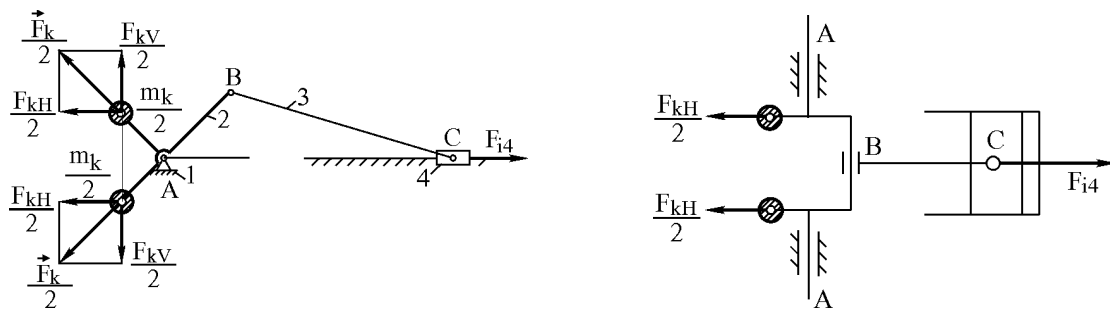
Додавањем одговарајуће корекционе масе на члан 2 према једначини (15.41) може се уравнотежити инерцијална сила на клипу 4 и то сила првог реда ($\vec{F}_{i4}'$), док остаје неуравнотежена сила другог реда ($\vec{F}_{i4}''$).

Међутим, на овај начин добијена је и вертикална компонента $\vec{F}_{kV}$ која је остала неуравнотежена, као и то да је остао неуравнотежен момент хоризонталне компоненте $M_{kH} = F_{kH} \cdot \overline{AS} \cdot \sin \varphi$.

Да би се избегао настали проблем због појаве вертикалне силе и момента, корекциона маса се додаје на две стране, симетрично, половину $m_k/2$ на једну, а половину на другу страну (сл. 15.10). На тај начин се добијају две исте вертикалне силе $\frac{F_{kV}}{2}$ супротних смерова које се међусобно уравнивају.

Резултатанта хоризонталних компоненти $F_{kH} = \frac{F_{kH}}{2} + \frac{F_{kH}}{2}$ уравнивају је инерцијалну силу F_{i4} , међутим нападне линије им се не поклапају те се јавља неуравнотежен момент од силе F_{kH} . Да би се уравнивао настали момент силе F_{kH} мора се додати нова вредност корекционе масе симетрично на једну и другу страну.

Прва додата корекциона маса назива се првом хармонијом, а друга додата корекциона маса другом хармонијом. И даље се могу додавати нове хармоније, зависно од жељене прецизности уравнивања, те се из тог разлога ова метода назива Метода хармонијске анализе.



Сл. 15.10: Уравнивање коленастиог вратила првом хармонијом

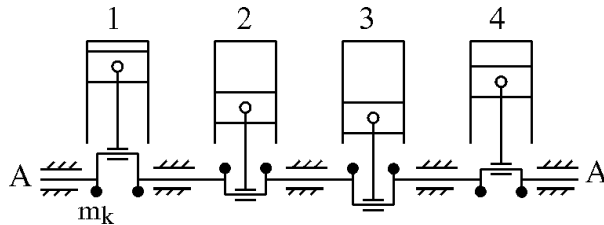
Ако је потребна већа прецизност уравнивања, тада се уравнивају и други члан једначине (15.38), тј. уравнивају се и силе другог реда $\vec{F}_{i4}''$.

Додатни проблем уравнивања транслаторног члана 4 клипног механизма је тај што је инерцијална сила променљива, креће се од минималне до максималне вредности зависно од убрзања клипа 4, што би значило да би и корекциона маса требала да буде променљива. Практично то није могуће, те се тај проблем решава на друге начине, зависно од тога где се клипни механизам користи.

Клипни механизам за погон мотора SUS састоји се из више клипних механизма (2, 4, 6, 8) који имају заједнички члан 2 (коленасто вратило). Коленасто вратило (радилица) омогућава различите положаје клипова (тактова рада мотора SUS) који доприносе међусобном уравнивању инерцијалних сила на клиповима мотора и без додавања корекционих маса.

Вредности инерцијалних сила на клиповима 1, 2, 3 и 4 су различите по смеру и интензитету и у доброј мери се међусобно уравнивају. Заостале неуравнотежене инерцијалне силе уравнивају се корекционим масама које се додају симетрично на обе стране (сл. 15.11).

При ремонту мотора, када се обрађује радилица важно је да се поново уравнотежи и та уравнотеженост провери одређеним инструментима и по одређеном поступку. У супротном, због великих неуравнотежених сила може доћи до лома коленастог вратила и хаварије целог мотора.



Сл. 15.11: Уравноштежење коленастиог вратила мотора SUS

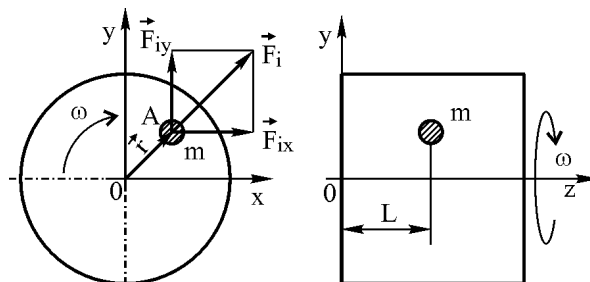
15.5. Уравнотежење ротора

Под ротором подразумевамо члан са обртним ротационим кретањем. То су вратила, осовине, бубњеви, добоши, дискови итд. Сви ови елементи носе на себи друге различите машинске елементе, као што су преносници, спојнице, осигуравајући елементи и други машински делови са којима се заједно обрћу. Јасно је да у овим случајевима распоред маса не може бити идеално хомоген. Како се обрћу значајним угаоним брзинама проблем њиховог уравнотежења је увек присутан.

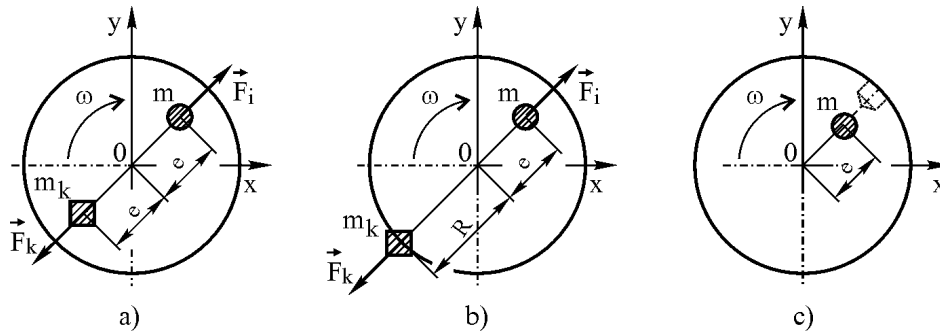
Ако се у тачки А јави нехомогена и неуравнотежена маса m чији је положај од осе обртања дефинисан радијус вектором $\vec{r}$, а положај уздуж осе вратила растојањем L (сл. 15.12) иако је обртање једнолико јавиће се инерцијална сила $\vec{F}_i$ која је једнака: $\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}_A = m \cdot \vec{r} \cdot \omega^2$. Због појаве неуравнотежене масе m померило се средиште маса из тачке 0 у правцу радијус вектора $\vec{r}$.

Ова маса m може се уравнотежити на два начина. Први начин је да се иста та вредност масе дода, симетрично са друге стране на истом растојању e ($m_k = m$), тако да се добију исте инерцијалне силе супротног смера, које ће се међусобно уравнотежити, $\vec{F}_k = \vec{F}_i$ (сл. 15.13a). Додата корекциона маса може бити различитих вредности као и растојање на којем се додаје (сл. 15.13b). При томе мора бити задовољен услов да су им моменти инерцијалних сила исти, односно мора бити задовољен статички услов равнотеже за тачку 0, $m_k \cdot R = m \cdot e$, одакле је:

$$m_k = \frac{m \cdot e}{R} \quad \dots \dots \dots (15.44)$$



Сл. 15.12: Неуравноштежена маса ротора



Сл. 15.13: Уравноћење масе ротира
а), б) додавањем масе, с) одузимањем масе

Други начин је да се извади (одузме) одговарајућа маса тако да се средиште маса поново врати у тачку О (сл. 15.13,с). Први начин (додавање масе) је практичнији од другог, те се више користи.

Ако има више оваквих неуравнотежених маса резултанта инерцијалних сила $\vec{F}_{iR}$ биће једнака: $\vec{F}_{iR} = \omega^2 \sum m_i \cdot \vec{r}_i$.

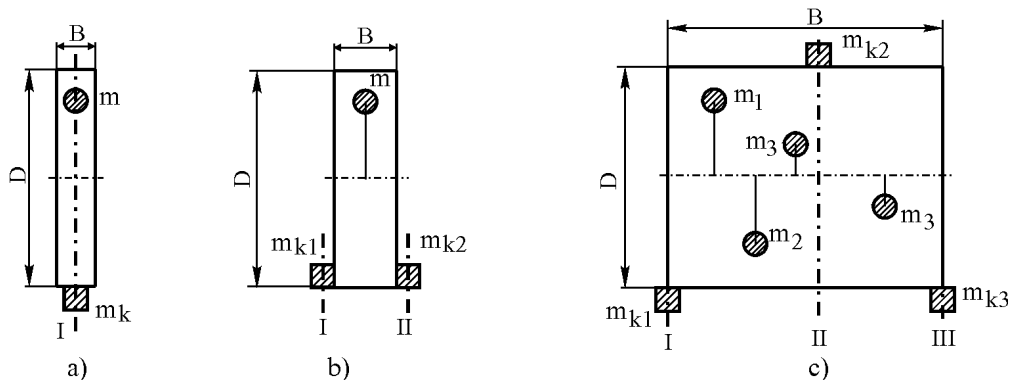
Први услов уравнотежења механизма или статички услов равнотеже је да је збир инерцијалних сила једнак нули:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0. \quad (15.45)$$

Други услов уравнотежења механизма или динамички услов равнотеже је да је збир момената инерцијалних сила $\vec{M}_{iR}$ једнак нули $\vec{M}_{iR} = \omega^2 \sum m_i (\vec{r}_i \times \vec{L}_i) = 0$, одакле је:

$$\vec{M}_{iR} = \sum m_i (\vec{r}_i \times \vec{L}_i) = 0. \quad (15.46)$$

Корекционе масе (противтегови) могу да се додају у једној, две или више корекционих равни. Колико ће равни корекције бити зависи од тога да ли је потребна статичка или динамичка уравнотеженост и зависи од ширине ротора и жељене прецизности уравнотежења. Ако је ротор мале ширине B у односу на пречник D (када је у питању диск) уравнотежује се у једној корекционој равни (сл. 15.14,а), а ротори се уравнотежују у две, три или више корекционих равни.



Сл. 15.14: Корекционе равни за уравноћење

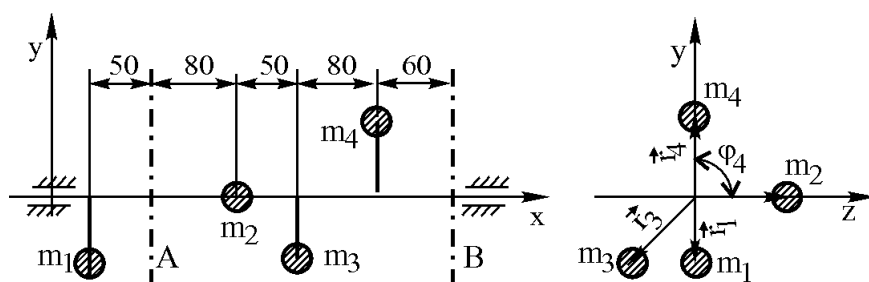
Број корекционих равни може бити и већи од три, нпр. осам при уравнотежењу коленастог вратила мотора SUS (сл. 15.11).

За уравнотежење диска довољна је статичка уравнотеженост, према једначини (15.45), док се ротори динамички уравнотежују према једначинама 15.45 и 15.46.

Сам поступак уравнотежења ротора може бити графоаналитички или аналитички.

Графоаналитички поступак динамичког уравнотежења ротора приказан је на задатку 15.3.

Задатак 15.3: Динамички уравнотежити масе ротора у две корекционе равни А и В (сл. 15.15). Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,06 \text{ kg}$, $m_2 = 0,02 \text{ kg}$, $m_3 = 0,01 \text{ kg}$ и $m_4 = 0,03 \text{ kg}$. Пречници на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 18 \text{ mm}$, $r_2 = 25 \text{ mm}$, $r_3 = 20 \text{ mm}$ и $r_4 = 15 \text{ mm}$, а њихови положаји су одређени угловима: $\varphi_1 = 270^\circ$, $\varphi_2 = 0^\circ$, $\varphi_3 = 225^\circ$ и $\varphi_4 = 90^\circ$. Пречници корекционих маса су: $r_A = 13 \text{ mm}$ и $r_B = 30 \text{ mm}$.



Сл. 15.15: Динамичко уравнотежење ротора у две корекционе равни (поставка задатка 15.3)

Користе се две једначине за равнотежу ротора. Прва једначина се добија из услова да је збир свих инерцијалних сила једнак нули:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_4 \cdot \vec{r}_4 + m_A \cdot \vec{r}_A + m_B \cdot \vec{r}_B = 0. \quad (15.47)$$

Чланови ове једначине су вектори у правцу и смеру радијус вектора појединих маса. Ако се означи са: $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик једначине (15.47) је:

$$\vec{F}_{iR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_4 + \vec{U}_A + \vec{U}_B = 0. \quad (15.48)$$

Интензитети вектора U су: $U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,06 \cdot 18 = 1,08 \text{ kgmm}$, $U_2 = 0,5 \text{ kgmm}$, $U_3 = 0,2 \text{ kgmm}$, $U_4 = 0,45 \text{ kgmm}$, $U_A = m_A \cdot r_A = m_A \cdot 13 \text{ kgmm}$ и $U_B = m_B \cdot 30 \text{ kgmm}$. У једначини (15.48) су непознате две величине ($\vec{U}_A$ и $\vec{U}_B$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (усвајамо за раван А) једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(A)} = m_1(\vec{r}_1 \times \vec{L}_1) + m_2(\vec{r}_2 \times \vec{L}_2) + m_3(\vec{r}_3 \times \vec{L}_3) + m_4(\vec{r}_4 \times \vec{L}_4) + m_B(\vec{r}_B \times \vec{L}_B) = 0. \quad (15.49)$$

где су: $\vec{L}_1, \vec{L}_2 \dots (\text{mm})$ – растојања појединих неуравнотежених маса од корекционе равни А за коју се писао други услов равнотеже.

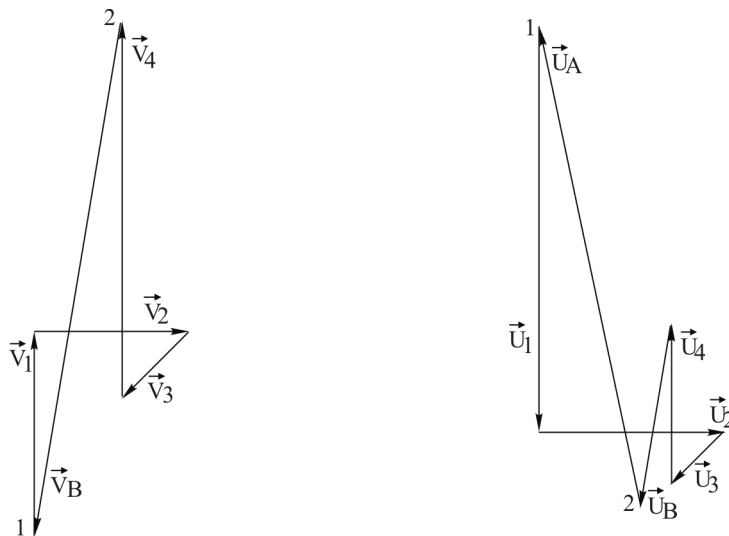
Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса. Могу се означити са: $\vec{V}_1 = m_1 \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{L}_1)$ и тако редом те претходна једначина има облик:

$$\sum \vec{M}_{i(A)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_4 + \vec{V}_B = 0. \quad (15.50)$$

Одреди се интензитети вектора $\vec{V}_i$, те је $V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,06 \cdot 18 \cdot 50 = 54 \text{ kgmm}^2$,

$V_2 = 40 \text{ kgmm}^2$, $V_3 = 26 \text{ kgmm}^2$, $V_4 = 94,5 \text{ kgmm}^2$ и $V_B = m_B \cdot 30 \cdot 270 \text{ kgmm}^2$. Како у једначини (15.50) има само једна непозната величина ($\vec{V}_B$) нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{10 \text{ kgmm}^2}{5 \text{ mm}}$ (сл. 15.16).

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону раван А ($\sum \vec{M}_{i(A)}$) тада ће моменти маса са леве стране од корекционе равни А бити позитивне, а са десне негативне вредности или обрнуто. Вектори $\vec{V}$ са позитивним предзнаком цртају се у смеру радијус вектора те масе, а са негативним у супротном смеру од радијус вектора те масе. У овом примеру усвојено је да моменти маса са леве стране од корекционе равни А буду са негативним предзнаком, те се вектор $\vec{V}_1$ масе m_1 црта у супротном смеру радијус вектора $\vec{r}_1$, а остали вектори $\vec{V}_2$, $\vec{V}_3$ и $\vec{V}_4$ су позитивног смера те се цртају у правцу њихових радијус вектора. У случају да се постави једначина за збир момената свих инерцијалних сила за раван В, сви вектори $\vec{V}$ би имали позитиван предзнак и цртали би се у смеру њихових радијус вектора.



Сл. 15.16: План вектора $\vec{V}$ и $\vec{U}$ (задаџак 15.3)

Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_B = \overline{21} \cdot U_V = 69 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}^2}{5 \text{ mm}} = 138 \text{ kgmm}^2 = m_B \cdot 30 \cdot 270 \text{ kgmm}^2, \text{ одакле је } m_B = 0,017 \text{ kg}.$$

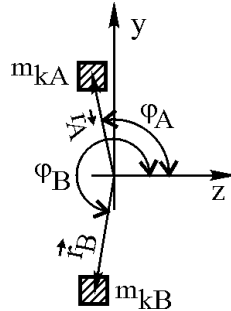
Након познате масе m_B може се одредити интензитет вектора $U_B = m_B \cdot r_B = 0,51 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{0,1 \text{ kgmm}}{5 \text{ mm}}$ (сл. 15.16). Из

полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_A = \overline{21} \cdot U_U = 66 \text{ mm} \cdot \frac{0,1 \text{ kgmm}}{5 \text{ mm}} = 1,32 \text{ kgmm} = m_A \cdot 13 \text{ mm}, \text{ одакле је}$$

$$m_A = \frac{1,32 \text{ kgmm}}{13 \text{ mm}} = 0,101 \text{ kg}.$$

Правици корекционих маса А и В и њихових радијус вектора добијају се из полигона вектора $\vec{U}$ и $\vec{V}$ и дати су на сл. 15.17. Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_A = 102^\circ$ и $\varphi_B = 260^\circ$.



Сл. 15.17: Правици и смерови корекционих маса (задаћак 15.3)

Аналитички поступак се своди на то да се исти услови равнотеже (15.47 и 15.49) напишу у скаларном облику, што ће се показати на задатку 15.3, сл. 15.15.

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули ($\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$) је:

$$y_{iR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot y_4 + m_A \cdot y_A + m_B \cdot y_B = 0,$$

$$z_{iR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_4 \cdot z_4 + m_A \cdot z_A + m_B \cdot z_B = 0. \dots (15.51)$$

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за корекциону равну В једнак нули имамо да је:

$$\sum M_{i(B)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} i & j & k \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix} = 0, \dots (15.52)$$

где су: i , j и k - јединични вектори по осама x , y и z . Из једначине (15.52) имамо да је:

$$\sum M_{i(B)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0.$$

Како нема смисла да је $\omega \neq 0$, следи да је $\sum m_i \cdot L_i \cdot y_i = 0$ и $\sum m_i \cdot L_i \cdot z_i = 0$, а у развијеном облику:

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot L_4 \cdot y_4 + m_A \cdot L_A \cdot y_A = 0,$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 + m_4 \cdot L_4 \cdot z_4 + m_A \cdot L_A \cdot z_A = 0. \dots (15.53)$$

Компоненте радијус вектора маса по осама y_i и z_i (сл. 15.15) одређују се према изразима:

$$y_1 = r_1 = -18 \text{ mm}, \quad y_2 = 0, \quad y_3 = r_3 \cdot \sin \varphi_3 = -14,14 \text{ mm}, \quad y_4 = r_4 = 15 \text{ mm}, \quad z_1 = 0, \\ z_2 = r_2 = 25 \text{ mm}, \quad \text{и} \quad z_4 = 0.$$

Из једначина (15.53) добија се угао радијус вектора корекционе масе А:

$$\operatorname{tg} \varphi_A = \frac{m_A \cdot L_A \cdot y_A}{m_A \cdot L_A \cdot z_A} = \frac{y_A}{z_A} = \frac{m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot L_4 \cdot y_4}{m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 + m_4 \cdot L_4 \cdot z_4}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_A = \frac{0,6 \cdot 320 \cdot (-18) + 0,2 \cdot 190 \cdot 0 + 0,1 \cdot 140 \cdot (-14,14) + 0,3 \cdot 60 \cdot 15}{0,6 \cdot 320 \cdot 0 + 0,2 \cdot 190 \cdot 25 + 0,1 \cdot 140 \cdot (-14,14) + 0,3 \cdot 60 \cdot 0} = -4,499, \quad \text{одакле је угао}$$

$\varphi_A = 102,6^\circ$. Компоненте радијус вектора корекционе равни А су: $y_A = r_A \cdot \sin \varphi_A = 12,68 \text{ mm}$ и $z_A = r_A \cdot \cos \varphi_A = -2,83 \text{ mm}$. Вредност корекционе масе m_A из једначине (15.52) је:

$$m_A = \frac{m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot L_4 \cdot y_4}{y_A \cdot L_A} = 0,106 \text{ kg}.$$

Из једначине (15.51) добија се угао радијус вектора корекционе масе m_B , тј.:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot y_4 + m_A \cdot y_A}{m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_4 \cdot z_4 + m_A \cdot z_A} = 9,754, \quad \text{одакле је угао } \varphi_B = 264^\circ.$$

Компоненте радијус вектора r_B су: $y_B = r_B \cdot \sin \varphi_B = -29,833 \text{ mm}$ и $z_B = r_B \cdot \cos \varphi_B = -3,135 \text{ mm}$. Вредност корекционе масе m_B из једначине (15.53) је:

$$m_B = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_4 \cdot y_4 + m_A \cdot y_A}{y_B} = 0,190 \text{ kg}.$$

15.6. Мерење уравнотежености механизма

Мерење уравнотежености механизма своди се на мерење вибрација које настају обртањем неуравнотежених маса. Основни параметар којим се оцењује ниво вибрација и уравнотежености механизма је ефективна брзина вибрација V_{ef} :

$$V_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{A}{1000} \cdot \omega \text{ (mm/s)}, \quad \dots\dots\dots (15.50)$$

где је: $A \text{ (}\mu\text{m)}$ – амплитуда вибрација, $\omega \text{ (s}^{-1}\text{)}$ угаона брзина ротационог члана (ротора).

Амплитуде вибрација могу бити уједначене, равномерно периодичне, а могу бити и различитих вредности (сл. 15.18). Узимају се у обзир максималне вредности амплитуда.

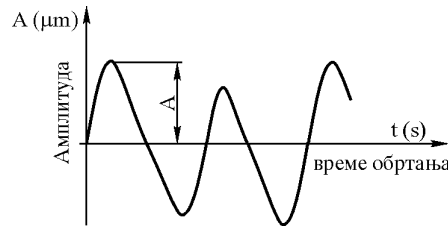
У случају да има више извора вибрација тада је укупна брзина вибрација V_{efu} једнака:

$$V_{efu} = \sqrt{V_{ef1}^2 + V_{ef2}^2 + \dots V_{efn}^2} = \sqrt{\frac{1}{2} (A_1^2 \cdot \omega_1^2 + A_2^2 \cdot \omega_2^2 + \dots A_n^2 \cdot \omega_n^2)}. \quad \dots\dots\dots (15.51)$$

При мерењу добија се укупна брзина вибрација V_{efu} , а фреквентном анализом на одређен начин рачунају се појединачне брзине вибрација V_{ef1} , V_{ef2} ...

Ефективна брзина вибрација се мери различитим поступцима и уређајима који су прописани међународним стандардима ISO 2372/2373, немачким DIN 45665/45666 и препорукама VDI 2056. Добијене вредности ефективних брзина се упоређују са дозвољеним које су прописане наведеним стандардима или са препорученим вредностима које прописује произвођач машине а које треба да су наведене у техничкој документацији.

Овим стандардима су све машине и механизми у њима подељени на групе: K, M, G, T, D и S и за њих прописане вредности ефективних брзина вибрација.



Сл. 15.18: Завис амплитуде вибрација

Група К: То су поједини делови механизма погонских и радних машина који су у погонском стању потпуно чврсто везани, нарочито електромотори снаге до 15 kW у серијској производњи.

Група М: Машине средњих величина, електромотори снаге од 15-75 kW без нарочитих фундамената, као и чврсто монтирани погонски делови и радне машине снаге до 300 kW са обртним деловима на посебним фундаментима.

Група Г: Веће машине постављене на круте или тешке фундаменте, веће погонске и радне машине само са ротирајућим масама.

Група Т: Веће погонске и радне машине само са ротационим масама постављене на фундаменте са малим брзинама, нпр. турбогрупе, као и машине на лаким фундаментима.

Група Д: Круто улежиштене машине са неуједначеним деловањем маса.

Група С: Еластично улежиштене машине са неуједначеним деловањем маса, као и обртне машине са осцилаторним масама, као што су вратила млинова чекићара, затим машине са неуједначеном променљивом неуравнотеженошћу, центрифуге, вибратори, машине за динамичко испитивање материјала, вибрационе машине процесне индустрије итд.

За наведене групе дати су дијаграми са оценама: добро, употребљиво, још дозвољено и недозвољено (сл. 15.19).

Задатак 15.4: Ротор се се обрће са $n = 2500$ о/min. Измерена амплитуда је $A = 25 \mu\text{m}$. Машина спада у групу М. Одредити вредност вибрација и да ли су у нивоу дозвољених.

Према једначини (15.48) ефективна брзина ротације је:

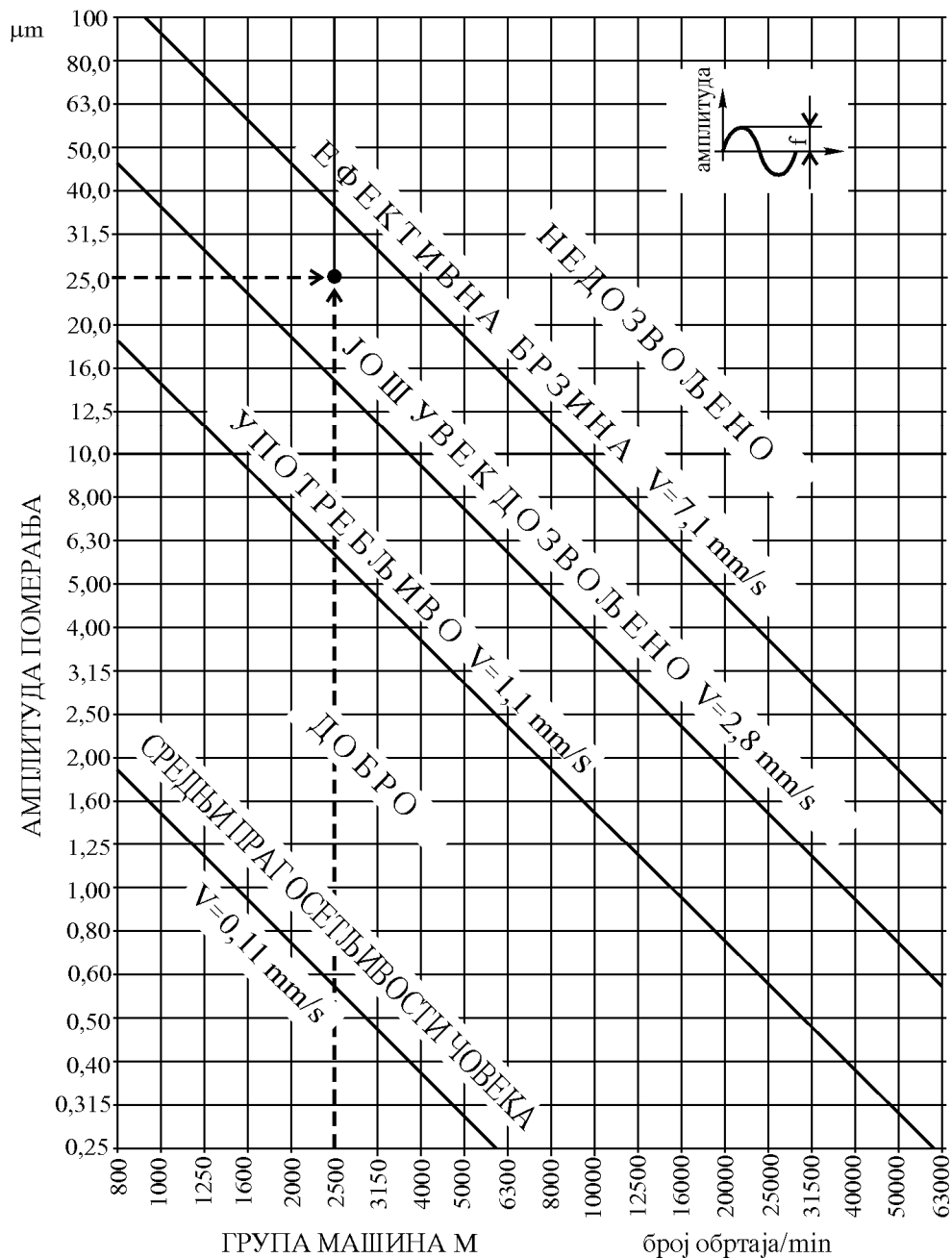
$$V_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{25}{1000} \cdot \frac{2500 \cdot 3,14}{30} = 4,63 \text{ mm/s}.$$

На основу дијаграма (сл. 15.19) видимо да је добијена брзина још у дозвољеним границама за коришћење.

15.7. Уређаји за мерење уравнотежености механизма

Постоји више различитих машина и уређаја за мерење уравнотежености машина и механизма. Зависно од тога који услов равнотеже треба да се задовољи делимо их на уређаје за:

- статичко уравнотежење ($\sum \vec{F}_i = 0$) и
- динамичко уравнотежење ($\sum \vec{F}_i = 0, \sum \vec{M}_i = 0$).



Сл. 15.19: Дозвољене ефикасне брзине вибрација за машине групе М

Уравнотежење може бити појединачног механизма или у склопу са машином у којој је механизам уграђен те их делимо на уређаје за уравнотежење на:

- пробном столу и
- у сопственим лежајима.

Уређаји за уравнотежење на пробном столу дају поуздане податке о уравнотежености механизма, међутим захтевају демонтажу механизма из машине у којој обавља своју функцију. Уређајима за мерење у сопственим лежајима мере се вибрације и других делова машине, што отежава откривање места извора појединачних вибрација и уравнотежење механизма и свих његових чланова.

Зависно од тога како су изведени ослонци, уређаји за уравнотежење деле се на оне са :

- крутим ослонцима и
- са еластичним ослонцима.

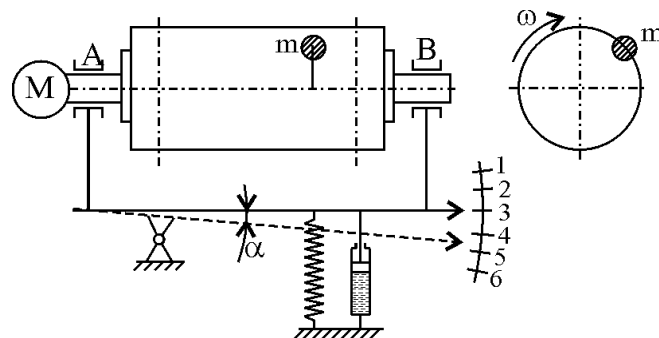
Зависно од начина мерења и регистровања амплитуда и вибрација уређаје делимо на оне са:

- механичким начином мерења (сл. 15.20)
- електронским и
- комбинованим начином мерења.

Електромотором се погони испитивани ротор. Инерцијална сила неуравнотежене масе m преноси се на лежаје А и В и на полуку чији угиб, на одређен начин представља амплитуду неуравнотежености. Показатељ неуравнотежености су силе притисака на лежајима које се на различите начине региструју и мере.

Уређаји за уравнотежење се међусобно разликују по томе за које опсеге маса ротора су намењени, те их делимо на:

- лаке уређаје за роторе масе до 10 kg,
- средње за роторе масе од 10 до 1000 kg и
- тешке уређаје за роторе маса преко 1000 kg.



Сл. 15.20: Мерење амплитуде неуравнотежене масе

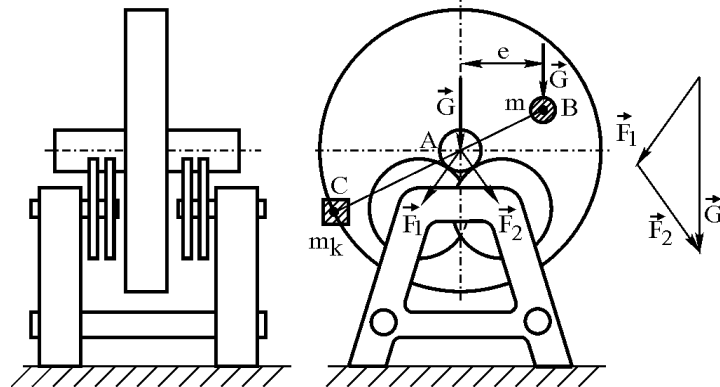
Уређаји за статичко уравнотежење се користе за уравнотежење дискова и за делимично уравнотежење ротора. Углавном имају круте ослонце који могу бити са: обртним дисковима, паралелним вођицама, сферним ослонцима итд.

Ослонци уређаја за испитивање дискове и ротора треба да имају што мањи отпор обртању, јер од тога зависи прецизност уравнотежења (сл. 15.21). Мерење и уравнотежење диска обавља се тако што се постепеним полаким обртањем диск доводи у различите положаје. Ако у сваком новом положају диск остане у стању мировања, значи да је уравнотежен.

У случају да се на диску појави неуравнотежена маса m , услед њене тежине ротор ће се окренути док не дође у доњи положај. При томе, неуравнотежена маса притиска ослонце силама $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ чија је резултанта једнака тежини неуравнотежене масе $\vec{G}$. Из једнакости момената услед тежине масе и силе трења имамо да је: $G \cdot e = G \cdot f$, одакле је $e = f$, где је f трење котрљања. У случају да је $e < f$ овим поступком се не може открити неуравнотежена маса и то представља праг осетљивости овог уређаја за мерење.

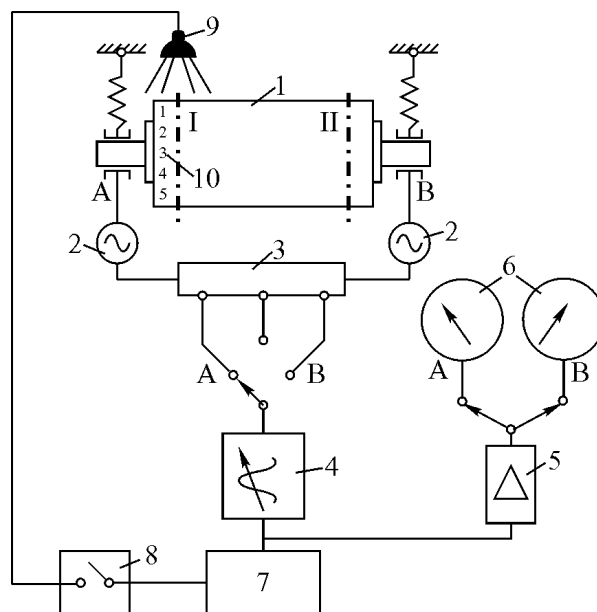
Да би се уравнотежила маса m додаје се на супротну страну на погодном растојању корекциона маса m_k и поступак се понови. Вредност корекционе масе добија се из

једнакости момената $m \cdot \overline{AB} = m_k \cdot \overline{AC}$, одакле је: $m_k = \frac{m \cdot \overline{AB}}{\overline{AC}}$. Диск (ротор) је уравнотежен ако у било ком положају остане у мировању, ако се не обрће.



Сл. 15.21: Скица уређаја за статичко уравнотежење ротора

Уређаји за динамичко уравнотежење користе се за потпуно уравнотежење ротора. То су сложени мерни уређаји који су намењени за уравнотежење на пробном столу и у сопственим лежајима. Сви ови уређаји су са електронским мерним компонентама које механичке осцилације и силе притисака у лежајима претварају у наизменични електрични напон. Поред тога имају компоненте са филтерима за селекцију сигнала мерења од страних сигнала. Скица једног од таквих уређаја за динамичко уравнотежење ротора је приказан на сл. 15.22.



Сл. 15.22: Шематски приказ уређаја за динамичко уравнотежење ротора

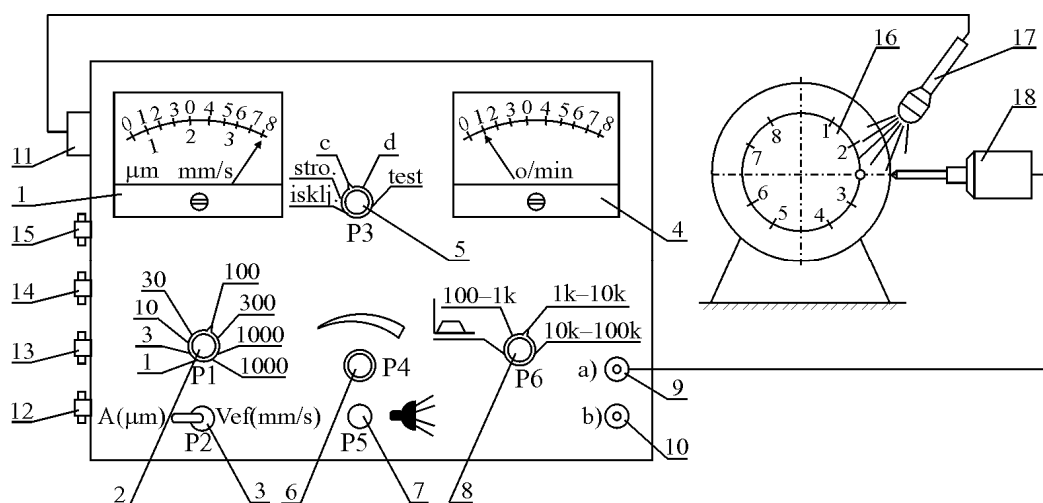
1. испитивани ротор, 2. индукциони давачи, 3. електронски коректор, 4. услађивачи филтер, 5. појачивач сигнала, 6. индикациони инструменти, 7, 8. електронски усклађивачи, 9. пробоскопска лампа, 10. подела на траци

Мерни механички сигнали са лежаја A и B испитиваног ротора (1) се претварају у електрични сигнал у индукционим давачима (2). Електронски коректор (3) одстрањује међусобни утицај неједнакости корекционих маса на корекционим равнима I и II. Мерни

сигнал се у филтеру (4) подешава према броју обртаја ротора. Преко појачивача сигнала (5) сигнал се одводи на индикацијски инструмент (6) где се читава мерена вредност неуравнотежености и потребна корекција на равнима I и II. Стробоскопска лампа (9) се напаја преко кола (8) и добија импулсе за бљескајуће светло од електронског ускладника (7).

Ако се помоћу једне лампе (9) која емитује бљескајуће светло жељене учестаности, која се може подешавати ускладником (7) осветли једна тачка на ротору и то тако да је брзина бљескања у минути једнака броју обртаја ротора у минути, привидан ће бити утисак да ротор мирује. У том случају брзина обртања ротора једнака је брзини бљескања светлости стробоскопске лампе. Ако је брзина бљескања већа од брзине обртања ротора имаће се привидан утисак да се ротор обрће уназад, или ако је брзина бљескања мања од брзине ротора, ротор ће се кретати напред са малом брзином. Привидна брзина обртаја ротора представља разлику брзина бљескања и обртања ротора. Ова појава се назива стробоскопски ефекат који се користи за бесконтактно мерење брзине обртања и угаоне положаје неуравнотежених маса, као и у друге сврхе. Људско око не може да региструје више од 16 промена у секунди. Тачност мерења неуравнотежених маса стробоскопским ефектом је веома добра и креће се чак до $\epsilon \approx 1 \mu\text{m}$.

Уређаји за мерење уравнотежености механизма са стробоскопском лампом имају универзалну примену и користе се за уравнотежење на пробном столу и у сопственим лежајима. Фреквентном анализом добијених мерених параметара могу се лоцирати појединачна неуравнотежена места и појединачне вибрације. Скица мерне табле једног таквог уређаја приказана је на сл. 15.23.



Сл. 15.23: Мерна табла уређаја са стробоскопском лампом

1. показивач мерене величине, 2. преклојник мерног ојсега, 3. преклојник за избор мерене величине, 4. показивач радног броја обртаја испитиваног ротора, 5. преклојник за избор функције уређаја, 6. потенциометар за промену радног броја обртаја, 7. преклојник за активирање стробоскопске лампе, 8. прекидач за избор фреквенционог ојсега мерења, 9, 10. прикључци за даваче а) и б) 11. прикључак за стробоскопску лампу, 12. прикључак за исач броја обртаја, 13. прикључак за исач мерних величина, 14. прикључак за нефилтрирани сигнал, 15. прикључак за филтрирани сигнал, 16. испитивани ротор, 17. стробоскопска лампа, 18. мерни давач

Процедура динамичког уравнотежења је сложена, посебно у сопственим лежајима јер захтева фреквентну анализу којом се открива утицај вибрација других делова машине. При томе се обично још не зна еластичност – крутост мереног ротора као и других делова у

склопу, пригушења лежаја, карактеристике фундамента итд. што још више отежава процену уравнотежености мереног ротора. Поступак мерења се своди на постављање пробних корекционих маса и мерења амплитуда и брзина вибрације. Из разлике добијених вредности вибрација и упоређивањем са дозвољеним стандардним вредностима које се дају дијаграмима (сл. 15.19) или табеларно (таб. 15.1) процењује се уравнотеженост испитиваног ротора и целокупног склопа и машине у којој се ротор налази.

За виталне обртне делове машина произвођач је дужан да, у техничкој документацији која прати машину, дај податке о дозвољеној вредности параметара уравнотежења и тај податак је меродаван при контроли уравнотежења.

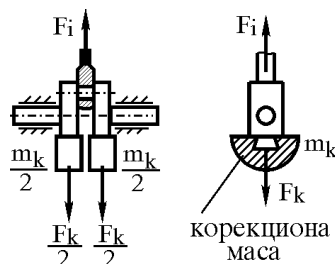
Табела 15.1: Граничне стандардне вредности ефективних брзина вибрација V_{ef} (mm/s) за групе машина

Оцена уравнотежености	Група машина			
	К	М	Г	Т
Добро	$< 0,71$	$< 1,1$	$< 1,8$	$< 2,8$
Употребљиво	$0,71 - 1,8$	$1,1 - 2,8$	$1,8 - 4,5$	$2,8 - 7,1$
Још допуштено	$1,8 - 4,5$	$2,8 - 7,1$	$4,5 - 11$	$7,1 - 18,0$
Недопуштено	$> 4,5$	$> 7,1$	$> 11,0$	$> 18,0$

15.8. Делови пољопривредних машина који се уравнотежују у току коришћења

Постоји низ делова на пољопривредним машинама, почев од трактора, комбајна, прикључних машина и друге технике, који се користе у пољопривредној производњи и чију уравнотеженост треба контролисати током коришћења.

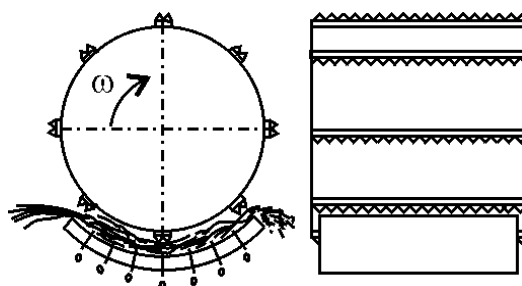
Најосетљивији на уравнотеженост су они делови код којих се трансляторно кретање чланова трансформише у ротационо и обрнуто. То је **клипни механизам** мотора SUS, пумпи, компресора, клатећих косачица, преса итд. При кинематичкој анализи клипног механизма (поглавље 6.4., табела 6.1, дијаграм сл. 6.23) видели смо колико су велике промене и вредности убрзања клипа. Након извесног времена коришћења, због неизбежног хабања ради се генерални ремонт који подразумева обраду коленастог вратила. Након обраде обавезно је динамичко уравнотежење на пробном столу зависно од корекције на клиповима (замене прстенова и слично). На коленастом вратилу су конструктивно већ предвиђена места за додавање корекционих маса (сл. 15.24). Те додате корекционе масе не треба скидати током коришћења клипног механизма, јер ће у противном доћи до његове неуравнотежености.



Сл. 15.24: Корекционе масе на коленастом вратилу

Све оне ротационе делове, било да су великих димензија или да се обрћу великим брзинама, такође је потребно контролисати на уравнотеженост: бубањ житног комбајна, одбојни битер, сечке за биљну масу, ситнице, вентилатори, ротори пумпи, тарупи, млинови чекићари, ротационе косачице, ротирајући дискови расипача минералних ђубрива, ременице, зупчаници, добоши, витла итд.

Бубањ житног комбајна је пречника око 600 mm са бројем обртаја од 400 до 1300 о/мин (сл. 15.25). Састоји се из десетак озубљених уздужних летви. При обртању, бубањ удара у житну масу која долази између бубња и подбубња. Услед удара летви долази до одвајања зрна од сламе која пропадају кроз отворе подбубња. Због неуједначене житне масе и примеса у њој долази до хабања и крзања летви чиме се нарушава уравнотеженост. Након оштећења потребно је да се све летве истовремено замене, а не само најоштећеније. Након тога треба извршити статичко уравнотежење у сопственим лежајима.



Сл. 15.25: Бубањ житног комбајна

Ради лакшег заоравања сламе комбајни су опремљени **сечком за сламу** која има ножеве на бубњу чијим обртањем се слама сецка и разбацује. Ножеви долазе у додир са страним телима, услед чега се оштећују. При замени обавезно се замењују сви ножеви, или у пару једни наспрам других. Сечка за сламу треба динамички да се уравнотежи у сопственим лежајима. На исти начин треба уравнотежавати роторе силажног комбајна, роторе тарупа за скидање листа корена шећерне репе или за друге биљне масе.

Млин чекићар има велику примену за ситњење зрнасте и друге концентроване сточне хране. Бубањ са ножевима има велике бројеве обртаја од око 2000 до 5000 о/мин, због чега је велика инерцијална сила. Ножеви су подложни хабањима и оштећењима, те је потребно динамичко уравнотежавање у сопственим лежајима.

Обртни ножеви ротационе косачице обрћу се са око 3000 о/мин на чијем су ободу распоређени ножеви. Ножеви у току рада долазе у додир са различитим страним елементима услед чега долази до нарушавања равнотеже. Након замене ножева обавезно је динамичко уравнотежење у сопственим лежајима.

Већину обртних елемената са великим димензијама и брзинама, који се користе у пољопривредним машинама, након извесног времена коришћења, треба динамички уравнотежавати у сопственим лежајима.

16. БРЕГАСТИ МЕХАНИЗМИ

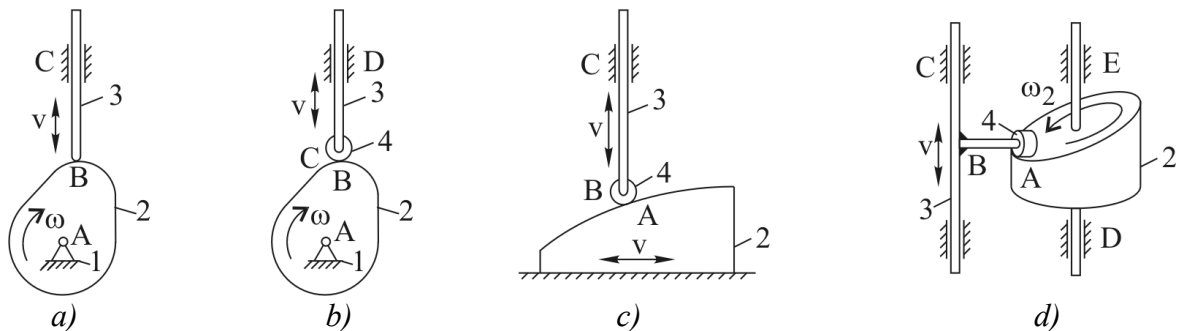
Брегасти механизми се састоје из три кинематичка члана. Погонски члан (2) има облик неке криве линије (брега) због чега се ови механизми тако називају (сл. 16.1). Радни члан (подизач 3) може имати различите завршетке у циљу смањења трења, као што је точкић (4) који нема кинематичку улогу у механизму. Поред кинематичких чланова ови механизми имају и друге елементе који омогућавају сталан контакт брега и подизача, најчешће су то опруге.

Зависно од тога у којим равнима се крећу његови кинематички чланови, брегасти механизми могу бити:

- равански (сл. 16.1a, b, c) и
- просторни (сл. 16.1d).

Према начину кретања погонског члана 2 и тачке додира на погонском члану, брегасти механизми се дела на:

- обртне (сл. 16.1a, b),
- транслаторне (сл. 16.1c) и
- завојне (сл. 16.1d).



Сл. 16.1: Брегасти механизми

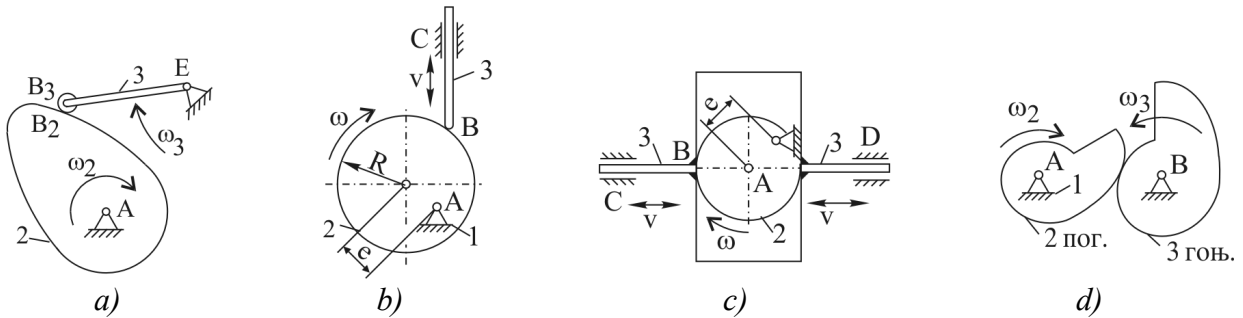
Погонски члан може имати врло различите облике профила. То може бити и кружница са ексцентрично постављеном осом ротације (сл. 16.2b,c). При обртању ексцентри (2) полупречник ротације се мења од минималне $R - e$ до максималне $R + e$ вредности, те се тако мења и обимна брзина ($v_{\min} = (R - e) \cdot \omega_2$, $v_{\max} = (R + e) \cdot \omega_2$) која се преноси на подизач (3). Брегасти механизми у виду ексцентри имају примену за погон пумпи (сл. 16.2c).

Код брегастих механизма подизач, углавном има транслаторно кретање. Међутим, може се кретати и ротационо (сл. 16.2a,d) или сложено. Код механизма са сл. 16.2d оба члана се крећу ротационо, те имамо брегасте преноснике. Венац брегастих преносника може бити раван или озубљен.

Брегасти механизми се користе за тачно дефинисано кретање подизача. Имају примену на моторима SUS, регулаторима, пумпама, машинама са аутоматском регулацијом итд. Основни недостатак брегастих механизма је повећано трење и велика сила притиска између брега и подизача, услед чега долази до повећаног хабања, што утиче на тачност кретања подизача.

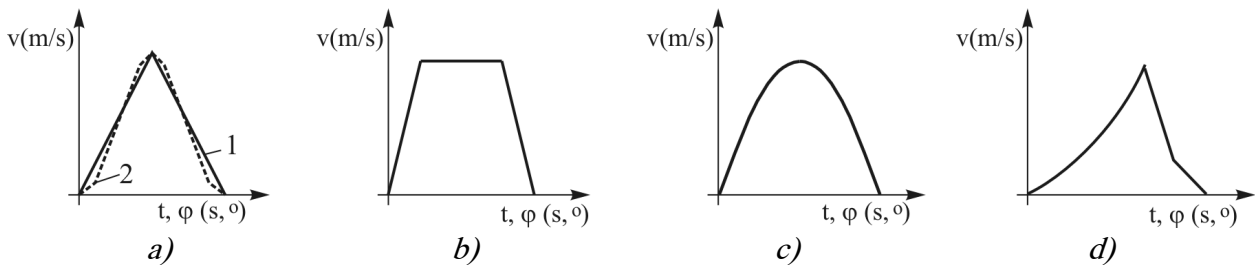
Кретање погонског члана (брега) је најчешће једнолико кружно, а када се креће транслаторно, тада има неко променљиво кретање.

Радни члан (подизач 3) може имати различите промене брзине кретања у току једног радног циклуса, зависно од његове улоге и потребе у машини (сл. 16.3). У крајњим "мртвим" положајима брзина подизача је једнака нули.



Сл. 16.2: Различити облици и кретања брега и подизача

Када је кретање подизача једнакоубрзано, па затим једнакоуспорено са линеарном променом, велике су вредности убрзања (успорења) и инерцијалних сила (сл. 16.3а линија 1). Овај недостатак се обликом брега погонског члана може ублажити и нагле промене и ударе мало смањити (сл. 16.3а линија 2). Друга могућност промене кретања подизача је једнакоубрзано, једнолико и једнакоуспорено кретање (сл. 16.3б), где су ублажени екстремни убрзања, тј. инерцијалних сила.



Сл. 16.3: Промене брзине кретања подизача у току једног радног циклуса

Када је промена брзине подизача нелинеарна (сл. 16.3с) нема изразитих и реских промена брзина. Обликом брега погонског члана може се постићи било која промена брзине кретања подизача (сл. 16.3d) што и јесте намена и предност брегастих механизма.

Брегасти механизми имају један или два степена слободе кретања. Механизам са сл. 16.1, а има један степен слободе кретања:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1, \text{ где је: } P_1 = 2(1,2; 3,1) \text{ и } P_2 = 1(2,3),$$

а механизми са сл. 16.1, б, с, d имају два степена слободе кретања:

$$SSK = 3(n-1) - 2P_1 - P_2 = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2, \text{ где је: } P_1 = 3(1,2; 3,4; 3,1) \text{ и } P_2 = 1(2,4).$$

Други степен слободе кретања је угаона брзина тачкића (4) која нема кинематичког значаја за брегасти механизам, те се може сматрати да и ови механизми имају један реалан степен слободе кретања.

16.1. Брзина и убрзање подизача

Брзина кретања подизача је у функцији кретања погонског члана и његовог геометријског облика, а одређује се графоаналитичким или аналитичким методама.

Нека погонски члан има облик као на сл. 16.4 и нека је његово кретање познато. Брзина тачке B_3 на подизачу једнака је:

$$\vec{v}_{B_3} = \vec{v}_{B_2} + \vec{v}_{B_3}^{B_2}, \dots\dots\dots (16.1)$$

где је: $\vec{v}_{B_2}$ - обимна брзина тачке додира на брегу која се мења зависно од растојања R ($v_{B_2} = \overline{AB_2} \cdot \omega_2$). Правац ове брзине је $\vec{v}_{B_2} \perp \overline{AB_2}$, а у смеру угаоне брзине брега (2), $\vec{v}_{B_3}^{B_2}$ релативна клизна брзина тачке B_3 у односу на B_2 . Правац релативне клизне брзине је паралелан са тангентом t на брег у тачки додира (сл. 16.4b).

Други услов за одређивање брзине подизача је:

$$\vec{v}_{B_3} // \overline{B_3D}. \dots\dots\dots (16.2)$$

Убрзање тачке B_3 једнако је:

$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_2} + \vec{a}_K + \vec{a}_{B_{3n}}^{B_2} + \vec{a}_{B_{3t}}^{B_2}, \dots\dots\dots (16.3)$$

где је: $\vec{a}_{B_2}$ нормално убрзање тачке B_2 у односу на A , $\vec{a}_K$ кориолисово убрзање, $\vec{a}_{B_{3n}}^{B_2}$ нормално убрзање тачке B_3 у односу на B_2 и $\vec{a}_{B_{3t}}^{B_2}$ тангенцијално убрзање тачке B_3 у односу на B_2 .

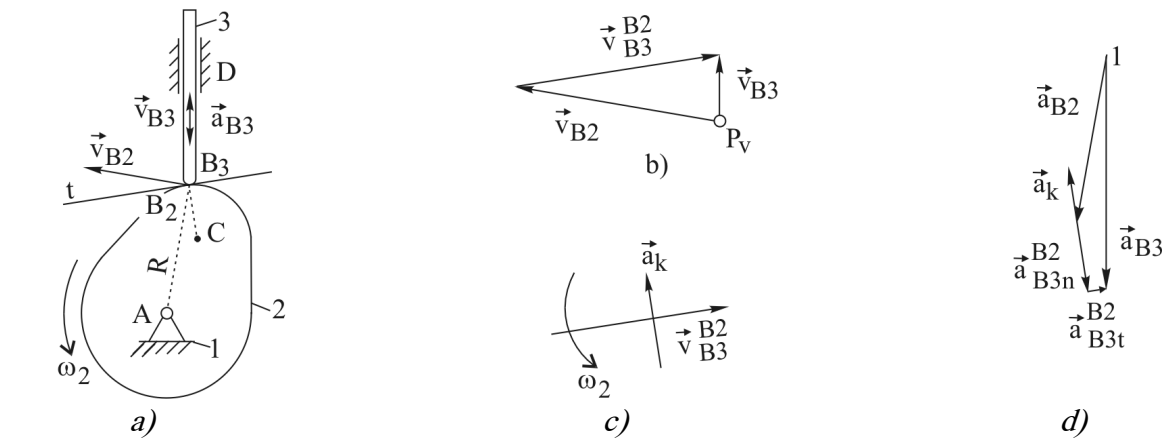
Правац нормалног убрзања $\vec{a}_{B_2}$ је паралелан са правцем $\overline{AB_2}$, усмерено је према тачки A , интензитета $a_{B_2} = \overline{AB_2} \cdot \omega_2^2$. Кориолисово убрзање $\vec{a}_K$ је одређено на сл. 16.4с, а интензитет је $a_K = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_{B_3}^{B_2}$.

Нормално убрзање тачке B_3 у односу на B_2 ($\vec{a}_{B_{3n}}^{B_2}$) има правац $\overline{B_3C}$ и усмерено је према тачки C , а тангенцијално убрзање је управно на овај правац ($\vec{a}_{B_{3t}}^{B_2} \perp \overline{B_3C}$) (сл. 16.4d).

Интензитети ових убрзања су: $a_{B_{3n}}^{B_2} = \frac{(v_{B_3}^{B_2})^2}{\overline{B_2C}}$ и $a_{B_{3t}}^{B_2} = \overline{B_3C} \cdot \varepsilon_2$. Тачка C је центар кривине овог дела профила брега.

Други услов за одређивање убрзања подизача је:

$$\vec{a}_{B_3} // \overline{B_3D}. \dots\dots\dots (16.4)$$



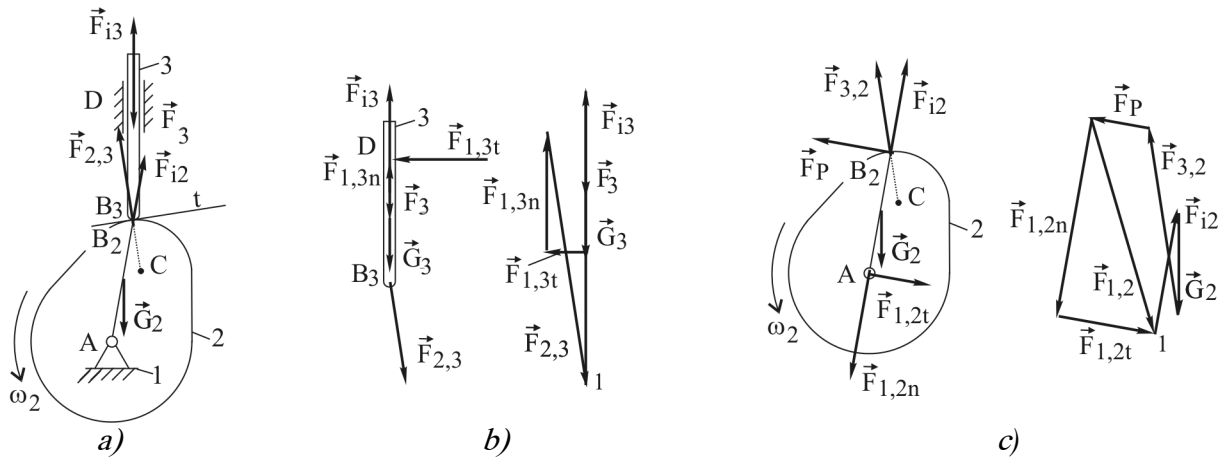
Сл. 16.4: Брзине и убрзања подинзача брегастіої механизма

16.2. Силе које делују на брегасте механизме

На брегасти механизам делују све оне силе које делују и на друге механизме: тежине, радне силе, инерцијалне силе, притисци у кинематичким везама и погонска сила (сл. 16.5а).

Разлагањем механизма на кинематички пар 1 и 3 из услова равнотеже да је збир момената свих сила за тачку B_3 једнак нули, добија се вредност силе $F_{1,3t}$ (сл. 16.5b). Остале непознате силе $\vec{F}_{1,3n}$ и $\vec{F}_{2,3}$ добијају се из услова да је збир свих сила које делују на члан 3 једнак нули.

Из услова да је збир момената свих сила које делују на погонски члан 2 за тачку А једнак нули добија се погонска сила F_p (сл. 16.5с), а силе $\vec{F}_{1,2n}$ и $\vec{F}_{1,2t}$ из затвореног полигона сила које делују на члан 2.



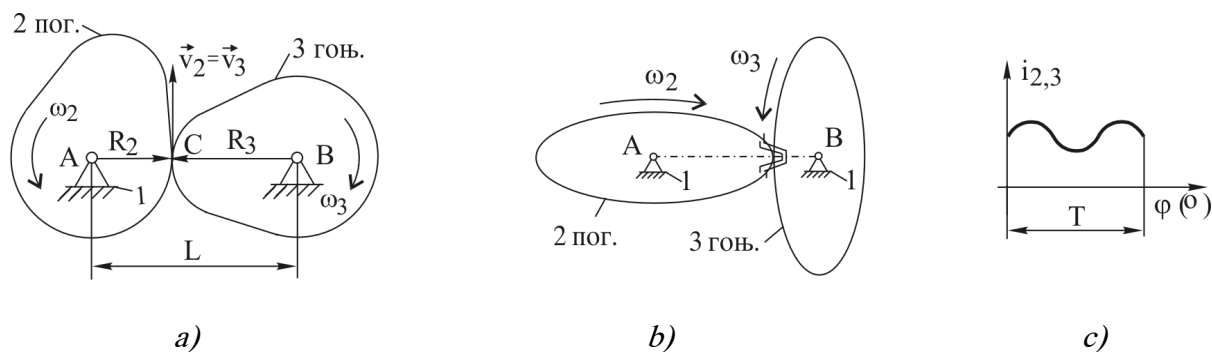
Сл. 16.5: Силе које делују на брегасићи механизам

16.3. Брегасти (неокругли) преносници

Два брегаста члана, под одређеним условима могу се спрегнути и преносити обртно кретање са једног на други (сл. 16.6а). Да би преносили обртно кретање морају у сваком положају имати заједничку додирну тачку (C) тако да су им обимне брзине једнаке ($\vec{v}_2 = \vec{v}_3$).

Да би у току спрезања чланови 2 и 3 стално имали додирну тачку, растојање између њихових оса обртања треба да је једнако збиру полупречника:

$$L = R_2 + R_3 \quad (16.5)$$



Сл. 16.6: Брегасти (неокругли) преносници

Брегасти преносници се користе када се жели, при једноликом кружном кретању погонског преносника 2, добити променљиво кружно кретање гоњеног преносника 3.

Венац брегастих преносника може бити раван или озубљен. Када је венац раван имамо фриктционе тачкове, где се трењем између додирних површина преноси обртни момент. Када је венац преносника озубљен имамо неокругле зупчанике (сл. 16.6b).

Преносни однос i неокруглих преносника није константан, већ се мења у току обртања, зависно од промене њиховог облика и полупречника:

$$i = \frac{R_2}{R_3} \neq \text{const} \quad (16.6)$$

Обликом профила преносника могу се постићи врло различите промене преносног односа у току једног обртаја (сл. 16.6b, c). Неокругли преносници се користе за добијање различитих променљивих преносних односа.

Задатак 16.1: Одредити геометријски облик брегастих преносника 2 и 3. Погонски преносник 2 треба да се обрће једнолико кружно, а гоњени 3 променљиво како је задато на дијаграму (сл. 16.7). Растојање између оса је $L = 200 \text{ mm}$.

Прво треба одредити угаону брзину погонског преносника 2 из услова да су обимне брзине оба преносника у додирним тачкама исте и да оба преносника један потпун обртај 2π направе за исто време T . Пређени пут у дијаграму ω, T представља површину S испод криве промене, те су површине оба преносника исте, $S_2 = S_3$.

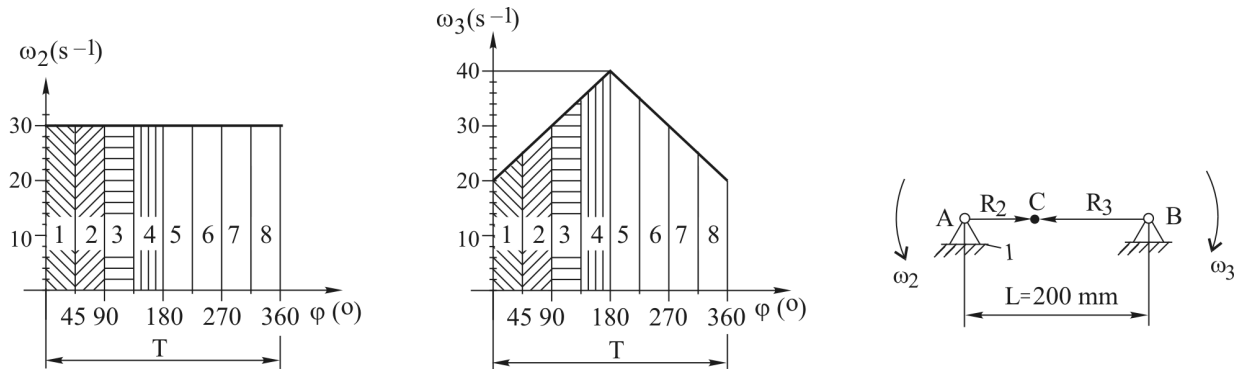
Како угаона брзина погонског преносника 2 треба да је стална имамо да је:
 $\omega_2 \cdot T = 20 \cdot T + \frac{40 - 20}{2} T$, одакле је $\omega_2 = 30 \text{ s}^{-1}$.

Растојање T на оба дијаграма подели са на једнак број подеока (осам). Од броја подеока зависи тачност решења. Са дијаграма се одреде угаоне брзине на крају сваког подеока (положаја) и табеларно прикажу (таб, 16.1).

Углови закретања погонског преносника 2 по појединим подеоцима 1, 2, 3... одређују се на основу два услова.

Први услов је да је збир свих углова по појединим подеоцима једнак 360° ,
 $(\varphi_{2,2} + \varphi_{2,3} + \varphi_{2,4} + \dots = 360^\circ)$.

Други услов је да су углови по појединим подеоцима пропорционални њиховим површинама: $\frac{\varphi_{2,2}}{360^\circ} = \frac{S_{2,1}}{S_2}$, где је S_2 укупна површина испод дијаграма за преносник 2, која износи $S_2 = 360 \cdot 30 = 10800$ (сл. 16.7). Површине свих подеока преносника 2 су исте па су и углови закретања по појединим подеоцима исти: $\varphi_{2,2} = \varphi_{2,3} = \varphi_{2,\dots} = 45^\circ$.



Сл. 16.7: Задати дијаграм њромене кретања радног члана 3
и њосћавка задатка 16.1

Углови закретања гоњеног преносника 3 по појединим подеоцима 2, 3... одређују се на исти начин као и за преносник 2, из услова да је:

$$\varphi_{3,2} + \varphi_{3,3} + \varphi_{3,4} \dots = 360^\circ \text{ и } \frac{\varphi_{3,2}}{360^\circ} = \frac{S_{3,1}}{S_3}.$$

Површине су $S_3 = 360 \cdot 20 + \frac{360 \cdot 20}{2} = 10800$, а $S_{3,1} = 45 \cdot 20 + \frac{45 \cdot 5}{2} = 1012,5$, те је
 $\varphi_{3,2} = \frac{S_{3,1} \cdot 360}{S_3} = \frac{1012,5 \cdot 360}{10800} = 33,75^\circ$. На исти начин се добијају и остале површине:
 $S_{3,2} = 1237,5$, $S_{3,3} = 1462,5$, $S_{3,4} = 1687,5$ и тако редом, а затим углови: $\varphi_{3,3} = 41,25^\circ$,
 $\varphi_{3,4} = 48,75^\circ$, $\varphi_{3,5} = 56,25^\circ$, $\varphi_{3,6} = 48,75^\circ$, $\varphi_{3,7} = 41,25^\circ$, $\varphi_{3,8} = 33,75^\circ$ (таб. 16.2).

Табела. 16.1: Угаоне брзине брегастих преносника на крају њојединих њоложаја
(задатка 16.1)

Положаји	Угаона брзина преносника ω_2 (s ⁻¹)	Угаона брзина преносника ω_3 (s ⁻¹)
1	30	25
2	30	30
3	30	35
4	30	40
5	30	35
6	30	30
7	30	25
8	30	20

Полупречници преносника по појединим подеоцима (положајима) одређују се на основу две једначине: $L = R_2 + R_3$ и да је преносни однос једнак $i = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. На основу ових израза

добива се да је: $R_3 = L - R_2$ и $R_2 = \frac{L \cdot \omega_3}{\omega_2 + \omega_3}$, те је у почетном положају за $\varphi_2 = \varphi_3 = 0^\circ$

$R_{2,0^\circ} = \frac{200 \cdot 20}{30 + 20} = 80 \text{ mm}$, $R_{3,0^\circ} = 200 - 80 = 120 \text{ mm}$. На исти начин се одређују полупречници

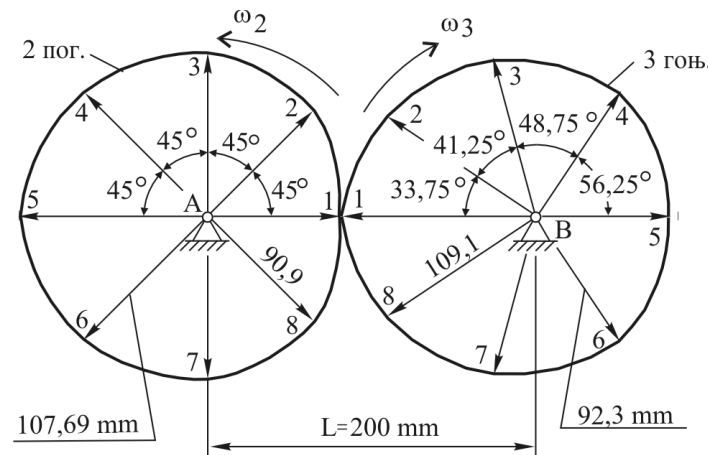
и за остале положаје. На крају подеока 1 је: $R_{2,1} = \frac{200 \cdot 25}{30 + 25} = 90,9 \text{ mm}$, а $R_{3,1} = 200 - 90,9 = 109,1 \text{ mm}$ и тако редом имамо да је $R_{2,2} = 100 \text{ mm}$, а $R_{3,2} = 100 \text{ mm}$, $R_{2,3} = 92,30 \text{ mm}$, $R_{3,3} = 100 \text{ mm}$ итд. како је дато у табели 16.2.

Углови за преносник 2 се мењају у позитивном смеру, а за преносник 3 у негативном, према смеру њихових угаоних брзина.

Табела. 6.2: Израчунајни параметри брегастих преносника на почетку појединих положаја (задајак 16.1)

Полож	Угао положаја преносника 2, $\varphi_{2,i} (^\circ)$	Угао положаја преносника 3, $\varphi_{3,i} (^\circ)$	Полупречници на почетку положаја преносника 2, $R_{2,i} (\text{mm})$	Полупречници на почетку положаја преносника 3, $R_{3,i} (\text{mm})$
1	0	0	80,00	120,00
2	45	33,75	90,90	109,09
3	45	41,25	100,00	100,00
4	45	48,75	107,69	92,30
5	45	56,25	114,28	85,71
6	45	48,75	107,69	92,30
7	45	41,25	100,00	100,00
8	45	33,75	90,90	109,09

Добијено решење брегастих преносника, где ће се погонски 2 обртати једнолико са $\omega_2 = 30 \text{ s}^{-1}$, а гоњени променљиво као на дијаграму сл. 16.7, приказан је на сл. 16.8.



Сл. 16.8: Решење задајка 16.1

ЛИТЕРАТУРА

1. Ананов Г. Д.: Кинематика пространственных шарнирных механизмов сельскохозяйственных машин, Машгиз, Москва, Ленинград, 1963.
2. Анђелковић С.: Оптимизација кинематичких и динамичких параметара карданских вратила на пољопривредним машинама, магистарска теза, Пољопривредни факултет, Нови Сад, 1999.
3. Anvoner S.: Solution of problems in mechanics of machines, Volime 1, 2 end 3, Pitman Publishing, 1976.
4. Артоболевский И. И.: Теорија механизмов и машин, Наука, Москва 1988.
5. Артоболевский И. И.: Механизмы в современной технике, Том I–VII, Наука, Москва 1981.
6. Бакша А.: Теорија механизма, Природно математички факултет, Београд, 1983.
7. Базјанац Д.: Основи теорије механизма I део, Технички факултет, Загреб, 1963.
8. Боголюбов А. Н.: Теория механизмов и машин в историческом развитии её идей, Издательство “Наука”, Москва 1976.
9. Broch J. T.: Mechanical vibration and shock measurements, Brüel & Kjaer, Naerum, Denmark, 1989.
10. Erdman A. G., Sandor G. N.: Mechanism desing – Analysis and Synthesis, Vo;. 1 and 2, London 1984.
11. Ерцеговић Ђ., Раичевић Д.: Механизми пољопривредних машина, Универзитет у Београду, Пољопривредни факултет, Београд, 2003.
12. Гахенсон Б.С.: Планетарные механизмы тракторов, Машиностроение, Москва, 1972.
13. Глигорић Б., Глигорић М.: Механизми, Универзитет “Светозар Марковић”, Машински факултет, Крагујевац, 1988.
14. Глигорић Б., Вујић Д.: Механизми, Научна књига, Београд, 1995.
15. Глигорић Б.: Динамичко уравнотежење ротора обртних машина, Машински факултет, Крагујевац, 1978.
16. Глигорић Радојка: Основни захтеви карданских вратила намењених за пољопривредне машине и уређаје, Зборник радова са XII Саветовања стручњака пољопривредне технике Војводине, VDPT, Трогир, 1985., стр. 169-177.
17. Глигорић Радојка: Методе испитивања карданских вратила намењених за пољопривредне машине и уређаје, Зборник радова са II југословенског саветовања "Мерења и аутоматизација у пољопривреди", МАП, Суботица, 1985., стр. 105-114.

18. Глигорић Р.: Оптимизација кинематичких и динамичких параметара подизног уређаја трактора, докторска дисертација, Пољопривредни факултет, Нови Сад, 1991.
19. Глигорић Радојка, Карацић Б., Попов Р.: Математичко моделирање подизног система трактора, Савремена пољопривредна техника, 17, (1991), 33-38. Рад изложен на XVIII научном скупу Пољопривредна техника ПОТ '92, Војвођанско друштво за пољопривредну технику, Лепенски вир, 1992.
20. Holzmann G., Meyer H., Schumpich G.: Technische Mechanik, teil 1 und 2, B. G. Teubner Stuttgart, 1976.
21. Илић Б.: Механизми I – Редуцирани механизам, Универзитет у Београду, Завод за издавање уџбеника, Београд, 1966.
22. Илић Б.: Механизми II – Колинеарни векторуи механизма, Универзитет у Београду, Научна књига, Београд, 1966.
23. Илић Б.: Механизми III – Компаративна обрада механизма, Универзитет у Београду, Научна књига, Београд, 1968.
24. Јелић С.: Механика машина - збирка задатака из кинематике равног кретања, Универзитет у Новом Саду, Научна књига, Београд, 1966.
25. Јелић С.: Структурна анализа, Универзитет у Новом Саду, Научна књига, Београд, 1966.
26. Кожевников С. Н.: Теория механизмов и машин, Машиностроение, Москва, 1973.
27. Колчин Н. И.: Механика машин, том 1 и 2, Машиностроение, Ленинград, 1972.
28. Kostić M., Gligorić R.: Zbirka zadataka iz mehanizama poljoprivrednih mašina, Poljoprivredni fakultet Novi Sad, 2019.
29. Kríž Rudolf, Vávra Pavel, Strojírenská Průručka, Scientia pedagogické nakladatelství, Praha, 1994.
30. Машков А. А.: Теория механизмов и машин, Издательство “Высшая школа”, Минск, 1971.
31. Mabie H., Osvirk F.W.: Механизми и динамика машина, Вук Карацић, Београд, 1973.
32. Мартиновић Р.: Механизми и динамика машина, Машински факултет, Титоград, 1985.
33. Miller S.: Teoria maszin i mechanizmow, Politechnika Wroclawska, Wroclaw, 1989.
34. Муфтић - Драча: Увод у теорију механизма, Факултет стројарства и бродоградње, Загреб 1972.
35. Пантелић Т., Ђулафић Г.: Механизми – синтеза механизма, Машински факултет, Београд, 1986.
36. Пантелић Т.: Анализа полужних равних механизма, Универзитет у Београду, Машински факултет, Београд, 1972.
37. Попов Р., Глигорић Р.: Структурна анализа и класификација механизма, Пољопривредни факултет, Нови Сад, 1995.

38. Попов Р., Анђелковић С.: Истраживање и развој карданских преносника у пољопривредној техници, часопис Савремена пољопривредна техника, 1-2(14), Нови Сад, 1988.
39. Попов Р., Глигорић Радојка, Анђелковић С.: Врста и карактер критеријума оптимизације подизног уређаја трактора, Зборник радова са XVIII научног скупа "Пољопривредна техника ПОТ '92", ВДПТ, Лепенски вир, 1992., стр. 26-31.
40. Рашковић Д.: Основи теорије механизма, Завод за издавање уджбеника Социјалистичке Републике Србије, Београд, 1964.
41. Руденко В. Н.: Планетарные и волновые передачи, Машиностроение, Москва, 1980
42. Сапунар З.: Механизми I и II, Свеучилиште у Загребу, Факултет стројарства и бродоградње, Ријека, 1972.
43. Shigley J. E.: Dynamic analysis of machines, McGraw–Hill Book company, Toronto, 1961.
44. Soós P.: Mechanizmus példatár, Agrártudományi Egyetem Mezőgazdasági Gépészmérnöki Kar, Gödöllő, 1972.
45. Танасијевић С.: Механички преносници, Научна књига, Београд, 1989.
46. Турбин Б.И., Карлин В.Д.: Теория механизмов и машин, Издательство Высшая школа, Москва, 1966.
47. Злоколица М.: Механика машина, Факултет техничких наука, Нови Сад, 1985.
48. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Механика машина – збирка решених задатака, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 1996.
49. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Механика машина, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2004.
50. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Одабрани примери из механике машина, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2004.
51. Живковић Ж.: Теорија машина и механизма, Кинематика: Универзитет у Нишу, Машински факултет, 1992.
52. Щепетильников В. А. и сатр.: Уравновешивание ротор и механизмов, Машиностроение, Москва, 1978.

